# АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ

Е. Л. ЕРЕМИН, Л. В. ЧЕПАК

Амурский государственный университет, Благовещенск, Россия e-mail: eremin@amursu.ru, chepak@inbox.ru

We consider the problem of synthesis of discretely-continuous adapting algorithms for objects with given delay in control under conditions with permanent noise. Additional padding device and special techniques dealing with errors provide the desirable quality of control.

# Введение

Среди объектов с запаздывающим аргументом наиболее распространен класс объектов с запаздыванием по управлению, наличие которого может привести к потере устойчивости замкнутой системы [1]. Существует несколько подходов преодоления отрицательного воздействия запаздывающего управления на функционирование системы: упреждение управляющего сигнала [1], прогнозирование поведения системы [2], компенсация запаздывания по управлению [3] и др. Кроме того, управляемые объекты, как правило, имеют неизвестные или изменяющиеся в процессе функционирования воздействия и параметры, что влечет за собой появление неопределенности. Задача управления объектами с запаздыванием при наличии параметрической неопределенности может решаться различными методами, в том числе с помощью механизма адаптации [4]. Основным преимуществом такого подхода является единая процедура разработки достаточно широкого семейства алгоритмов управления. Для обеспечения работоспособности системы управления в условиях постоянного воздействия помех осуществляется регуляризация алгоритмов за счет введения в контур адаптации местных отрицательных обратных связей или зоны нечувствительности [5, 6].

В данной работе исследуется объект с запаздыванием по управлению со скалярным выходом, относительный порядок передаточной функции которого больше единицы. Поскольку переменные состояния измерению недоступны, для их восстановления используются фильтры. Синтез непрерывных алгоритмов адаптации опирается на использование критерия гиперустойчивости [7] и концепцию расширенной ошибки [8, 9]. Рассматриваются особенности построения адаптивной системы управления с эталонной моделью (АСЭМ) для неустойчивого объекта. Для компенсации запаздывающего управления предлагается

<sup>©</sup> Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2006.

ввести в систему специальным образом организованное дополнительное устройство. Синтезированные алгоритмы адаптации обладают достаточно высокой степенью сложности, поэтому их реализация может быть осуществлена только с применением вычислительной техники. Дискретизация непрерывных алгоритмов основана на методе непрерывных моделей [10, 11]. Вычислительный эксперимент затрагивает проблему выбора шага дискретизации и параметров настройки коэффициентов контура адаптации.

# 1. Математическое описание и постановка задачи синтеза ACЭM

Рассматривается математическое описание объекта управления и явной эталонной модели, записанное в пространстве состояний и неминимальной форме представления. Неминимальная форма удобна для решения специальных задач, в частности, при модификации эквивалентного математического описания системы управления.

# 1.1. Формы представления объекта управления и эталонной модели

Объект управления описывается уравнениями

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + bu(t-h) + \overline{f}(t), \quad y(t) = L^{T}x(t), \tag{1}$$

$$x(0) = x_0, \quad u(s) = \varphi(s), \quad s \in [-h, 0],$$

где  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  — вектор состояния;  $u(t) \in \mathbb{R}^1$  — управляющее воздействие; h — известное постоянное запаздывание;  $y(t) \in \mathbb{R}^1$  — скалярный выход объекта;  $\varphi(t)$  — непрерывная ограниченная начальная функция; A — матрица, заданная в форме Фробениуса; b и L — векторы соответствующих размерностей;  $\overline{f}(t) \in \mathbb{R}^n$  — возмущающее воздействие, удовлетворяющее неравенству

$$\|\overline{f}(t)\| \le f_0^2 = \text{const.} \tag{2}$$

Объект управления (1) функционирует в условиях априорной неопределенности

$$A = A(\xi), \quad b = b(\xi), \quad L = L(\xi), \quad \overline{f}(t) = \overline{f}_{\xi}(t), \quad \xi \in \Xi,$$
 (3)

где  $\xi$  — набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству  $\Xi$ . Желаемое изменение регулируемой переменной y(t) задается явной эталонной моделью

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = A_m x_m(t) + b_m r(t), \quad y_m(t) = L_m^T x_m(t),$$
 (4)

где  $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$  — вектор состояния эталона;  $r(t) \in \mathbb{R}^1$  — кусочно-непрерывное ограниченное задающее воздействие;  $y_m(t) \in \mathbb{R}^1$  — выход эталона.

Передаточная функция объекта управления (1) имеет вид

$$W_O(s) = k \frac{b(s)}{a(s)},\tag{5}$$

где  $k=\mathrm{const}$  — неизвестный коэффициент (для определенности будем полагать k>0); a(s) — полином с произвольным расположением корней; b(s) — гурвицев полином, причем  $\deg(a(s))=n,\ \deg(b(s))=m,\ n-m=\rho>1;\ a(s),\ b(s)$  — полиномы с единичными коэффициентами при старших степенях.

Передаточную функцию эталонной модели (4) можно записать как

$$W_M(s) = L_m^T (sE_n - A_m)^{-1} b_m = k_m \frac{b_m(s)}{a_m(s)},$$

где  $k_m = \text{const} > 0$ ;  $a_m(s)$ ,  $b_m(s)$  — гурвицевы полиномы с единичными коэффициентами при старших степенях ,  $\deg(a_m(s)) = n$ ,  $\deg(b_m(s)) = m$ .

Если полином  $a_m(s)$  задать так, чтобы передаточная функция  $W_M(s)$  приняла вид

$$W_M(s) = \frac{k_m b_m(s)}{b_m(s) d_m(s)},$$

где  $d_m(s)$  — гурвицев полином,  $\deg(d_m(s)) = \rho$ , то эталонная модель (4) будет иметь минимальную структурную сложность [12], а ее передаточная функция будет записана следующим образом:

$$W_M(s) = \frac{k_m}{d_m(s)}. (6)$$

Представим уравнение объекта управления (1) в операторной форме [9], полагая, что возмущение  $\overline{f}(t) = [0, ..., 0, f(t)]^T$ ,

$$y(t) = \frac{1}{d_m(p)} \left[ ku(t-h) - \frac{k\lambda(p)}{\gamma(p)} u(t-h) - \frac{k\pi(p)}{\gamma(p)} y(t) + f(t) - \frac{\lambda(p)}{\gamma(p)} f(t) \right], \tag{7}$$

где  $\deg(\gamma(p)) = \deg(\pi(p)) = l \ge (n-1), \deg(\lambda(p)) = l-1, p = d/dt.$ 

# 1.2. Формирование структуры адаптивного регулятора

Введем в систему управления (1)–(4) фильтры

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = \Lambda v_1(t) + \Gamma u(t), \quad \beta_1(t) = d_0^T v_1(t); \tag{8}$$

$$\frac{dv_2(t)}{dt} = \Lambda v_2(t) + \Gamma y(t), \quad \beta_2(t) = d_1^T v_2(t) + d_2 y(t), \tag{9}$$

$$v_1(0) = v_2(0) = 0,$$

где  $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$  — переменные состояния;  $\Lambda$  — матрица, сопровождающая полином  $\gamma(p)$ ;  $\Gamma = [0, ..., 0, 1]^T$ ;  $d_0, d_1, d_2$  — неизвестные векторы и скаляр, значения которых определяются в процессе настройки параметров адаптивного регулятора. Фильтры состояния (8), (9) можно также представить в операторной форме

$$\beta_1(t) = \frac{\lambda(p)}{\gamma(p)} u(t), \tag{10}$$

$$\beta_2(t) = \frac{\pi(p)}{\gamma(p)} y(t). \tag{11}$$

Для компенсации в системе (1), (4), (8), (9) запаздывания по управлению используем дополнительное устройство, операторное уравнение которого имеет вид

$$y_k(t) = \frac{k_m}{d_m(p)} (u(t) - u(t - h)), \tag{12}$$

где  $y_k(t) \in \mathbb{R}^1$  — выход дополнительного устройства.

Введем обозначения

$$\omega^{T} = [y(t), \upsilon_{1}(t-h), \upsilon_{2}(t), u(t-h), r(t)], \quad C_{0}^{T} = \left[\frac{kd_{2}}{k_{m}}, \frac{kd_{0}^{T}}{k_{m}}, \frac{kd_{1}^{T}}{k_{m}}, 1 - \frac{k}{k_{m}}, 1\right].$$

Присоединим к объекту управления (1) регулятор следующей структуры:

$$u(t) = C^{T}(t)\omega(t). \tag{13}$$

#### 1.3. Постановка задачи

Требуется для АСЭМ, состоящей из объекта управления (1), эталонной модели (2), фильтров (8), (9), дополнительного устройства (12), определить алгоритмы настройки коэффициентов C(t) регулятора (13) таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности (3) при любых начальных условиях x(0) и возмущении, удовлетворяющем (2), обеспечивалось выполнение цели управления

$$\lim_{t \to \infty} |y_m(t) - y(t)| \le \sigma, \quad \sigma = \text{const} > 0$$
 (14)

и цели адаптации

$$\lim_{t \to \infty} C_i(t) \le \tilde{C}_{0i}, \quad \tilde{C}_{0i} = \text{const}, \quad i = \overline{1, 2n+1}.$$
(15)

### 2. Синтез АСЭМ

При решении задачи синтеза системы адаптивного управления будем следовать общепринятой методике использования критерия гиперустойчивости [4, 7]. Особенность синтеза данной АСЭМ состоит в модификации построения эквивалентного математического описания рассматриваемой системы, которая обусловлена наличием дополнительного устройства и расширением сигнала рассогласования [8].

Рассмотрим сигнал рассогласования

$$e(t) = y_m(t) - [y(t) + y_k(t)]$$
(16)

и запишем эквивалентное математическое описание исследуемой системы управления (1), (4), (8), (9), (12), (13):

$$e(t) = -\frac{k_m}{d_m(p)} \left[ (C(t) - C_0)^T \omega(t) \right] - \frac{1}{d_m(p)} \left[ f(t) - \frac{\lambda(p)}{\gamma(p)} f(t) \right].$$
 (17)

Наряду с уравнением (17) введем в рассмотрение уравнение

$$e_0(t) = \frac{1}{d_m(p)} \left[ \frac{\lambda(p)}{\gamma(p)} f(t) - f(t) \right]. \tag{18}$$

Опираясь на операторную форму записи объекта (7), свойство возмущения (2) и гурвицевость полинома  $d_m(p)$ , получаем для  $e_0(t)$  следующую оценку:

$$|e_0(t)| \le \sigma_0, \quad \sigma_0 = \text{const} > 0 \ \forall t \ge 0.$$

Тогда, вводя новый сигнал ошибки  $e_1(t) = e(t) - e_0(t)$ , результат вычитания уравнения (18) из (17) можно записать в виде

$$e_1(t) = -\frac{k_m}{d_m(p)} \left[ (C(t) - C_0)^T \omega(t) \right],$$
 (19)

а задача о диссипативности системы управления (17) замещается задачей об асимптотической устойчивости системы (19).

Поскольку относительный порядок передаточной функции уравнения (19) больше единицы, нарушается условие строгой положительной определенности. Для обеспечения данного свойства выберем гурвицев полином G(p),  $\deg(G(p)) = \rho - 1$ , рассмотрим новый вектор  $\xi(t) = G^{-1}(p)\omega(t)$  и новый сигнал ошибки

$$e_2(t) = \frac{k_m G(p)}{d_m(p)} \delta(t), \quad \delta(t) = \left( G^{-1}(p) C^T(t) - C^T(t) G^{-1}(p) \right) \omega(t). \tag{20}$$

Выполним расширение сигнала рассогласования (19) с использованием ошибки (20) следующим образом:

$$\widetilde{e}(t) = e_1(t) + e_2(t).$$

# 2.1. Первый этап синтеза

Эквивалентное математическое описание системы (1), (4), (8),(9), (12), (13) с учетом (19), (20) относительно расширенной ошибки  $\tilde{e}(t)$  примет вид

$$\widetilde{e}(t) = -\frac{k_m G(p)}{d_m(p)} \left[ \left( C(t) - C_0 \right)^T \xi(t) \right]. \tag{21}$$

Если полином G(p) задать так, чтобы его корни совпадали с  $(\rho-1)$ -м корнем полинома  $d_m(p)$ , то ошибка (20) и эквивалентное математическое описание (21) будут иметь минимальный порядок

$$e_2(t) = \frac{k_m}{p + a_0} \delta(t); \tag{22}$$

$$\widetilde{e}(t) = -\frac{k_m}{p+a_0} \left[ (C(t) - C_0)^T \xi(t) \right],$$
(23)

где  $a_0 = \text{const} > 0$ .

Представим (23) в виде нелинейной системы первого типа

$$\begin{cases}
\widetilde{e}(t) = \frac{k_m}{p + a_0} \nu(t), \\
\nu(t) = -(C(t) - C_0)^T \xi(t).
\end{cases}$$
(24)

#### 2.2. Второй этап синтеза

На данном этапе для нелинейной нестационарной части уравнения (23) необходимо обеспечить выполнение интегрального неравенства В.М. Попова

$$\eta(0,t) = -\int_{0}^{t} \widetilde{e}(s)\nu(s)ds \ge -\gamma_0^2 = \text{const } \forall t > 0.$$
 (25)

Учитывая систему уравнений (24), неравенство (25) можно записать как

$$\eta(0,t) = \int_{0}^{t} \widetilde{e}(s) (C(s) - C_0)^T \xi(s) ds =$$
 (26)

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n+1} \left[ \int_{0}^{t} (C_{i}(s) - C_{0i})(\widetilde{e}(s) + \Delta) \xi_{i}(s) ds + \int_{0}^{t} (C_{i}(s) - C_{0i})(\widetilde{e}(s) - \Delta) \xi_{i}(s) ds \right],$$

где  $\Delta = \text{const} > 0$ .

Если адаптивно-робастный алгоритм настройки коэффициента C(t) синтезировать в виде

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \begin{cases}
\alpha_i \xi_i(t)(\widetilde{e}(t) + \Delta) \ \forall t \ge 0, & \widetilde{e}(t) \ge -\Delta, \\
\alpha_i \xi_i(t)(\widetilde{e}(t) + \Delta) \ \forall t \ge 0, & \widetilde{e}(t) < -\Delta, \\
\alpha_i \xi_i(t)(\widetilde{e}(t) - \Delta) \ \forall t \ge 0, & \widetilde{e}(t) \le \Delta, \\
\alpha_i \xi_i(t)(\widetilde{e}(t) - \Delta) \ \forall t \ge 0, & \widetilde{e}(t) > \Delta,
\end{cases}$$
(27)

где  $\alpha_i$  — элементы диагональной положительно-определенной матрицы  $\alpha$ ,  $i = \overline{1, 2n+1}$ , то интеграл (26) аналогично [4] можно оценить в виде

$$\eta(0,t) \ge -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^{2n+1} \alpha_i^{-1} \left[ \left. (C_i(0) - C_{0i})^2 \right| \right. \\ \left. \widetilde{e}(t) \ge -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \widetilde{e}(t) < -\Delta \right. \\ \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. \left. + \left( C_i(0) - C_{0i} \right)^2 \right| \left. +$$

$$+(C_{i}(0) - C_{0i})^{2} \left| \begin{array}{c} +(C_{i}(0) - C_{0i})^{2} \\ \widetilde{e}(t) \leq \Delta \end{array} \right| + (C_{i}(0) - C_{0i})^{2} \left| \begin{array}{c} \\ \widetilde{e}(t) > \Delta \end{array} \right| = -\gamma_{0}^{2} = \text{const } \forall t \geq 0.$$
 (28)

Выполняя модификацию (27) с помощью зоны нечувствительности, получим следующий алгоритм настройки параметров адаптивного регулятора (13):

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \begin{cases}
0 \ \forall t \ge 0, & |\widetilde{e}(t)| \le \Delta, \\
\alpha_i \xi_i(t)(\widetilde{e}(t) + \Delta) \ \forall t \ge 0, & \widetilde{e}(t) < -\Delta, \\
\alpha_i \xi_i(t)(\widetilde{e}(t) - \Delta) \ \forall t \ge 0, & \widetilde{e}(t) > \Delta.
\end{cases}$$
(29)

Очевидно, что в (29) при выполнении условий  $|\tilde{e}(t)| \leq \Delta$  имеет место соотношение  $dC_i(t)/dt = 0$ ,  $i = \overline{1,2n+1}$ , а следовательно, и соотношение  $C_i = C_{0i}$ . Тогда подынтегральные функции в правой части неравенства (26) будут обращаться в нуль, а значит, будет справедливо неравенство В.М. Попова (25). Поскольку при  $|\tilde{e}(t)| > \Delta$  алгоритм (29) совпадает с алгоритмом (27), алгоритм (29) также является решением интегрального неравенства (25).

#### 2.3. Третий этап синтеза

На этом этапе необходимо решить проблему положительности линейной стационарной части системы (24), передаточная функция которой имеет вид

$$W(s) = \frac{k_m}{s + a_0}. (30)$$

Очевидно, что частотная передаточная функция (30) является вещественной и строго положительно-определенной, так как

$$Re(W(j\varpi)) = \frac{k_m a_0}{\varpi^2 + a_0} > 0, \quad a_0 > 0 \ \forall \varpi \ge 0.$$
(31)

#### 2.4. Четвертый этап синтеза

Осуществляется проверка достижимости поставленных целей управления и адаптации.

Из выполнения неравенства (25) и условия положительности (31) следуют асимптотическая гиперустойчивость системы уравнений (24) и выполнение условий

$$\lim_{t \to \infty} \widetilde{e}(t) = \lim_{t \to \infty} (e_1(t) + e_2(t)) = \lim_{t \to \infty} (e(t) - e_0 + e_2(t)) = 0.$$

Учитывая выполнение цели адаптации (15), явный вид сигналов ошибок (16), (22) и справедливость утверждения, что реакция линейного звена (12) на ограниченное воздействие всегда ограничена, т. е.

$$|y_k(t)| \le \sigma_k$$
,  $\sigma_k = \text{const} > 0 \ \forall t \ge 0$ ,

получаем следующую оценку:

$$\lim_{t \to \infty} |y_m(t) - y(t)| \le |y_k(t)| + |e_0(t)| = \sigma_k + \sigma_0 = \sigma, \quad \sigma = \text{const} > 0 \ \forall t \ge 0.$$
 (32)

Поскольку в системе (1)–(4), (8), (9), (12), (13) все траектории ограничены, из справедливости (32) следуют диссипативность исследуемой системы и выполнение цели управления (14).

# 3. Дискретизация алгоритмов адаптации

Для получения дискретно-непрерывной АСЭМ с помощью синтезированной выше системы (1)–(4), (8), (9), (12), (13), (29) проводится дискретизация непрерывного алгоритма (29). Методика получения дискретного аналога алгоритма настройки основывается на применении метода непрерывных моделей [10, 11]. Важным достоинством этого метода является возможность вначале решить задачу формирования структуры и синтеза алгоритмов адаптации для непрерывной системы, а затем получить дискретные законы адаптации.

Дискретный аналог непрерывного алгоритма (29) имеет вид

$$C_{i}(t_{k}) = \begin{cases} 0 \ \forall t_{k-1} \geq 0, \quad |\widetilde{e}(t_{k-1})| \leq \Delta, \\ C_{i}(t_{k-1}) + \gamma_{t}\alpha_{i}\xi_{i}(t_{k-1})(\widetilde{e}(t_{k-1}) + \Delta) \ \forall t_{k-1} \geq 0, \quad \widetilde{e}(t_{k-1}) < -\Delta, \\ C_{i}(t_{k-1}) + \gamma_{t}\alpha_{i}\xi_{i}(t_{k-1})(\widetilde{e}(t_{k-1}) - \Delta) \ \forall t_{k-1} \geq 0, \quad \widetilde{e}(t_{k-1}) > \Delta, \end{cases}$$
(33)

где  $\gamma_t$  — шаг дискретизации;  $t_k$  — дискретный аналог времени; k=0,1,2,... — номер шага;  $i=\overline{1,2n+1}.$ 

При дискретизации методом непрерывных моделей одним из важнейших этапов является выбор шага  $\gamma_t$  в алгоритмах настройки, так как величина шага должна сохранять у дискретно-непрерывной системы асимптотические свойства непрерывной модели.

# 4. Вычислительный эксперимент

Необходимым этапом проектирования системы управления является имитационное моделирование, выполненное в рамках вычислительного эксперимента [14]. В ходе имитационного моделирования осуществляются выбор шага дискретизации и подбор значений параметров алгоритма адаптации (33) с точки зрения обеспечения качественных показателей функционирования системы в условиях априорной неопределенности класса  $\Xi$ .

Общая структурная схема синтезированной в данной работе системы управления представлена на рис. 1. Элементы структуры системы (1)–(4), (8), (9), (12), (13), (33) — это простые подсистемы. Исключением является контур адаптации, SIMULINK-модель которого показана на рис. 2.

С целью иллюстрации полученных результатов рассматривается функционирование системы (1)–(4), (8), (9), (12), (13), (33) для случая n=3, m=1.

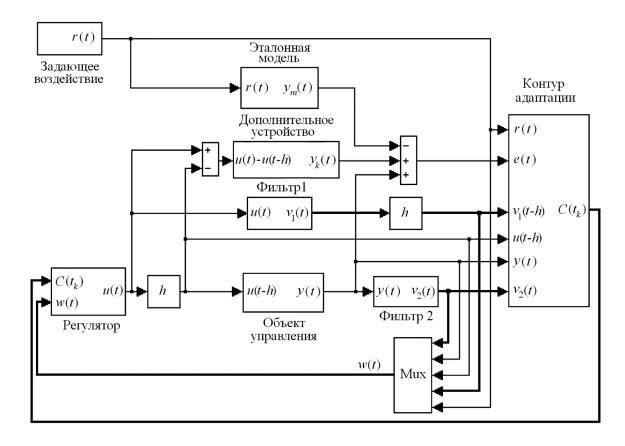


Рис. 1. Структурная схема АСЭМ (1)–(4), (8), (9), (12), (13), (33).

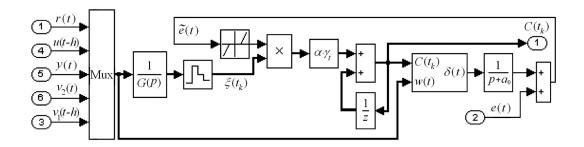


Рис. 2. Контур адаптации.

Объект управления задан с помощью матрицы A и векторов b, L:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}, \quad L^T = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & 0 \end{pmatrix}.$$
 (34)

Уровень априорной неопределенности (3) в объекте управления (34) задан следующими неравенствами:

$$-4.1 \le a_1 \le 10, \quad 25 \le a_2 \le 37, \quad 5 \le a_3 \le 20,$$
 (35)

$$9 \le k \le 18$$
,  $1.5 \le l_1 \le 2.7$ ,  $0.8 \le l_2 \le 1.5$ .

Эталонная модель минимальной структурной сложности в рассматриваемой системе управления задана матрицей  $A_m$  и вектором  $b_m$ :

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad b_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}. \tag{36}$$

Передаточная функция эталонной модели (36) имеет вид

$$W_M(s) = \frac{6}{s^2 + 4s + 3}. (37)$$

Отметим, что использование явной эталонной модели минимальной структурной сложности позволяет существенно понизить порядок синтезируемой системы управления, поскольку порядок исходной АСЭМ равен (8n-2), а порядок системы с минимальным эталоном — (5n-2m-2). Для исследуемой в данном вычислительном эксперименте системы адаптивного управления объектом (34) порядок исходной системы равен 22, а упрощенной системы — 11.

Задающее воздействие  $r(t) = 2 + 0.25\sin(0.02t)$ , возмущающее воздействие f(t) = 0.4, постоянное запаздывание по управлению h = 0.3. В фильтрах (8), (9) матрица состояния и вектор управления соответственно равны

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{38}$$

Зададим полином G(p) следующим образом: G(p) = p + 3. Конкретные значения коэффициентов контура адаптации и зоны нечувствительности для расширенной ошибки  $\widetilde{e}(t)$  выбираются в процессе имитационного моделирования и соответственно равны

$$\alpha = \text{diag}\{5, 0.2, 0.2, 0.01, 0.2, 0.02, 2\}, \quad \Delta = 0.05.$$
 (39)

В ходе выполнения вычислительного эксперимента подобран шаг дискретизации  $\gamma_t = 0.1$ , величина которого сохраняет у дискретно-непрерывной системы (1)–(4), (8), (9), (12), (13), (33) диссипативные свойства непрерывной модели (1)–(4), (8), (9), (12), (13), (29). Результаты имитационного моделирования системы управления (34)–(39), полученные при нулевых начальных условиях и следующих характеристиках объекта управления:

$$a_1 = 10, \quad a_2 = 27, \quad a_3 = 12, \quad k = 10, \quad l_1 = 1, \quad l_2 = 2,$$
 (40)

представлены на рис. 3.

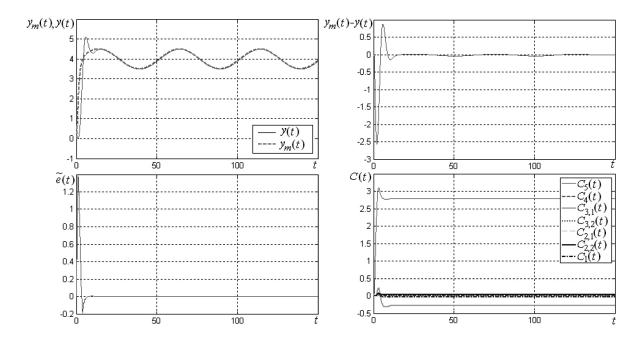


Рис. 3. Динамические процессы в системе управления (34)–(40).

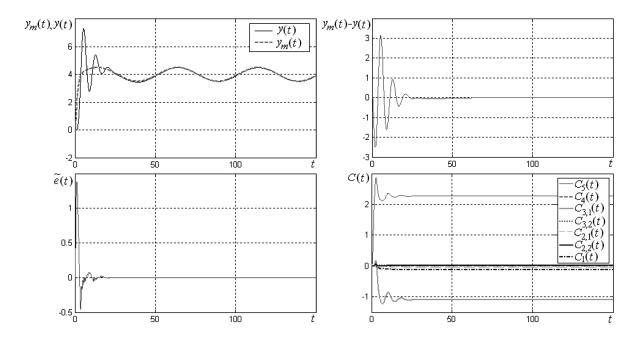


Рис. 4. Динамические процессы в системе управления (34)–(39), (41).

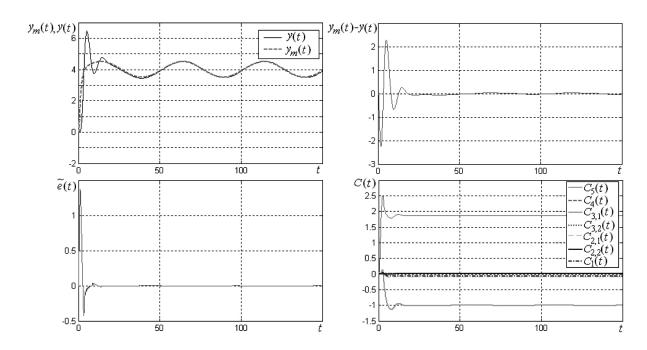


Рис. 5. Динамические процессы в дискретно-непрерывной АСЭМ (34)–(39), (42).

Динамические процессы в системе (34)–(39) при следующих исходных данных:

$$a_1 = -0.5, \quad a_2 = 30, \quad a_3 = 20, \quad k = 15, \quad l_1 = 1, \quad l_2 = 2.2,$$
 (41)

продемонстрированы на рис. 4. Результаты вычислительного эксперимента системы управления (34)–(39), представленные на рис. 5, получены при следующих характеристиках объекта (34):

$$a_1 = -3.5, \quad a_2 = 35, \quad a_3 = 6, \quad k = 12, \quad l_1 = 1.1, \quad l_2 = 2.$$
 (42)

### Заключение

Результаты имитационного моделирования показали, что применение дополнительного устройства (12) и методологии расширения ошибки слежения [8] способствует улучшению качества функционирования систем, содержащих неустойчивые объекты с запаздыванием по управлению в условиях постоянно действующих возмущений. Использование эталона минимальной структурной сложности позволяет существенно понизить порядок синтезируемой АСЭМ, что, несомненно, упрощает реализацию системы управления.

# Список литературы

- [1] ГУРЕЦКИЙ Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. М.: Машиностроение, 1974.
- [2] Паршева Е.А., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // Автоматика и телемеханика. 2001.  $\mathbb{N}$  1, С. 142–149.

- [3] ЕРЕМИН Е.Л. Гиперустойчивость системы управления нелинейным объектом с запаздыванием // Автоматизация технологических процессов. Фрунзе: Фрунз. политех. ин-т, 1987. С. 89–95.
- [4] LANDAU L.D. Adaptive Control Systems: the Model Reference Approach. N.Y.: Marsel Dekker, 1979.
- [5] ФРАДКОВ А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990.
- [6] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
- [7] ЕРЕМИН Е.Л., ЦЫКУНОВ А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. Бишкек: Илим, 1992.
- [8] Monopoli R.V. Model reference adaptive control with an augmented error signal // IEEE Trans. Automat. Control. 1974. Vol. 19, N 6. P. 474–484.
- [9] Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Схемы адаптивного управления с расширенной ошибкой // Автоматика и телемеханика. 1994. № 9. С. 3–22.
- [10] Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с последействием. М.: Наука, 1984.
- [11] ДЕРЕВИЦКИЙ Д.П., ФРАДКОВ А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М.: Наука, 1981.
- [12] ЕРЕМИН Е.Л. Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью // Дифференц. уравнения и процессы управления. Электронный журнал. http://www.neva.ru/journal. 2001. № 3.
- [13] NARENDRA K.S., ANNASWAMY A.M. Stable Adaptive Systems. New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- [14] ГЕРМАН-ГАЛКИН С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учеб. пособие. СПб.: КОРОНА-принт, 2001.

Поступила в редакцию 12 сентября 2003 г., в переработанном виде -4 марта 2005 г.