

Моделирование эволюции поперечного сечения песчаного канала*

И. И. ПОТАПОВ, Б. В. БОНДАРЕНКО

Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск, Россия
e-mail: potapov2i@rambler.ru, bvbondarenko@gmail.com

Формулируется эволюционная задача развития поперечного сечения исходно трапециевидного канала при различных физико-механических и гранулометрических свойствах донного материала. Предложены численный метод и алгоритм решения задачи. Показано, что за характерные периоды прохождения руслоформирующих расходов профиль донной поверхности приобретает форму, аппроксимируемую степенными зависимостями, что хорошо согласуется с натурными экспериментальными данными.

Ключевые слова: численное моделирование, геоморфология, движение наносов, береговая эрозия, влекомые наносы.

Введение

В настоящее время применяются четыре метода расчета поперечного сечения каналов. Из них методы теории режима [1], подобия [2] и допустимых скоростей [3] позволяют определять основные интегральные характеристики канала, но по ним нельзя рассчитать его оптимальную форму. Для детального расчета поперечного сечения канала используются различные варианты метода предельной влекущей силы [4]. Первая попытка определения формы поперечного сечения канала этим методом и была предпринята в работе [4]. Для создания расчетных рекомендаций потребовалось найти распределение касательных напряжений по контуру смоченной границы живого сечения канала и установить значения допустимых напряжений. Канал, удовлетворяющий такому условию, определялся как “пороговый канал” и имел непрерывно изгибающуюся границу, которая в [4] описана функцией косинуса. Однако использованные в работе [4] методики давали значительные различия между расчетными и реальными касательными напряжениями, возникающими на дне канала и на его берегах. В работе [5] было показано, что данные различия существенно влияют на развивающуюся форму поперечного сечения канала. Дальнейшее развитие метода было предпринято в работах [6, 7], в которых обосновывалась гипотеза устойчивого русла, имеющего плоский недеформируемый центральный участок дна, согласованный с береговыми откосами, находящимися в критическом “пороговом” состоянии. Получаемая П. Дипласом форма сечения порогового канала была далека от функции косинуса. Однако, поставив серию экспериментов, Дж. Стеббингс [8] сделал вывод о том, что полученные П. Дипласом сечения каналов

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 09-01-99035 р-офи).

© ИВТ СО РАН, 2009.

постановка задачи допускает двумерную идеализацию в случае установившегося гидродинамического расхода.

Математическая модель задачи, учитывающая сделанные допущения, включает в себя следующие уравнения:

— уравнение движения установившегося гидродинамического потока

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \rho_w g \sin \alpha = 0; \quad (1)$$

— уравнение донных деформаций [13]

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s_2} \left(A \frac{\partial \zeta}{\partial s_2} \right). \quad (2)$$

Здесь и на рис. 1 $u = u(y, z)$ — скорость потока; ρ_w — плотность воды; g — ускорение свободного падения; t — время; x, y, z — декартовы пространственные координаты расчетной области; μ_t — турбулентная вязкость потока; $\zeta = \zeta(t, s_2)$ — кривая, определяющая дно русла и его недеформируемые берега; s_2 — натуральная координата ζ ; ψ — угол между осью y и склоном берега; A — коэффициент донной подвижности

$$A = \begin{cases} \frac{16}{15} \frac{\left(\tau_1^\zeta \right)^{3/2}}{\kappa \sqrt{\rho_w} (\rho_s - \rho_w) g (1 - \varepsilon) (\operatorname{tg} \varphi \cos \alpha)^2} + \Lambda, & \tau_* < \tau_1^\zeta, \\ 0, & \tau_* \geq \tau_1^\zeta, \end{cases} \quad (3)$$

где $\kappa = 0.4$ — постоянная Кармана; ρ_s — плотность частиц донного материала; ε — пористость донного материала; φ — угол внутреннего трения донного материала; τ_* — критическое касательное придонное напряжение

$$\tau_* = \frac{3 \kappa^2 d (\rho_s - \rho_w) g \operatorname{tg} \varphi}{8 c_x} \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi} \right) \quad (4)$$

при d — среднем диаметре донных частиц и c_x — коэффициенте лобового сопротивления донных частиц; Λ — поправка лавинного обрушения берега, определяемая по модели, предложенной в [14]:

$$\Lambda = \frac{m}{(1 - \varepsilon)} \left(\left(\frac{\partial \zeta}{\partial s_2} \right)^2 - \operatorname{tg}^2 \varphi \right), \quad m = \begin{cases} m_0, & \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} \left| \frac{\partial \zeta}{\partial s_2} \right| \geq 1, \\ 0, & \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} \left| \frac{\partial \zeta}{\partial s_2} \right| < 0, \end{cases} \quad (5)$$

$m_0 \leq 1$ — константа модели.

Уравнения (1) и (2) замыкаются граничными условиями:

$$u(x, y) = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_1; \quad (6)$$

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial z} = 0, \quad (y, z) \in \Gamma_2; \quad (7)$$

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = 0, \quad (y, z) \in \Gamma_3; \quad (8)$$

$$\zeta(t, 0) = \zeta_0(0); \quad (9)$$

$$\frac{\partial \zeta(t, L)}{\partial s_2} = 0, \quad (10)$$

и начальными условиями:

$$\zeta(t = 0, s_2) = \zeta_0(s_2). \quad (11)$$

Воздействие гидродинамического потока, поле скоростей которого определяется из решения уравнения (1), на донную поверхность ζ (определяемую из решения уравнения (2)) при протекании по ней речного потока учитывается вычислением сдвиговых напряжений:

$$\tau_1^\zeta = \tau_{xy}n_y + \tau_{xz}n_z, \quad (12)$$

возникающих на поверхности ζ и определяемых через градиенты поля скоростей

$$\tau_{xy} = \mu_t \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_\zeta, \quad \tau_{xz} = \mu_t \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_\zeta.$$

Здесь n_x, n_y — компоненты нормалей к поверхности ζ .

В свою очередь изменение донной поверхности ζ приводит к изменению геометрии расчетной области Ω , влекущему за собой изменение гидравлического сопротивления потока и уровня его свободной поверхности H .

Неопределенность, возникающая в связи с подвижностью свободной поверхности потока H , при решении задачи (1)–(12) требует для своего устранения введения дополнительного условия, с помощью которого можно определить уровень свободной поверхности потока и береговую линию, соответствующую полученному уровню. В качестве дополнительного условия задачи было выбрано условие постоянства гидродинамического расхода в процессе деформации донной поверхности:

$$\int_{\Omega} u \, dy \, dz = Q_0, \quad (13)$$

где Q_0 — заданный руслоформирующий расход.

Учет турбулентности потока осуществлялся применением простой алгебраической модели турбулентности [15], в которой турбулентная вязкость задается соотношением

$$\mu_t = \mu_* u, \quad (14)$$

где $\mu_* = \text{const} > 0$.

С учетом (14) уравнение (1) можно привести к следующему виду:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) + Z = 0, \quad (15)$$

где $w = u^2$, Z — параметр гидродинамической нагрузки

$$Z = \frac{2\rho_w g \sin \alpha}{\mu_*}. \quad (16)$$

2. Метод решения гидродинамической задачи

Для решения задачи (15) применялся метод конечных элементов в формулировке Галеркина. При построении дискретного аналога уравнения (15) для скорости w использовалась симплекс-аппроксимация

$$w = L_\alpha(x, y) w_\alpha, \quad \alpha = \overline{1, 3}, \quad (17)$$

с учетом которой дискретный аналог задачи (1) имеет вид

$$\bigcup_{e=1}^{N_e} (K_{\alpha\beta}^e w_\beta = F_\alpha^e), \quad \alpha, \beta = \overline{1, 3}, \quad (18)$$

где

$$K_{\alpha\beta}^e = \int_{S^e} \nabla_k L_\alpha \nabla_k L_\beta dS, \quad (19)$$

$$F_\alpha^e = \int_{S^e} Z dS, \quad (20)$$

N_e — количество конечных элементов в расчетной области Ω^n , L_α — трехузловые симплекс-функции:

$$L_1 = \frac{1}{2S} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y], \quad (21)$$

$$L_2 = \frac{1}{2S} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y], \quad (22)$$

$$L_3 = \frac{1}{2S} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y], \quad (23)$$

$$S^e = \frac{1}{2} (y_1 x_2 + y_2 x_3 + y_3 x_1 - y_2 x_1 - y_3 x_2 - y_1 x_3), \quad (24)$$

S^e — площадь e -го конечного элемента, x_k, y_k — координаты вершин e -го конечного элемента.

Учитывая, что частные производные от функций (21)–(23) являются константами, и используя обозначения

$$a_\alpha = \frac{y_\beta - y_\gamma}{2S^e} = \frac{h_\alpha}{2S^e}, \quad b_\alpha = \frac{x_\gamma - x_\beta}{2S^e} = -\frac{l_\alpha}{2S^e}, \quad (25)$$

запишем выражения (19) и (20) в виде

$$K_{\alpha\beta}^e = \frac{1}{4S^e} \begin{bmatrix} l_1^2 + h_1^2 & l_1 l_2 + h_1 h_2 & l_1 l_3 + h_1 h_3 \\ l_2 l_1 + h_2 h_1 & l_2^2 + h_2^2 & l_2 l_3 + h_2 h_3 \\ l_3 h_1 + h_3 h_1 & l_3 l_2 + h_3 h_2 & l_3^2 + h_3^2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$F_\alpha^e = \frac{Z S^e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Решение задачи (1) с граничными условиями (6), (8) на основе дискретного аналога (18), (26), (27) позволяет получить распределение поля скорости в области Ω и рассчитать касательные напряжения на поверхности дна.

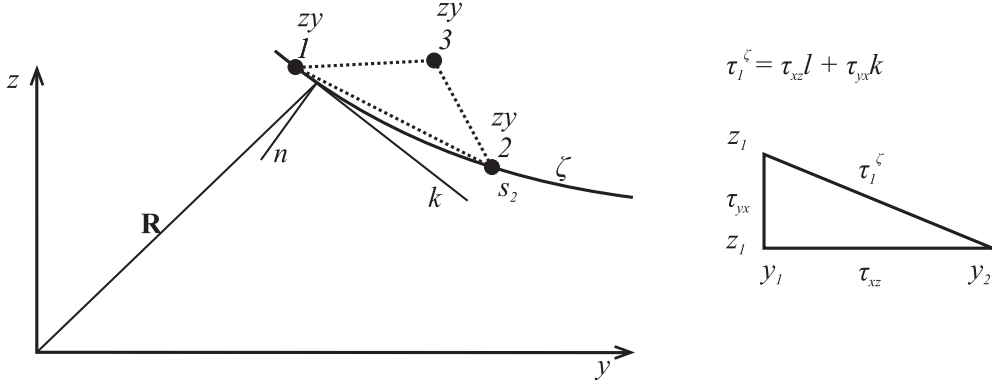


Рис. 2. Грань конечного элемента на границе сопряжения — дне канала

При расчете касательных напряжений на поверхности дна полагаем, что система координат s_k связана с системой координат $x_k = (x, y, z)$ как $s_1 = x$, $s_2 = s_2(y, z)$ и границу $\zeta = \zeta(y, z)$ на каждом линейном элементе донной поверхности можно описать через радиус-вектор \mathbf{R} (рис. 2), проведенный от начала координат x_i до поверхности дна ζ :

$$\mathbf{R} = y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3, \quad (28)$$

где \mathbf{e}_k — единичные орты системы координат x_i .

Вычислим через производную радиуса-вектора по границе ζ

$$\mathbf{R}_\zeta = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \zeta} = \frac{\partial y}{\partial \zeta} \mathbf{e}_2 + \frac{\partial z}{\partial \zeta} \mathbf{e}_3 = (y_2 - y_1) \mathbf{e}_2 + (z_2 - z_1) \mathbf{e}_3 \quad (29)$$

единичный вектор, касательный к ζ ,

$$\mathbf{k} = \frac{y_{,\zeta} \mathbf{e}_2 + z_{,\zeta} \mathbf{e}_3}{\sqrt{y_{,\zeta}^2 + z_{,\zeta}^2}} = \frac{(y_2 - y_1) \mathbf{e}_2 + (z_2 - z_1) \mathbf{e}_3}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}, \quad (30)$$

и вектор внешней нормали (ось нормали направлена в дно, от жидкости)

$$\mathbf{n} = \frac{R_{,\zeta} \times (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3)}{|R_{,\zeta} \times (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3)|} = \frac{(z_2 - z_1) \mathbf{e}_2 - (y_2 - y_1) \mathbf{e}_3}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}. \quad (31)$$

Используя проекции репера дна на орты e_i , получим соотношения для направляющих косинусов

$$\begin{aligned} n_x &= e_1, \\ n_y &= \mathbf{n} \mathbf{e}_2 = \cos(\mathbf{n}, \mathbf{e}_2) = \frac{(z_2 - z_1)}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}, \\ n_z &= \mathbf{n} \mathbf{e}_3 = \cos(\mathbf{n}, \mathbf{e}_3) = \frac{(y_2 - y_1)}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}. \end{aligned} \quad (32)$$

С помощью (32) легко найти проекции касательных напряжений τ_{zx} , τ_{zy} на ось $\tau_1^\zeta \left| \tau_1^\zeta \right|^{-1}$, получив $\tau_1^\zeta = \tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z$ или

$$\tau_1^\zeta = \frac{\mu_t}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \left[\frac{\partial u}{\partial y} (z_2 - z_1) - \frac{\partial u}{\partial z} (y_2 - y_1) \right], \quad (33)$$

где согласно (17)–(21) для каждого e -го конечного элемента имеем

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2S^e} [(z_2 - z_3)u_1 + (z_3 - z_1)u_2 + (z_1 - z_2)u_3], \quad (34)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2S^e} [(y_3 - y_2)u_1 + (y_1 - y_3)u_2 + (y_2 - y_1)u_3]. \quad (35)$$

3. Метод решения задачи донных деформаций

Для решения задачи (2), (9)–(11) использовался метод контрольных объемов. Применение к уравнению (2) стандартной [16] процедуры контрольно-объемной дискретизации (рис. 3) позволило построить в расчетной области $\partial\Omega^n = \Gamma_1 \cup \Gamma_4$ следующий дискретный аналог:

$$a_k \zeta_k^{n+1} = a_{k+1} \zeta_{k+1}^{n+1} + a_{k-1} \zeta_{k-1}^{n+1} + a_k^0 \zeta_k^n, \quad (36)$$

где

$$a_{k-1} = \frac{A_{k-}}{\delta l_{k-}}, \quad a_{k+1} = \frac{A_{k+}}{\delta l_{k+}}, \quad a_k^0 = \frac{\Delta l_k}{\Delta t}, \quad a_k = a_{k-1} + a_{k+1} + a_k^0, \quad (37)$$

$$\Delta l_k = \sqrt{(y_{k+} - y_{k-})^2 + (z_{k+} - z_{k-})^2}, \quad (38)$$

$$\delta l_{k+} = \delta l_{(k+1)-} = \sqrt{(y_{k+1} - y_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2}. \quad (39)$$

При выводе дискретного аналога полагаем, что донная поверхность $\zeta = \zeta(y, z)$ в системе координат s_k определена на каждом контрольном объеме как $\zeta = \zeta(s_2)$ и справедлива следующая линейная аппроксимация дна ζ^h :

$$\zeta^h = \left(1 - \frac{s_2}{\delta l_k}\right) z_{k-} + \frac{s_2}{\delta l_k} z_{k+} \quad (40)$$

или

$$\zeta^h = \left(1 - \frac{\cos \gamma_k s_2}{(y_{k+} - y_{k-})}\right) z_{k-} + \frac{\cos \gamma_k s_2}{(y_{k+} - y_{k-})} z_{k+}, \quad (41)$$

где

$$\Delta l_k = \frac{(y_{k+} - y_{k-})}{\cos \gamma_k},$$

$$\cos \gamma_k = \frac{(y_{k+} - y_{k-})}{\sqrt{(y_{k+} - y_{k-})^2 + (z_{k+} - z_{k-})^2}}. \quad (42)$$

Формулы (40) и (41) позволяют определить начальные условия дискретной задачи (36)–(39) по функции дна ζ , заданной в системе координат (y, z) .

После вычисления значений донных деформаций $\Delta \zeta_k = \zeta_k^{n+1} - \zeta_k^n$ в каждом узле k -го контрольного объема текущего $(n+1)$ -го временного слоя для определения значений координат z_i в геометрических узлах контрольных объемов использовалась следующая формула перехода:

$$z_k = z_{k+} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \zeta_k}{\cos \gamma_k} + \frac{\Delta \zeta_{k+1}}{\cos \gamma_{k+1}} \right), \quad (43)$$

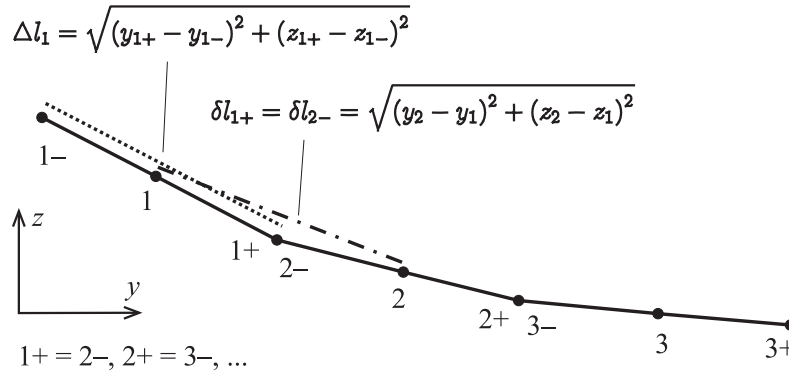


Рис. 3. Определение значений координат z_i в геометрических узлах

при этом горизонтальные координаты y_i остаются фиксированными ввиду малости об- щих углов уклонов γ_k .

При решении дискретной задачи (36)–(41) на каждом шаге по времени, для каждого k -го контрольного объема, для которого выполнялось условие $D_k > 0$, контролирова- лось ограничение устойчивости схемы по времени

$$\Delta t < \frac{\min(\Delta l_k)}{2 \min(D_k)}. \quad (44)$$

Особенностью алгоритма решения задачи является проводимая на каждой итерации сеточная шивка, необходимая для передачи функции напряжений τ_1^ζ , вычисляемых по формуле (33), из расчетной области гидродинамической задачи Ω^n в расчетную область задачи донных деформаций $\partial\Omega^n$. Для проведения шивки использовался метод Галер- кина

$$\bigcup_{k=1}^M \left(\int_{L_E} N_\alpha^k N_\beta^k \tau_{1\beta}^{\zeta k} dl = \int_{L_E} N_\alpha^k \sum_{k=0}^e K_\gamma \tau_{1\gamma}^\zeta dl \right), \quad (45)$$

где $N_1^k = 1 - \frac{s}{\delta l_{k+}}$, $N_2^k = \frac{s}{\delta l_{k+}}$ — линейные функции формы, зависящие от локальной координаты s , получаемые для линейной интерполяции геометрии донной поверх- сти между узлами контрольных объемов; $\tau_{1\beta}^{\zeta k}$ — значения касательного напряжения в узлах β k -х конечных элементов; K_γ — линейные функции формы, получаемые для подынтервалов границы конечно-элементной сетки, попадающих на участок дна l_{k+} .

4. Контроль расхода гидродинамического потока

Деформации дна, вызванные перемещением донного материала и определяемые из ре- шения связной задачи (1)–(11), приводят к тому, что с изменением геометрии дна ζ изменяется уровень свободной поверхности потока H .

Изменения уровня свободной поверхности обусловлены:

- изменением профиля живого сечения потока;
- изменением гидравлического сопротивления нового профиля.

Для учета этих факторов и выполнения условия постоянства расхода потока (13) на каждом n -м шаге по времени для коррекции уровня свободной поверхности H_k^n вы- полнялся итерационный процесс (k). Данный процесс необходим для согласования поля

скоростей u^n , реализующихся в области Ω^n , определяемой геометрией дна ζ^n и уровнем свободной поверхности H^n :

$$H_{k+1}^n = \beta_r H_k^n + \gamma_r \left(\frac{Q_0}{Q_k} (H_k^n - \zeta_m^n) + \zeta_m^n \right), \quad (46)$$

где

$$\beta_r = \frac{\alpha_r}{\alpha_r + \Delta t}, \quad \gamma_r = \frac{\Delta t}{\alpha_r + \Delta t},$$

H_{k+1}^n, H_k^n — уточняемые уровни свободной поверхности речного потока на n -м временном шаге; $Q_k = \int_{\Omega_k^n} u_k^n d\Omega$ — значение расхода речного потока, полученное для уровня свободной поверхности H_k^n ; Q_0 — заданный расход речного потока; Ω_k^n — площадь живого сечения потока на k -й итерации; Δt — временной шаг; $\zeta_m^n = \min \zeta^n$ — минимальный уровень дна канала; α_r — коэффициент релаксации схемы, принимающий значение, близкое к Δt .

Изменения уровня свободной поверхности H_k^n и уровня донной поверхности ζ^n на каждом из шагов n k -связного интегрирования задачи (1)–(11) приводят к изменению геометрии расчетной области Ω . В связи с чем на каждом шаге связывания возникает необходимость в вычислении новой конечно-элементной сетки Ω_k^n для области Ω . Для построения конечно-элементной сетки Ω_k^n использовался фронтальный метод.

5. Результаты численных расчетов

На основе модели (1)–(11) и алгоритмов, рассмотренных в разд. 2–4, выполнена программная реализация задачи с рядом вычислительных экспериментов.

Все вычислительные эксперименты проводились при следующих физико-механических и гранулометрических параметрах: $\kappa = 0.4$, $\varepsilon = 0.5$, $\rho_s = 1700$ кг/м³, $\rho_w = 1000$ кг/м³, $g = 9.81$ м/с², а также геометрических параметрах $H_0 = 0.09$ м, $h_0 = 0.05$ м, $\psi = 15^\circ$, $L_0 = 1$ м, определявших расчетную область, представленную на рис. 1.

Численные эксперименты показали, что эволюция берегового профиля из исходного трапецевидного русла происходит в несколько этапов.

На первом этапе деформируется поперечное сечение канала без увеличения его ширины. В зависимости от величины критического напряжения данная деформация может развиваться как на части берегового склона, так и на всем береговом склоне (рис. 4 и 5). В процессе донных деформаций на этом этапе материал с размываемого склона переносится в глубоководную часть русла. Первый этап заканчивается в момент, когда излом дна на краю размываемой области затопленного берегового склона достигает угла, близкого к углу внутреннего трения. С этого момента времени начинается второй этап донных деформаций.

Геометрия русла на втором этапе формируется при тесном взаимодействии двух механизмов: диффузионного турбулентного переноса частиц в глубоководной части русла и обрушения подмываемого берегового склона.

Условия развития поперечного сечения канала, в которых происходит доминирование лавинных механизмов переформирования берега, связаны с наличием высоких берегов русла. В этих случаях за счет диффузионно-турбулентного переноса донного материала в относительно узкой придонной области подмывается береговой откос

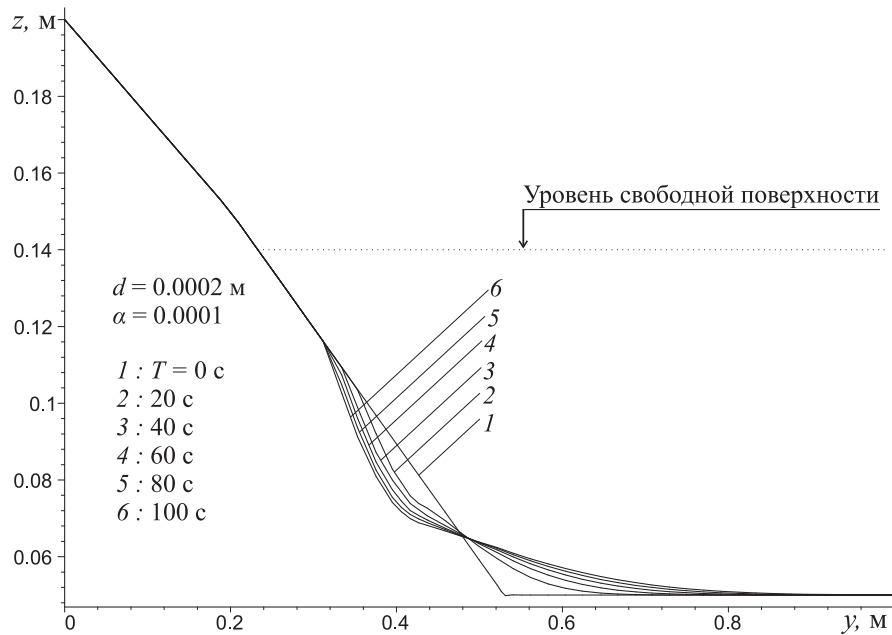


Рис. 4. Наличие береговой отмели

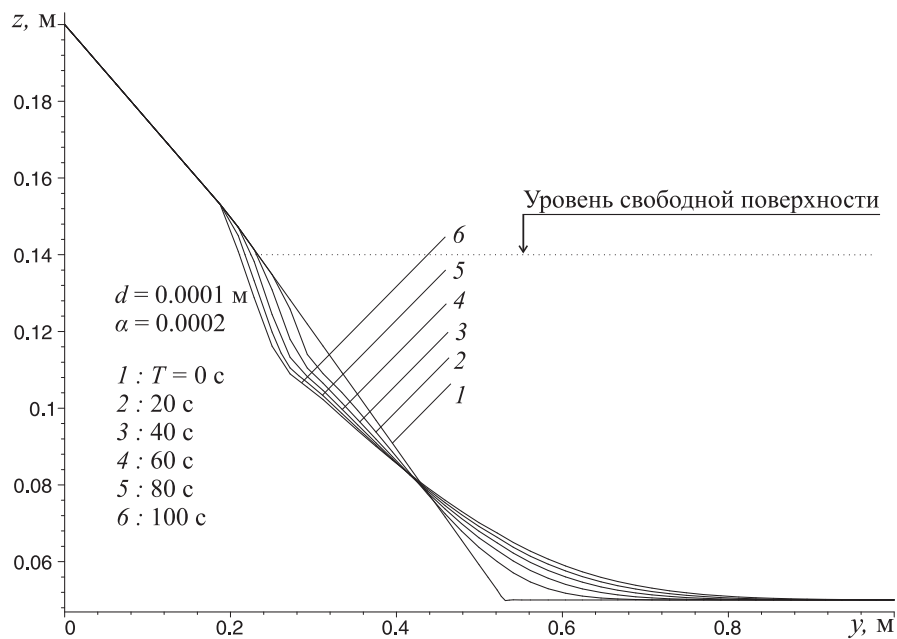


Рис. 5. Отсутствие береговой отмели

до углов, превышающих угол внутреннего трения донного материала, с последующим обрушением берегового склона.

При этом руслоформирующие расходы и создают степенные формы профиля донной поверхности, которые согласно работе [17] можно описать степенной кривой

$$h^* = 1 - b_*^\beta, \quad (47)$$

где $h^* = H/H_0$, $b_* = y/B$, H_0 — глубина по оси симметрии канала, B — полуширина канала по свободной поверхности воды. В работе [17] показано, что значения β обыч-

но находятся в диапазоне 1.5–3 и определяются максимальными руслоформирующими расходами, имеющими характерную продолжительность от нескольких дней (для малых рек) до полутора месяцев (для крупных рек).

На рис. 6 показаны безразмерные формы донного профиля, полученного за характерный руслоформирующий период $T = 150$ ч. Из представленных расчетных профилей видно, что скорость роста параметра наполнения профиля β зависит от значения гидродинамической нагрузки Z . Так, при $Z = 52.76$, изменение угла внутреннего трения φ

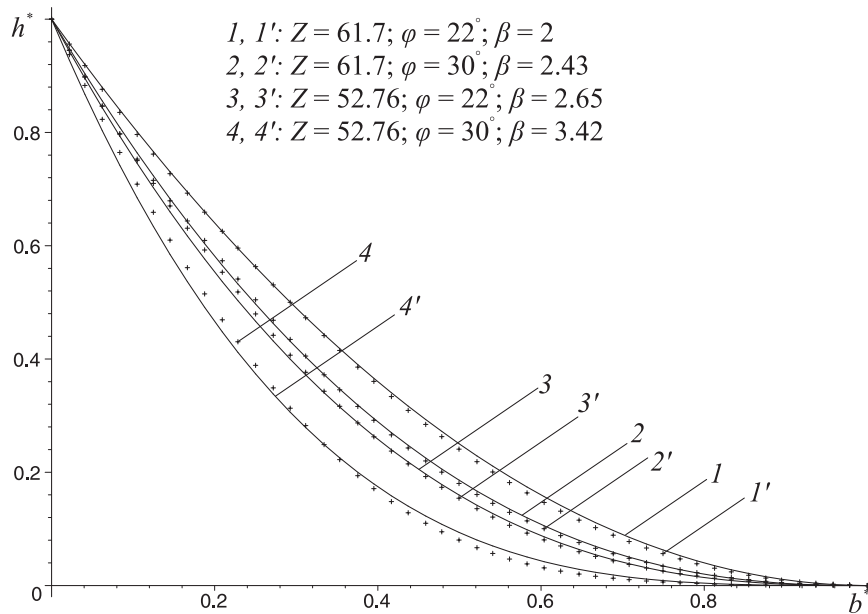


Рис. 6. Зависимость наполненности донного профиля от гидродинамической нагрузки и угла внутреннего трения донного материала

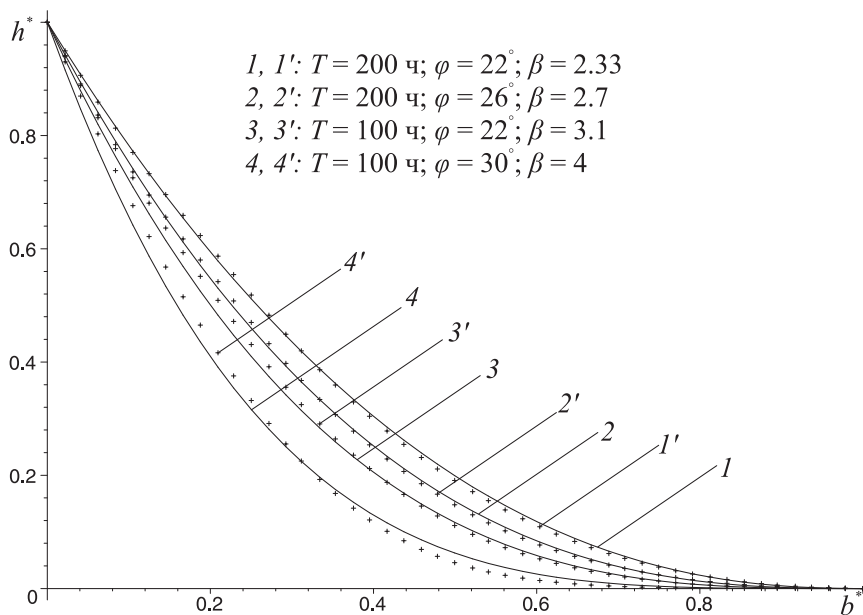


Рис. 7. Эволюция донного профиля при постоянной гидродинамической нагрузке

на 8° (с 22° до 30°) приводит к увеличению значения β на 29%. Аналогичные изменения при $Z = 61.7$ приводят к увеличению β только на 21%. Следовательно, уменьшение гидродинамической нагрузки Z приводит к формированию более наполненного профиля дна канала за одинаковый период времени.

На рис. 7 приведены безразмерные формы донного профиля, полученного при одинаковой гидродинамической нагрузке Z , в зависимости от продолжительности характерного руслоформирующего периода T . Из представленных расчетных профилей видно, что увеличение руслоформирующего периода T приводит к уменьшению параметра наполнения профиля русла β . Причем, параметр наполнения профиля β уменьшается быстрее при малых углах внутреннего трения φ .

Заключение

В работе были получены следующие результаты.

Сформулирована математическая постановка задачи об эволюции поперечного сечения канала.

На основе комбинации метода конечных элементов и метода контрольного объема предложен алгоритм решения задачи об эволюции поперечного сечения канала.

Рассмотрены закономерности эволюции каналов, имеющих начальный поперечный профиль трапецевидной формы. Исследовано влияние параметров Z , T , φ на получаемый расчетный показатель наполненности поперечного профиля русла β . Получено хорошее согласование расчетных поперечных профилей русла с экспериментальными данными [17].

Список литературы

- [1] KENNEDY R.G. The prevention of silting in irrigation canals // Proc. Inst. of Civil Engrs. 1894. Vol. 69. P. 281–290.
- [2] ГРИШАНИН К.В. Устойчивость русел, рек и каналов. Л.: Гидрометеиздат, 1974. 144 с.
- [3] ЧИКОВ В.В. Заиление ирригационных каналов. Петроград, 1915. Вып. I и II. 117 с.
- [4] GLOVER R.E., FLOREY Q.L. Stable Channel Profiles. Washington: U. S. Bureau of Reclamation, 1951.
- [5] PARKER G. Self-formed straight channels with equilibrium banks and mobile bed. Part 2. The gravel river // J. Fluid Mech. 1978. Vol. 89, N 1. P. 127–146.
- [6] DIPLAS P., VIGILAR G. G. Hydraulic geometry of threshold channels // J. Hyd. Engr., ASCE. 1992. Vol. 118, N 4. P. 597–614.
- [7] DIPLAS P. Characteristics of self-formed straight channels // J. Hyd. Engr., ASCE. 1990. Vol. 116, N 5. P. 707–728.
- [8] STEBBINGS J. The shape of self-formed model alluvial channels // Proc. Inst. Civil Engrs. 1963. N 25. P. 485–510.
- [9] DIPLAS P., VIGILAR G. Hydraulic geometry of stable channels with active beds designed for maximum flow conveyance // 3rd Intern. Conf. on Hydro-Science and Engineering Brandenburg University of Technology at Cottbus / Germany, Berlin, August 31 — September 3, 1998.
- [10] ПЕТРОВ А.Г., ПЕТРОВ П.Г. Вектор расхода наносов в турбулентном потоке над размываемым дном // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 2. С. 102–112.

- [11] КАРАУШЕВ А.В. Теория и методы расчета речных наносов. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 270 с.
- [12] БЕЛОЛИПЕЦКИЙ В.М., ГЕНОВА С.Н. Вычислительный алгоритм для определения динамики взвешенных наносов и донных наносов в речном русле // Вычисл. технологии. 2004. Т. 9, № 2. С. 9–25.
- [13] ПОТАПОВ И.И. Двумерная модель транспорта донных наносов для рек с песчаным дном // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 3. С. 1–9.
- [14] JEROLMACK D.J., MONRIG D. A unified model for subaqueous bed form dynamics // Water Resources Research. 2005. Vol. 41, N 12. P. W12421.1–W12421.10.
- [15] ГРИШАНИН К.В. Теория руслового процесса. М.: Транспорт, 1972. 216 с.
- [16] ПАТАНКАР С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. М.: Энергоиздат, 1984. 148 с.
- [17] DENG Z.Q., DE LIMA M.I.P. Predicting transverse turbulent diffusivity in straight alluvial rivers // Engenharia Civil. 2003. Vol. 16, N 3. P. 43–50.

*Поступила в редакцию 20 марта 2009 г.,
в переработанном виде — 23 июня 2009 г.*