Разработка и реализация математической модели геомеханического состояния горного массива, вмещающего угольный пласт и пройденную по нему выработку

Н.В. ЧЕРДАНЦЕВ^{1,*}, С.В. ЧЕРДАНЦЕВ²

¹Федеральный исследовательский центр угля и углехимии СО РАН, Кемерово, Россия ²Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева, Кемерово, Россия

*Koнтактный e-mail: nvch2014@yandex.ru

Разработана модель геомеханического состояния массива, упругого по деформациям, но анизотропного по прочности. Модель учитывает, что характеристики прочности угольного пласта значительно ниже характеристик прочности вмещающего массива, и поэтому предполагает наличие зон неупругих деформаций. Диаграмма условных напряжений пласта представлена тремя участками: упругим, участком линейного разупрочнения и участком деформирования при постоянном остаточном напряжении. В процессе реализации модели получен ряд зависимостей размеров предельно напряженной зоны пласта в окрестности горной выработки от его коэффициента крепости.

Ключевые слова: анизотропный массив горных пород, угольный пласт, предел прочности, остаточная прочность пласта, угол внутреннего трения, предельно напряженная зона, круг Мора, зоны нарушения сплошности, горная выработка.

Введение

Получение количественных оценок геомеханического состояния массива горных пород является важнейшей задачей как на стадии строительства угледобывающего предприятия, так и в процессе его эксплуатации. Особенно остро эта задача встает при сооружении выработок на больших глубинах, где породы под действием значительного горного давления переходят в предельное состояние, существенно изменяют напряженно-деформированное состояние массива (НДС) около выработок, в результате чего резко возрастает вероятность возникновения горных ударов, внезапных выбросов газа и горной массы [1].

Как правило, при исследовании НДС массив осадочных горных пород, вмещающий угольные пласты, моделируется невесомой упругой средой, обладающей прочностной анизотропией с регулярными и нерегулярными поверхностями ослабления. К регулярным поверхностям ослабления относят слоистость и кливаж, а к нерегулярным — дизъюнктивные нарушения и "перемятые" породные пласты. Расстояние между регулярны

© ИВТ СО РАН, 2017

ми поверхностями хотя и малая, но конечная величина [2–5]. Характеристики прочности массива по поверхностям ослабления ниже, чем по другим направлениям, но в то же время между поверхностями ослабления порода обладает свойствами однородности, сплошности, изотропности.

Ввиду наличия поверхностей ослабления массив горных приобретает анизотропные свойства, поскольку на площадках, принадлежащих поверхностям ослабления, прочность пород существенно отличается от прочности самого массива. Поэтому оценка геомеханического состояния такого массива производится в рамках модели анизотропного по прочности массива горных пород, при построении которой приняты два допущения. Во-первых, на этапе отыскания поля напряжений в массиве вокруг выработки предполагается, что массив сплошной и однородный. Во-вторых, условие прочности Мора используется не для всех точек массива, а только для принадлежащих поверхностям ослабления [3–5]:

$$|\tau_{\nu}| \leqslant \sigma_{\nu} \operatorname{tg} \rho' + K', \quad \sigma_{\nu} \leqslant \sigma_{p}.$$

$$\tag{1}$$

Здесь ρ' и K' — угол внутреннего трения и коэффициент сцепления по поверхностям ослабления; σ_p — предел прочности на растяжение в направлении, перпендикулярном поверхностям ослабления. При этом касательные τ_{ν} и нормальные σ_{ν} напряжения на поверхностях ослабления связаны с решениями второй внешней краевой задачи теории упругости формулами преобразования напряжений при повороте координатных осей.

Следует особо отметить, что в модели деформирование слоев при их скольжении и связанное с этим изменение напряжений в массиве не учитываются. Однако применение модели позволяет найти внешние границы областей массива, примыкающих к выработке, в которых происходит разрушение пород по поверхностям ослабления.

Области, в которых нарушаются условия (1), называют зонами нарушения сплошности (ЗНС). По их состоянию можно судить о последствиях техногенного воздействия на анизотропный массив. Их размеры дают количественную оценку его нарушенности и позволяют оценить устойчивость и выработки, и окружающих ее пород. Границы ЗНС, построенные для массива с регулярными поверхностями ослабления, по которым коэффициент сцепления равен нулю, имеют наибольшие размеры, они охватывают границы ЗНС массива и с нерегулярными поверхностями. По ним легко оценить предельное состояние массива вдоль любой поверхности ослабления. Для этого достаточно найти ее положение относительно ЗНС. Если поверхность ослабления пересекает ЗНС, то массив находится в предельном состоянии.

На практике для выбора анкерной крепи и расчета ее параметров конфигурации и размеров ЗНС в массиве вокруг выработки бывает вполне достаточно, поскольку реальные разрушения породных слоев и ее вывалы происходят именно из зон нарушения сплошности. Поэтому на шахтах Кузбасса метод упругого наложения положительно зарекомендовал себя в расчетах массива с выработками, закрепленными анкерной крепью [6].

В принятой модели поле напряжений определяется с помощью метода граничных элементов в форме фиктивных нагрузок. Метод включает нескольких этапов. На первом этапе отыскивается решение второй внешней краевой задачи теории упругости для сингулярного интегрального уравнения Фредгольма второго рода [7] относительно неизвестных компонентов вектора распределенной фиктивной нагрузки

$$\frac{1}{2}a_q(Q_O) - \int_O \Phi_{qm}(Q_O, M_O)a_m(M_O)dO_{M_O} = \sigma_{e.qm}n_m(Q_O) - F_q(Q_O).$$
(2)

В уравнении (2) приняты следующие обозначения: a_q , a_m — компоненты вектора распределенной фиктивной нагрузки на поверхности выработки (индексы q, m попеременно принимают значения 1, 2, 3; цифра 1 соответствует оси x, 2 — оси y, 3 — оси z); O область интегрирования, представляющая поверхность (контур) выработки; Q_O , M_O точки на поверхности этой области; $q_m(Q_O, M_O)$ — компоненты тензора Грина; dO_{M_O} дифференциал поверхности в окрестности точки M_O ; $n_m(Q_O)$ — компоненты вектора нагрузки, приложенной к поверхности выработки в точке Q_O ; $F_q(Q_O)$ — компоненты вектора нагрузки, приложенной к поверхности выработки изнутри в виде реакции крепи; $\sigma_{e,qm}$ — компоненты тензора естественного поля в не тронутом горными работами массиве и при отсутствии тектонических напряжений представляются в следующем виде:

$$\sigma_{e.y} = \sigma_{e.22} = \lambda \gamma H, \quad \sigma_{e.z} = \sigma_{e.33} = \gamma H, \quad \tau_{e.yz} = \sigma_{e.23} = 0.$$

Построение решения уравнения (2) основано на аппроксимации поверхности выработки граничными элементами и на применении метода механических квадратур [8, 9] или метода последовательных приближений [9].

Найденные из (2) напряжения в точках расчетной области массива суммируются с напряжениями исходного поля и напряжениями от действия фиктивной нагрузки, представляющими собой решения Кельвина задачи о действии на бесконечную среду сосредоточенной силы [7, 10]. Описанная процедура, именуемая методом граничных элементов, применялась в [11, 12].

Относительные размеры ЗНС массива оцениваются коэффициентом нарушенности k_n , который определяется как отношение площади ЗНС к площади поперечного сечения выработки. На основе этого коэффициента проведены исследования состояния нарушенности массива с регулярными поверхностями ослабления в окрестности системы выработок [13].

Отметим также важное обстоятельство. Как показывают результаты расчетов, учет в модели упругих констант пласта, отличающихся от констант массива, практически не сказывается на величинах напряжений и размерах ЗНС [14].

1. Решение задачи о геомеханическом состоянии анизотропного массива в окрестности пластовой выработки

Для небольших глубин и достаточно прочных угольных пластов применение упругой модели для оценки состояния массива около выработки, пройденной по угольному пласту, вполне правомерно. Однако на большой глубине ведения горных работ в краевой части пласта образуются предельно напряженные зоны, в которых возникают неупругие деформации. При этом размеры этих зон могут быть определены лишь приближенно [15]. Наличие предельно напряженных зон изменяет поле напряжений в массиве, что, в свою очередь, существенно изменяет геомеханическое состояние горного массива.

В настоящей статье описана модель геомеханического состояния горного массива, учитывающая наличие предельно напряженных краевых зон угольного пласта и такие факторы как:

- 1) трасса выработки и направление щели параллельны, а их размеры вдоль оси *х* значительно превосходят размеры в плоскости 0*yz*, поэтому породы в окрестности выработки и щели находятся в условиях плоской деформации;
- 2) прочность пласта значительно ниже прочности вмещающих его пород;

3) сжимающие нормальные напряжения положительны, а растягивающие отрицательны.

Рассмотрим следующую задачу. Пусть в массиве горных пород, моделируемом невесомой плоскостью с регулярными поверхностями ослабления, имеется выработка прямоугольного сечения размерами $b \times h$, пройденная на глубине H по пласту мощностью m = h. Массив нагружен гравитационным давлением γH (γ — средневзвешенный объемный вес налегающих пород), а по бокам — давлением $\lambda \gamma H$ (λ — коэффициент бокового давления). Поверхности ослабления заданы нормалью $\boldsymbol{\nu}_0$, которая образует угол α с вертикальной осью z, а проекция нормали на горизонтальную плоскость xy образует с трассой выработки угол β (рис. 1). Требуется определить поле напряжений в массиве и построить зоны нарушения его сплошности в окрестности выработки при условии, что предельно напряженные краевые зоны угольного пласта образуются априори.

Сформулированная задача состоит из нескольких задач. Вначале рассмотрим задачу о состоянии массива в предельно напряженной зоне, где возникают линии скольжения и три участка (сверху и снизу от оси y) (рис. 1) с характерными особенностями состояния пласта. VCN — участок предельного одноосного сжатия длиной L_k . Участки $V_1BCNGDC_1$ и $VCDG_1N_1C_1B$ размером L_{pr} являются зонами Прандтля, а GDG_1P_1P размером L_p представляет собой пластический участок пласта.

В области выпирания, представляющей собой призму VBV_1 , пласт испытывает одноосное сжатие, причем главное напряжение σ_1 , равное пределу прочности на одноосное



Рис. 1. Расчетная схема задачи: 1 — выработка; 2 — упруго деформирующаяся часть угольного пласта; 3 — предельно напряженные краевые зоны угольного пласта, размер каждой из которых L_{OT}

сжатие σ_0 , действует вдоль кромки обнажения и составляет угол ε с направлением системы изогональных линий скольжения. В области призмы $VCN(V_1C_1N_1)$ размером L_k пласт также испытывает одноосное сжатие, но главное напряжение действует вдоль линии $VN(V_1N_1)$.

Поскольку вдоль контактов пласта с окружающими породами возможно нарушение сплошности, проявляющееся в виде проскальзывания пласта, в них одновременно имеют место два предельных состояния — обыкновенное (для пласта) и специальное (для контакта пласта с вмещающими породами) [15, 16], что демонстрируется кругом напряжений Мора на рис. 2. Видно, что первая площадка скольжения с нормалью ν находится согласно критерию Кулона — Мора в точке касания круга напряжений и прямолинейной огибающей 1 предельного состояния для пласта с углом наклона ρ к оси абсцисс. Положение второй площадки с нормалью η найдено по критерию Мора — Кузнецова в результате пересечения с кругом напряжений прямолинейной огибающей 2 предельного состояния, составляющей угол наклона ρ' с осью абсцисс. Площадка с нормалью η совпадает с плоскостью контакта пласта с окружающими породами. Здесь ρ и ρ' — углы внутреннего трения, а K и K' — коэффициенты сцепления соответственно для пласта и его контакта с боковыми породами.

Угол θ между площадками с нормалями ν и η находим из рис. 2:

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(\rho - \rho') - \frac{1}{2} \arcsin\left[\frac{\sin\rho'}{\sin\rho}\left(1 - \frac{c}{\sigma_*}\right)\right],\tag{3}$$

где величины σ_* и σ'_* , определяемые по формулам

$$\sigma_* = c + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad \sigma'_* = c' + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2},$$

вытекающим из рис. 2, представляют собой приведенные напряжения соответственно в угольном пласте и на поверхности ослабления [4]. Величины c и c' выражаются че-



Рис. 2. Схема к определению углов ε , ω , φ , θ в предельно напряженной зоне

рез коэффициенты сцепления и углы внутреннего трения по формулам, приведенным на рис. 2.

Углы ε и ω образованы площадкой скольжения с нормалью ν и главными напряжениями σ_1 , σ_3 . Из рис. 2 видно, что они определяются по формулам

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}, \quad \omega = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}.$$

Угол раствора этих секторов $\Delta \varphi$ и одно семейство линий скольжения есть логарифмические спирали, а другое семейство — радиальные линии — определяются следующим образом [15]:

$$\Delta \varphi = \omega - \theta, \quad r = r_0 e^{-\Delta \varphi \operatorname{tg} \rho}$$

Здесь r_0 — отрезок $VB(V_1B)$, примыкающий к области выпирания VBV_1 ; r — граничный отрезок сектора Прандтля, равный отрезку VC (или V_1C_1).

Напряжения в зоне Прандтля вдоль соответствующей радиальной линии постоянны, а вдоль логарифмических спиралей изменяются экспоненциально [15]:

$$\sigma_D = \sigma_0 e^{4\Delta\varphi \operatorname{tg}\rho}.\tag{4}$$

На участках предельно напряженной зоны, расположенных правее линии скольжения DG (см. рис. 1), для определения углов θ необходимо знать приведенные напряжения в узловых точках на контактах целика с вмещающими породами. С этой целью воспользуемся приближенной формулой для приведенных напряжений, действующих вдоль оси y [15]:

$$\sigma_* = \sigma_{0*} e^{k(y-b/2)},$$

где приведенное напряжение на свободной кромке пласта σ_{0*} и параметр k определяются по формулам [15]

$$\sigma_{0*} = \frac{\sigma_0}{2\sin\rho}, \quad k = \frac{2}{m} \operatorname{tg}^2 \omega \operatorname{tg} \rho'.$$

Нормальные и касательные напряжения в предельно напряженной зоне на контакте пласта с боковыми породами выражаются очевидными соотношениями, вытекающими из рис. 2:

$$\sigma_{\eta} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\varphi, \quad \tau_{\eta} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin 2\varphi,$$

из которых получаются формулы для вычисления напряжений

$$\sigma_1 = \sigma_*(1 + \sin \rho) - c, \quad \sigma_3 = \sigma_*(1 - \sin \rho) - c,$$

$$\sigma_n = \sigma_*(1 - \sin \rho \cos 2\varphi) - c, \quad \tau_n = \sigma_* \sin \rho \sin 2\varphi,$$

где φ — угол между σ_1 и нормалью к поверхности ослабления.

Из рис. 2 следует связь между углом φ и углами θ , ε :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - (\varepsilon + \theta)$$

и вытекают еще два очевидных и важных соотношения

$$\left(K\operatorname{ctg}\rho + \frac{\sigma_0}{2}\right)\sin\rho = \frac{\sigma_0}{2}, \quad \left(K\operatorname{ctg}\rho + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)\sin\rho = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$
(5)

Преобразование зависимостей (5) позволяет получить связь между K и σ_0

$$\sigma_0 = \frac{2K\cos\rho}{1-\sin\rho},$$

а также условие предельного состояния согласно теории прочности Кулона-Мора

$$\sigma_1 - \frac{1 + \sin\rho}{1 - \sin\rho} \sigma_3 = \sigma_0. \tag{6}$$

Из формулы (6) следует, что левая часть, называемая эквивалентными напряжениями σ_i по теории Кулона — Мора, является постоянной величиной на всех участках предельно напряженной зоны. Следовательно, диаграмма условных напряжений $\sigma_i - \varepsilon_i$ (ε_i — эквивалентные деформации) соответствует диаграмме Прандтля (линия *OAB* на рис. 3). Участок *OA* диаграммы является зоной упругого деформирования пласта, а тангенс угла его наклона к оси абсцисс численно равен модулю упругости *E* пласта. В реальных условиях горные породы пласта на участках предельно напряженной зоны могут частично разрушаться, уменьшая предел прочности до величины остаточной прочности σ_{ost} [1, 2]. В этой связи для оценки напряженно-деформированного состояния породного массива используется идеализированная диаграмма Линькова деформирования пласта (линия *OACD* на рис. 3) [1], где имеются область разупрочнения (спада) *AC* пласта и область его остаточной прочности *CD*. Тангенс угла δ численно равен модулю спада *M*.

В задаче о состоянии массива с пластовой выработкой, где пласт деформируется согласно диаграмме Линькова, полагаем, что первый участок предельно напряженной зоны VN (см. рис. 1) соответствует горизонтальному участку CD диаграммы Линькова. На следующем участке NG напряжения также изменяются по формуле (4), но с заменой σ_0 на σ_{ost} . На участке GP параметры σ_{0*} и c в каждой точке изменяются пропорционально изменению эквивалентных напряжений на участке разупрочнения ACдиаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$. Если n — количество точек на участках AC и NG, а k — количество точек от C до K, то

$$\sigma_{0*} = \frac{\sigma_k}{2\sin\rho} = \frac{1}{2\sin\rho} \left[\sigma_{ost} + (\sigma_0 - \sigma_{ost}) \frac{k}{n} \right],$$
$$c = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin\rho} - 1 \right) \left[\sigma_{ost} + (\sigma_0 - \sigma_{ost}) \frac{k}{n} \right].$$
(7)



Рис. 3. Диаграммы условных напряжений Прандтля и Линькова деформирования пласта

Представленные выше зависимости полностью описывают состояние угольного пласта в предельно напряженной зоне и позволяют сформулировать граничные условия на контакте пласта с окружающими породами в краевой задаче теории упругости [4,7,9].

Вернемся ко второй внешней краевой задаче теории упругости для уравнения (3), в котором компоненты $F_q(Q_O)$ вектора нагрузки заменим компонентами напряжений $\sigma_{p.qm}$, действующими на контактах участков предельно напряженной зоны с вмещающим массивом, играющими роль отпора со стороны пласта. В силу этого уравнение (3) представим в следующем виде:

$$\frac{1}{2}a_q(Q_O) - \int_{O_1} \Phi_{qm}(Q_O, M_O)a_m(M_O)dO_{M_O} = (\sigma_{e.qm} - \sigma_{p.qm})n_m(Q_O).$$
(8)

Здесь O_1 — область интегрирования, представляющая поверхность (контур) выработки и предельно напряженной краевой части пласта размером L_{OT} .

Для части контура, относящегося непосредственно к кровле и почве выработки, в правой части уравнения (8) учитывается только слагаемое $\sigma_{e.qm}$, а на участках предельно напряженной зоны — и слагаемое $\sigma_{p.qm}$. Неизвестными в этом уравнении являются компоненты вектора фиктивной нагрузки и размер предельно напряженной зоны L_{OT} . Для их отыскания воспользуемся методом последовательных приближений. Он реализуется следующим образом.

Вначале задается размер L_{OT} , а после решения краевой задачи вычисляются полные напряжения вдоль линии, проходящей в кровле пласта за пределами предельно напряженной зоны. В кровле и почве выработки проекции p_z , p_y полного напряжения соответственно равны вертикальному σ_z и касательному τ_{yz} напряжениям. Затем на границе упругой и предельно напряженной зон сравниваются соответствующие напряжения. Если их значения различаются, то расчет повторяется при другом значении L_{OT} до тех пор, пока значения напряжений не совпадут.

2. Анализ полученных результатов

В качестве исходных данных приняты следующие параметры массива и выработки: $H = 800 \text{ м}, \lambda = 0.7, \gamma = 25 \text{ кH/m}^3, \rho = 20^\circ, E = 10^3 \text{ МПа}, M = 0.25E (E - \text{модуль})$ упругости), $\sigma_0 = 10 \text{ МПа}, K' = 0, \rho' = 10^\circ, \alpha = \beta = 0, b = 3 \text{ м}, h = 2 \text{ м}.$ Другие параметры варьировались.

На рис. 4 представлены эпюры напряжений σ_z и τ_{yz} , построенные в кровле пласта в предельно напряженной зоне (графики 1, 2) и в упругой области (графики 3, 4) при реализации метода последовательных приближений. Из рисунка следует, что значения напряжений в упругой области и предельно напряженной зоне совпадают в точке P, абсцисса которой равна размеру $a/2+L_{OT}$, а ординатой является значение σ_z на границе предельной и упругой областей. Отнесенная к γH она равна коэффициенту концентрации напряжений k_{σ} вокруг выработки. Согласно графикам размер $L_{OT} = 2.814$ м, а $k_{\sigma} = 1.683$. Точки V, N, G на рисунке являются границами участков предельно напряженной зоны в кровле пласта.

На рис. 5, *a* построены зоны нарушения сплошности массива около пластовой выработки при наличии предельно напряженных зон, которые показаны тонкими линиями. На рис. 5, *б* зоны нарушения сплошности массива построены около выработки в отсутствие пласта и предельно напряженных зон. Здесь же приведены значения коэффици-



Рис. 4. Графики нормальных и касательных напряжений в кровле пласта на конечном этапе метода последовательных приближений

ента нарушенности массива для этих вариантов. Сравнивая найденные коэффициенты нарушенности, мы видим, что площадь ЗНС около пластовой выработки в 2.17 раза превышает суммарную площадь ЗНС изотропного массива. При построении ЗНС принято, что K' = 0, а угол внутреннего трения ρ' по поверхностям ослабления, расположенным в массиве, равен углу ρ самого массива.

На рис. 6 приведены результаты вычислительного эксперимента, проведенного для ряда значений остаточной прочности пласта. В расчетах использовался коэффициент крепости пласта f по шкале проф. М.М. Протодьяконова, равный $0.1\sigma_0$, если σ_0 измеряется в мегапаскалях. На всех рисунках график 1 построен при $\sigma_{ost} = 0$, график 2— при $\sigma_{ost} = 0.75\sigma_0$, график 3— при $\sigma_{ost} = 0.5\sigma_0$, график 4— при $\sigma_{ost} = 0.25\sigma_0$.

На рис. 6, *а* представлены зависимости коэффициента концентрации напряжений от коэффициента крепости пласта, из которых видно, что все графики вогнуты, причем каждый из них имеет минимум. Следовательно, коэффициент концентрации возрастает как при уменьшении, так и при увеличении коэффициента крепости. Зависимости коэффициента нарушенности массива от коэффициента крепости пласта (рис. 6, δ) представ-



Рис. 5. Зоны нарушения сплошности массива около пластовой выработки



Рис. 6. Графики зависимости коэффициента концентрации напряжений k_{σ} (*a*), коэффициента нарушенности массива k_n (б) и размера предельно напряженной зоны L_{OT} от коэффициента крепости пласта (*в*)

ляют собой монотонно убывающие вогнутые кривые, которые на отрезке $f \in [0.5; 0.8]$ эквидистантны. Зависимости размеров предельно напряженной зоны пласта от коэффициента его крепости представлены практически эквидистантными вогнутыми кривыми, не имеющими экстремальных точек (рис. 6, *в*). Близость их взаимного расположения показывает, что величина остаточной прочности несущественно влияет на размер предельно напряженной зоны.

Выводы

1. Задача о геомеханическом состоянии углепородного массива в окрестности пластовой выработки с предельно напряженными краевыми зонами сведена ко второй внешней краевой задаче теории упругости для интегрального сингулярного уравнения относительно вектора фиктивной нагрузки. Решение задачи построено методом граничных элементов.

2. Показано что коэффициент нарушенности массива при наличии предельно напряженных зон в краевой части пласта превышает коэффициент нарушенности массива при отсутствии предельно напряженных зон более чем в два раза. 3. Установлено, что наличие в предельно напряженной зоне пласта участков с частичным его разрушением приводит к росту коэффициентов концентрации напряжений и нарушенности массива и увеличивает размер предельно напряженной зоны, причем тем значительнее, чем ниже остаточная прочность пласта.

Список литературы / References

 Петухов И.М., Линьков А.М. Механика горных ударов и выбросов. М.: Недра, 1983. 280 с.

Petukhov, I.M., Linkov, A.M. The mechanics of rock bursts and emissions. Moscow: Nedra, 1983. 280 p. (In Russ.)

- [2] Булычев Н.С. Механика подземных сооружений. М.: Недра, 1994. 382 с.
 Bulychev, N.S. Mechanics of underground structures. Moscow: Nedra, 1994. 382 p.(In Russ.)
- [3] Кузнецов Г.Н. Предельные состояния твердых горных пород с учетом пространственной ориентировки поверхностей ослабления // Тр. ВНИМИ. 1961. № 43. С. 98–112. Киznetsov, G.N. Limit state hard rock mining that takes into account spatial orientation of the attenuation surfaces // Trudy VNIMI. 1961. No. 43. Р. 98–112. (In Russ.)
- [4] Кузнецов Г.Н. Графические методы оценки предельных состояний трещиноватого массива вокруг горных выработок // Совр. пробл. механики горных пород: Тр. IV Всесоюз. конф. по механике горных пород. Л.: Наука, 1972. С. 30–44. Киznetsov, G.N. Graphical methods for assessment of limit states in a fractured massif around mine workings // Modern Problems of Rock Mechanics: Trudy IV Vsesoyuz. Konf. po Mekhanike Gornykh Porod. L.: Nauka, 1972. P. 30–44. (In Russ.)
- [5] Ержанов Ж.С., Изаксон В.Ю., Станкус В.М. Комбайновые выработки шахт Кузбасса. Опыт поддержания и расчет устойчивости. Кемерово: Кемеровское кн. изд-во, 1976. 216 с.

Erzhanov, Zh.S, Izakson, V.Yu., Stankus, V.M. Mining in Kuzbass. Experience in maintenance and calculation of stability. Kemerovo: Kemerovskoe Kn. Izd-vo, 1976. 216 p. (In Russ.)

- [6] Изаксон В.Ю., Черданцев Н.В., Ануфриев В.Е. Проявление горного давления в окрестности сопряжения двух выработок прямоугольного поперечного сечения и пути повышения его устойчивости // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2006. Вып. 4. С. 76–81. Izakson, V.Yu, Cherdantsev, N.V., Anufriev, V.E. The manifestation of rock pressure in the neighborhood of pairing of two workings rectangular cross sections and the ways for increasing its stability // Izv. TulGU. Tekhnicheskie Nauki. 2006. Vol. 4. С. 76–81. (In Russ.)
- [7] Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
 Lur'e, А.I. Theory of elasticity. Moscow: Nauka, 1970. 940 p. (In Russ.)
- [8] Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. М.: Наука, 1981. 688 с.
 Parton, V.Z., Perlin, P.I. Methods of mathematical theory of elasticity. Moscow: Nauka, 1981. 688 p. (In Russ.)
- [9] Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. 5-е изд. М.; Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
 Kantorovich, L.V., Krylov, V.I. Approximate methods of higher analysis. 5th ed. Moscow; Leningrad: Fizmatgiz, 1962. 708 p. (In Russ.)
- [10] Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с. Rabotnov, Yu.N. Mechanics of deformable solids. Moscow: Nauka, 1988. 712 р. (In Russ.)

- [11] Черданцев Н.В., Черданцев С.В. Зоны нарушения сплошности вокруг закрепленной сводчатой выработки // Вестн. КузГТУ. 2003. № 5. С. 16–18. Cherdantsev, N.V., Cherdantsev, S.V. Zone discontinuity around a fastened vaulted mine working // Vestn. KuzGTU. 2003. No. 5. P. 16–18. (In Russ.)
- [12] Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Об эффективности использования винтового стержня с целью повышения устойчивости выработок // Вестн. КузГТУ. 2004. № 1. С. 3–7. Cherdantsev, S.V., Cherdantsev, N.V. The effective use of coil spring to increase the stability of mine workings // Vestn. KuzGTU. 2004. No. 1. С. 3–7. (In Russ.)
- [13] Черданцев Н.В., Преслер В.Т., Изаксон В.Ю. Построение областей неустойчивости двухсвязного массива горных пород с прочностной анизотропией // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2009. № 8. С. 313–320. Cherdantsev, N.V., Presler, V.T., Izakson, V.Yu. The modelling of unstable zones of the doubly connected rock mass with the strength anisotropy // Mining Information and Analytical Bulletin. 2009. No. 8. P. 313–320. (In Russ.)
- [14] Черданцев Н.В., Преслер В.Т. Моделирование геомеханического состояния анизотропного по прочности неоднородного массива горных пород // Вестн. КузГТУ. 2011. № 3. С. 15–22.

Cherdantsev, N.V., Presler, V.T. Simulation of geomechanical condition non-isotropic on strength of non-uniform rock mass // Vestn. of KuzGTU. 2011. No. 3. P. 15–22. (In Russ.)

- [15] Фисенко Г.Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. М.: Недра, 1976. 272 с.
 Fisenko, G.L. Limit state of rocks around an excavation. Moscow: Nedra, 1976. 272 p. (In Russ.)
- [16] Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Наука, 1990. 272 с. Sokolovski, V.V. Statics of granular media. Moscow: Nauka, 1990. 272 р. (In Russ.)
- [17] Черданцев Н.В., Черданцев С.В. Разработка модели геомеханического состояния углепородного массива, вмещающего пластовую выработку // Безопасность труда в промышленности. 2014. № 11. С. 41–45.

Cherdantsev, N.V., Cherdantsev, S.V. Development of a model of the geomechanical state of the rock mass containing of mine working // Occupational safety in industry. 2014. No. 11. P. 41–45. (In Russ.)

Поступила в редакцию 25 марта 2016 г.

Development and implementation of a mathematical model of the geomechanical state coal rock mass, enclosing the coal seam and the mine working in it

CHERDANTSEV, NIKOLAY V.^{1,*}, CHERDANTSEV, SERGEY V.²

¹Federal Research Center of Coal and Coal Chemistry SB RAS, Kemerovo, 650065, Russia ²Kuzbass State Technical University of the name T.F. Gorbachev, Kemerovo, 650000, Russia

*Corresponding author: Cherdantsev, Nikolay V., e-mail: nvch2014@yandex.ru

During the construction and operation of coal mines at greater depths there are significant changes in the stress-strain state of massif around mine workings, therefore,

[©] ICT SB RAS, 2017

the likelihood of rock bursts, sudden outbursts of gas in clearing and preparatory faces of mine working increases dramatically.

With more objective and profound analysis of the geomechanical state of coal-rock mass the authors propose a mathematical model of the array based on the second exterior boundary value problem of elasticity theory for Fredholm integral equations of the second kind. The model takes the strength anisotropy of rocks into account and shows the difference between the values of the strength characteristics of the coal seam and enclosing rocks. Chart of conditional voltages consists of three parts: an elastic plot, the linear of the plot of decline stress and a plot of the residual strength.

In the process of implementation the model employs boundary element methods, mechanical quadratures for the solution of Fredholm equations and the method of successive approximations for finding the maximum size of the stressed zones of the formation. The regularities for the influence factor of the coal rock mass fortress on the size of the maximum-stressed zones and the coefficient of dislocation are revealed.

The most significant results of this paper are the following:

— it is established that the coefficient of the dislocation in the presence of extremely intense areas in the edge portion of stratum exceeds the coefficient of dislocation without extremely intense areas more than twice;

— it is shown that the presence of extremely tense area in the reservoir with partial destruction leads to the growth of coefficients of stress concentration and dislocation. As the most tense area increases the residual strength of formation decreases.

Keywords: anisotropic rock mass, coal seam, the tensile strength of coal seam, the residual strength of coal seam, the angle of internal friction, extremely-intense area, the circle Mora, the zone of discontinuity, mine working.

Received 25 March 2016