

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОБ УДАРЕ УПРУГИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК О ВОДУ*

М. Ф. ИОНИНА

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

Новосибирск, Россия

e-mail: 424imf@ccmath.nsu.ru

This paper describes numerical method for the analysis of water impact of the thin cylindrical elastic shells. The problem definition is considered in two-dimensional way. The numerical method is suggested for the solution of this problem. Measured and calculated values show good correlations, showing this method can be an useful tool.

В общем случае задача проникания деформируемого тела в жидкость крайне сложна. Проникание тела в жидкость сопровождается значительным многообразием сопутствующих явлений, таких как брызго- и струеобразование, приводящие к появлению разрывных течений, неустановившийся характер движения жидкости, деформации погружающегося тела, наличие воздушной прослойки между телом и поверхностью жидкости, образование каверны в жидкости при движении тела, кавитационные процессы и др. В настоящее время представляется недостижимым исчерпывающий нелинейный анализ поведения элемента конструкции и движения жидкости при их взаимодействии на протяжении всего процесса проникания. Поэтому важны идеализированные подходы к рассмотрению такой задачи [1–3].

Особый интерес вызывает начальная стадия проникания, так как именно в течение этого периода времени достигаются максимальные гидродинамические реакции. Это дает возможность ограничить исследование периодом, следующим за моментом первоначального контакта тела с жидкостью, и сформулировать приближенную линеаризованную задачу проникания, которая, с одной стороны, проще исходной нелинейной задачи и допускает эффективное исследование, а с другой, все же отражает характерные физические особенности процесса.

Процесс проникания деформируемого тела в жидкость описывается связанной системой уравнений, одна часть которых служит для определения деформированного состояния тела при взаимодействии его с жидкостью, а другая — для определения возмущений, вносимых телом в жидкость. Необходимо также привлекать соотношения, позволяющие определить границу смоченной поверхности тела, изменяющуюся со временем. Наконец, разрешающая система уравнений должна быть дополнена соответствующими граничными

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №96–01–01767, и интеграционного проекта №43 СО РАН.

© М. Ф. Ионина, 1999.

(на смоченной поверхности тела и свободной поверхности жидкости) и начальными условиями. В рамках приближенного подхода, примененного на начальной стадии проникания, когда перемещения тела еще малы по сравнению с его размерами, граничные условия линеаризуются и сносятся на невозмущенный уровень жидкости. Важно отметить, что даже после линеаризации граничных условий и уравнений движения задача остается нелинейной, так как разбиение границы жидкой области на компоненты “свободная поверхность” и “область контакта” заранее не известно и должно быть определено в ходе решения задачи.

В настоящей работе с помощью метода, описанного в [4], исследуется начальный этап проникания упругой круговой цилиндрической оболочки в идеальную несжимаемую жидкость. Задача рассматривается в плоской постановке. Предполагается, что жидкость занимает полуплоскость $y < 0$ и покоится, ее граница $y = 0$ является свободной. Оболочка падает на поверхность жидкости под действием силы тяжести, момент удара принимается за начальный: $t = 0$. Точка первоначального соприкосновения тела и жидкости принимается за точку отсчета в декартовой системе координат: $x = 0$, $y = 0$. Расчеты проводятся с переменной скоростью. Радиус оболочки R предполагается намного больше ее толщины h . Требуется определить прогибы оболочки в процессе удара и распределение напряжений в ней.

При ударе гидродинамические давления, действующие на оболочку со стороны жидкости, быстро нарастают со временем и затем затухают. Максимальные напряжения достигаются значительно позже. Время достижения максимальных напряжений, которые представляют основной интерес для приложений, можно оценить как половину периода основной формы изгибных колебаний оболочки. Этот период предполагается достаточно малым, что справедливо для не очень тонких оболочек. На начальной стадии удара перемещения оболочки малы, что позволяет линеаризовать гидродинамическую часть задачи и снести все граничные условия на невозмущенный уровень жидкости.

1. Исходные уравнения и постановка задачи

Плоскодеформированное состояние тонкой круговой цилиндрической оболочки (рис. 1) с учетом сил инерции в окружном и радиальном направлениях описывается следующими уравнениями [5]:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \theta} - \frac{\partial N}{\partial \theta} - \rho_0 h R \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0;$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 M}{\partial \theta^2} + N + \rho_0 h R \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_0 R = 0.$$

Здесь r , θ — цилиндрические координаты, w — перемещение оболочки в нормальном направлении, принимаемое положительным по направлению к центру; v — перемещение оболочки в тангенциальном направлении, положительное в направлении возрастания угла θ ; ρ_0 — плотность материала оболочки; p_0 — внешнее давление, действующее на оболочку; M и N — соответственно удельные окружной изгибающий момент и окружная нормальная сила. Удельные усилия в сечениях оболочки выражаются через изменение кривизны κ и окружную деформацию в срединной поверхности ε :

$$M = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\kappa; \quad N = -\frac{Eh}{1-\nu^2}\varepsilon,$$

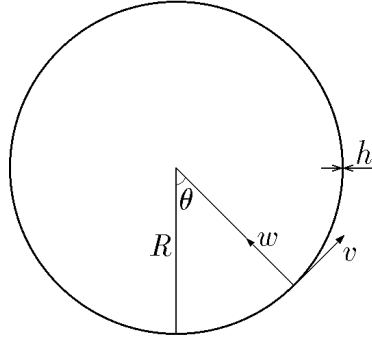


Рис. 1.

где

$$\kappa = -\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right); \quad \varepsilon = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right).$$

Здесь E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона материала оболочки. Необходимо заметить, что ввиду малой толщины оболочки даже незначительные изгибающие моменты вызывают в ней большие напряжения. Это обстоятельство делает особо важным умение определять усилия в оболочке при изгибе, чтобы при конструировании обеспечить надежность сооружения.

Деформации на внутренней поверхности оболочки вычисляются через изменение кривизны κ и деформацию удлинения ε срединной линии [5]:

$$\varepsilon^z = \varepsilon + (h/2)\kappa.$$

Гидродинамические нагрузки при ударе оболочкой по поверхности жидкости быстро нарастают со временем и затем затухают. Чтобы оценить длительность ударной стадии, заметим, что она может быть определена как стадия проникания тела в жидкость, в течение которой размер смоченной части оболочки $S(t)$ много больше, чем глубина ее погружения $H(t)$, то есть отношение $\epsilon = H(t)/S(t)$ мало. Важно заметить, что это отношение зависит от решения задачи, и его малость должна проверяться апостериори.

Требуется определить деформации упругой оболочки, ее прогибы, а также положение точек контакта при следующих предположениях:

- 1) жидкость идеальная и несжимаемая;
- 2) внешние массовые силы и силы поверхностного натяжения отсутствуют;
- 3) течение жидкости плоское, потенциальное, симметричное относительно оси Oy ;
- 4) оболочка упругая, тонкостенная, при ударе деформации малы по сравнению с радиусом оболочки R ;
- 5) период низшей формы собственных изгибных колебаний оболочки много меньше отношения R/V ;
- 6) размер области контакта оболочки с жидкостью монотонно увеличивается со временем.

Ниже используются безразмерные переменные, причем величина $L = \sqrt{RVT}$ принимается за масштаб длины, период низшей формы изгибных собственных колебаний оболочки T — за масштаб времени, начальная скорость удара V — за масштаб скорости течения жидкости. Тогда, например, масштаб гидродинамического давления будет определяться величиной $\rho VL/T$, где ρ — плотность жидкости. Безразмерные переменные обозначаются теми же символами, что и размерные величины.

При малых временах уравнения движения жидкости и граничные условия могут быть линеаризованы и снесены на начальный уровень невозмущенной жидкости $y = 0$ [3].

В линейной постановке задача состоит из трех частей: первая часть — упругая, которая описывает динамику оболочки при действии на нее гидродинамических давлений, вторая описывает течение жидкости, вызванное прониканием в нее деформируемого тела. Последняя часть необходима для нахождения области контакта, на которой действует гидродинамическое давление. Положение точек контакта задается в симметричном случае одной функцией $c(t)$.

Постановка задачи в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + A \left(w - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + B \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} + \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) = G p_0(\theta, t) \quad (-\pi < \theta < \pi), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + A \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) - B \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right) = 0 \quad (-\pi < \theta < \pi), \quad (2)$$

$$v(\theta, 0) = w(\theta, 0) = 0 \quad (-\pi < \theta < \pi), \quad (3)$$

$$v_t(\theta, 0) = -\sin \theta, \quad w_t(\theta, 0) = -\cos \theta \quad (-\pi < \theta < \pi), \quad (4)$$

$$p = -\varphi_t \quad (y \leq 0), \quad (5)$$

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0 \quad (y < 0), \quad (6)$$

$$\varphi = 0 \quad (y = 0, |x| > c(t)), \quad (7)$$

$$\varphi_y = w_t \quad (y = 0, |x| < c(t)), \quad (8)$$

$$\varphi \rightarrow 0 \quad (x^2 + y^2 \rightarrow \infty), \quad (9)$$

$$\frac{1}{4}c^2 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} w[c(t) \sin \theta, t] d\theta = 0. \quad (10)$$

Здесь $p(x, y, t)$ — давление в жидкости, $p_0(\theta, t)$ — гидродинамическая нагрузка (давление), действующая на оболочку. В области контакта, где $|x| < c(t)$, имеем $p_0(\theta, t) = p(x(\theta, t), y(\theta, t), t)$, где $x(\theta, t)$, $y(\theta, t)$ — соответственно горизонтальная и вертикальная компоненты движущейся деформируемой оболочки в декартовой системе координат. На начальном этапе, при малых углах θ : $|\theta| < \theta_c(t)$, верно приближение

$$x \approx \theta/\gamma, \quad \theta_c(t) \approx \gamma c(t), \quad \gamma = L/R \quad (t > 0, |x| < c(t)),$$

которое будет использоваться в дальнейшем для замены в уравнениях переменной θ на переменную x .

Безразмерные параметры A , B , G в уравнениях оболочки (1), (2) равны

$$A = \frac{ET^2}{\rho_0 R^2 (1 - \nu^2)}, \quad B = \frac{ET^2 h^2}{12 \rho_0 R^4 (1 - \nu^2)}, \quad G = \frac{\rho L}{\rho_0 h}.$$

Начально-краевая задача (1)–(10) решается методом нормальных мод.

2. Метод решения задачи

На участке жидкой границы $-\pi < x < \pi$, $y = 0$, который охватывает пятно контакта, потенциал скоростей и распределение давления можно представить в виде

$$\varphi(x(\theta), 0, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(t) \cos n\theta, \quad p(x(\theta), 0, t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) \cos n\theta,$$

причем из условия (5) следует, что $p_n(t) = -\dot{\varphi}_n(t)$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Точкой обозначается производная по времени.

Прогибы оболочки разыскиваются в виде

$$w(\theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) \cos n\theta, \quad v(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \sin n\theta.$$

Здесь обобщенная координата $a_0(t)$ отвечает за радиальное смещение, $a_1(t)$, $b_1(t)$ — за твердотельное перемещение, а остальные $a_i(t)$, $b_i(t)$, $i = 2, 3, \dots$, являются амплитудами изгибных мод колебаний оболочки.

Вводя в рассмотрение новые вспомогательные функции $g_n = \dot{a}_n + G\varphi_n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, и $r_n = \dot{b}_n$, $n = 1, 2, \dots$, можно путем соответствующих преобразований [4] получить бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно обобщенных координат:

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = (I + GS)^{-1}\mathbf{g}, \quad (11)$$

$$\frac{d\mathbf{g}}{dt} = -D_1\mathbf{a} + D_2\mathbf{b}, \quad (12)$$

$$\frac{d\mathbf{b}}{dt} = \mathbf{r}, \quad (13)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = D_2\mathbf{a} - D_3\mathbf{b}. \quad (14)$$

Здесь $\mathbf{a} = (a_0, a_1, a_2, \dots)^T$; $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots)^T$; $\mathbf{g} = (g_0, g_1, g_2, \dots)^T$; $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots)^T$; I — единичная матрица; D_1, D_2, D_3 — диагональные матрицы: $D_1 = \text{diag}\{A + Bn^4\}$, $D_2 = \text{diag}\{An + Bn^3\}$, $D_3 = \text{diag}\{An^2 + Bn^2\}$; S — матрица гидродинамических коэффициентов. Элементы S_{nm} матрицы S можно выразить через функции Бесселя нулевого и первого порядков, что существенно упрощает их вычисление [4].

Заметим, что при известной функции $c(t)$ задача (11)–(14) является линейной. В этой системе правые части зависят от \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{g} , \mathbf{r} , c , но не от t . Поэтому удобно выбрать величину c за новую независимую переменную. Дифференциальное уравнение для $t = t(c)$ следует из условия (10), если продифференцировать последнее по t :

$$\frac{dt}{dc} = Q(c, \mathbf{a}, \dot{\mathbf{a}}), \quad (15)$$

где

$$Q(c, \mathbf{a}, \dot{\mathbf{a}}) = \frac{(\pi/4) + (\mathbf{a}, \mathbf{\Gamma}_c(c))}{(\dot{\mathbf{a}}, \mathbf{\Gamma}(c))}.$$

Здесь $\mathbf{\Gamma}(c) = (0(c), 1(c), 2(c), \dots)$, $\mathbf{\Gamma}_c(c) = (0_c(c), 1_c(c), 2_c(c), \dots)$, компоненты этих векторов выражаются через функции Бесселя нулевого и первого порядков; (\mathbf{a}, \mathbf{b}) — скалярное произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} .

Умножая каждое уравнение системы (11)–(14) на dt/dc и учитывая (15), находим

$$\frac{d\mathbf{a}}{dc} = \mathbf{F}(c, \mathbf{g}) Q(c, \mathbf{a}, \mathbf{F}(c, \mathbf{g})), \quad (16)$$

$$\frac{d\mathbf{g}}{dc} = (-D_1\mathbf{a} + D_2\mathbf{b}) Q(c, \mathbf{a}, \mathbf{F}(c, \mathbf{g})), \quad (17)$$

$$\frac{d\mathbf{b}}{dc} = \mathbf{r} Q(c, \mathbf{a}, \mathbf{F}(c, \mathbf{g})), \quad (18)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dc} = (D_2\mathbf{a} - D_3\mathbf{b}) Q(c, \mathbf{a}, \mathbf{F}(c, \mathbf{g})). \quad (19)$$

Здесь

$$\mathbf{F}(c, \mathbf{g}) = (I + GS)^{-1}\mathbf{g}.$$

Система (16)–(19) решается численно при следующих начальных условиях:

$$\mathbf{a} = 0, \quad \mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{g} = -\mathbf{e}_1, \quad \mathbf{r} = -\mathbf{e}_1, \quad t = 0 \quad (c = 0), \quad (20)$$

где $\mathbf{e}_1 = (0, 1, 0, 0, \dots)^T$ — единичный вектор.

Выбор в качестве новой независимой переменной величины c представляется достаточно естественным, так как он соответствует структуре данной системы. Введение новых искомых функций $g_n(t)$, $r_n(t)$ вместо производных $\dot{a}_n(t)$ и $\dot{b}_n(t)$ решает проблему с началом численного счета, которая возникает, если решать задачу в исходных переменных [4].

В задаче Коши (16)–(20) удерживается конечное число нормальных мод N , при $n \geq N + 1$ полагается $a_n \equiv 0$, $b_n \equiv 0$, $g_n \equiv 0$, $r_n \equiv 0$. Численно она решается методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности с постоянным шагом по переменной c . Выбор шага подробно обсуждается в [2]. Вычисления проводились при разных значениях N с целью установить сходимость численного решения с ростом N . Выяснилось, что для расчетов достаточно брать $N = 15$, так как при увеличении числа удерживаемых мод значения искомых величин изменяются незначительно.

3. Описание экспериментов

В работе [6] описывается серия экспериментов с тонкостенным цилиндром, выполненных с целью прояснить особенности деформирования цилиндра при его ударе о водную поверхность, приводятся полученные экспериментальные результаты, на основании которых предлагается численный метод для нахождения деформаций цилиндра в двумерном случае.

Цилиндр из мягкой стали длиной 600 мм, диаметром 312 мм, толщиной 5.1 мм и массой 23.8 кг сбрасывался на поверхность воды с высоты 1 м. Чтобы обеспечить двумерное течение при проникании тела в воду, по бокам от цилиндра устанавливалась пара вертикальных плоских пластин. Цилиндр подвешивался к жесткой балке, которая скользила по двум вертикальным направляющим для сохранения горизонтального положения цилиндра во время его падения. Цилиндр с помощью электрического магнита поднимался на нужную высоту, затем магнит отключали и цилиндр падал в воду, причем в момент касания воды он отсоединялся от балки и дальше двигался без нее. Чтобы вода не смогла проникнуть внутрь цилиндра, на его концы натягивалась резиновая пленка.

Аналогичный эксперимент выполнен для алюминиевого цилиндра [7] со следующими параметрами: длина цилиндра равна 600 мм, диаметр 306 мм, толщина 3 мм. К внутренней стороне цилиндра прикреплены датчики деформаций, вместе с которыми масса падающего тела составляет 5.2 кг. Максимальное значение деформаций цилиндра наблюдается примерно через 3.5 мс после удара.

Для стального цилиндра при $\theta = 0^\circ$ максимальное значение деформации достигается примерно через 4 мс после удара, тогда как максимальное значение давления — примерно через 0.05 мс. Измеренный период колебаний цилиндра составляет около 8 мс, что совпадает с оценкой периода изгибных колебаний цилиндра в двумерном случае (7.5 мс).

Основные результаты экспериментов приведены для вершины оболочки ($\theta = 0^\circ$), то есть для точки первоначального контакта тела с поверхностью воды. В этом месте наблюдаются максимальные значения давления и деформаций.

4. Численные результаты

В качестве данных для численного решения задачи (16)–(20) брались данные экспериментов, о которых шла речь выше.

Для стального цилиндра значения основных параметров следующие: $R = 0.156$ м, $h = 5.1$ мм, $m = 23.8$ кг, $E = 206 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0.3$. На основании этих значений вычисляются недостающие параметры задачи, а именно: плотность материала оболочки в предположении равномерной распределенности массы по объему тела ($\rho_0 = 8067$ кг/м³) и скорость оболочки в момент ее начального соприкосновения с жидкостью при условии, что она падает в пустоте ($V = 4.4$ м/с).

Были проведены расчеты деформаций стального цилиндра в его вершине ($\theta = 0^\circ$) в зависимости от времени. Для установления сходимости численного решения с ростом N вычисления проводились при разных числах удерживаемых мод N . Полученная картина эволюции деформаций качественно совпадает с экспериментальными данными, время возникновения максимальных деформаций цилиндра одно и то же, но численные значения этих максимумов существенно отличаются друг от друга. Было сделано предположение, что это связано с неправильным заданием скорости оболочки при $t = 0$. К сожалению, в работе [6], чьими данными мы пользуемся, не указано, измерялась ли скорость цилиндра при его падении и последующем проникании в жидкость. В связи с этим было проведено дальнейшее исследование нашей модели: численно была найдена зависимость максимальных деформаций от скорости удара V при $\theta = 0^\circ$. Из данных эксперимента известно максимальное значение деформаций при $\theta = 0$ градусов (322 мкго), по нему была найдена скорость V , соответствующая в нашей модели скорости проникания оболочки в жидкость. Она оказалась равной 3.5 м/с, поэтому дальнейшие расчеты для стального цилиндра проводились именно при $V = 3.5$ м/с.

Проведенные расчеты при $V = 3.5$ м/с и $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ (рис. 2) показывают хорошую согласованность с данными эксперимента [6] при небольших временах после удара, то есть до момента времени порядка 8–9 мс. Это достаточно для достоверной оценки максимальных деформаций. Необходимость уменьшения начальной скорости проникания при падении оболочки на поверхность жидкости можно объяснить сопротивлением воздуха, которое резко увеличивается при приближении тела к свободной границе (явление захвата воздуха). Следует заметить, что значения основных параметров для алюминиевого цилиндра следующие: $R = 0.153$ м, $h = 3.0$ мм, $m = 5.2$ кг, $E = 74 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0.34$; ρ_0 и V вычисляются, исходя из тех же предположений, что и для стального цилиндра:

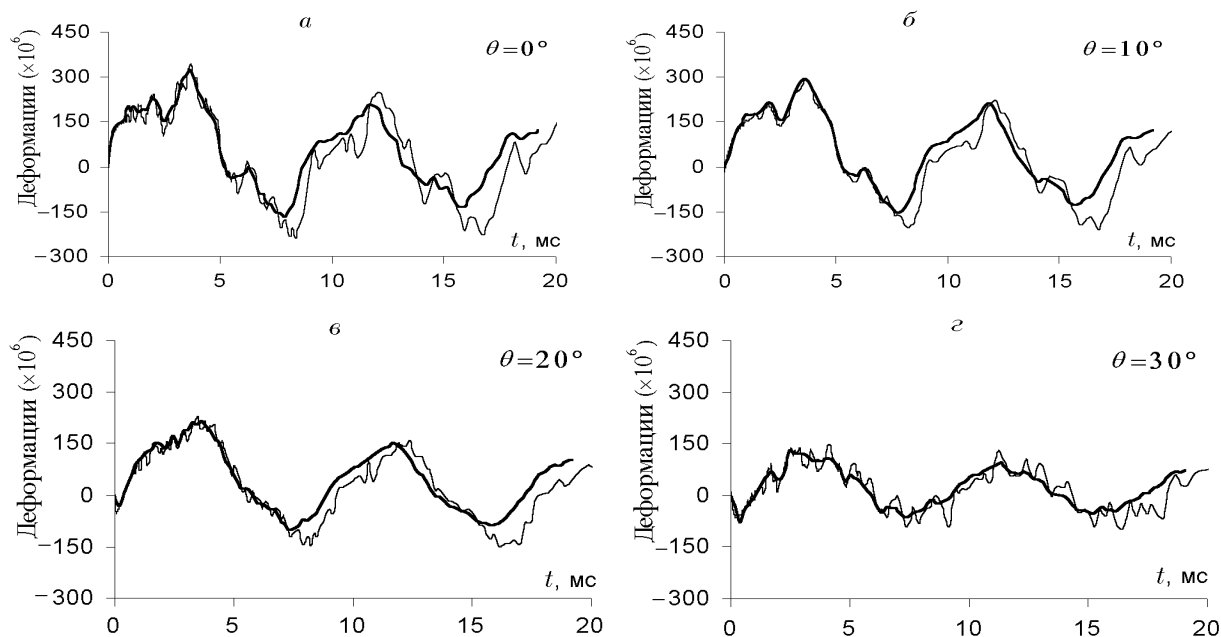


Рис. 2. Деформации стального цилиндра при разных углах θ , $V = 3.5$ м/с.

— — экспериментальные данные, — — численные расчеты.

$\rho_0 = 3040$ кг/м³, $V = 4.4$ м/с.

При сравнении эксперимента с результатами вычислений изгибных деформаций в вершине алюминиевого цилиндра ($\theta = 0^\circ$) замечено некоторое расхождение амплитуды и периода деформаций (рис. 3).

Расчеты показывают, что значения максимальных деформаций монотонно убывают с уменьшением скорости удара. Поэтому так же, как в случае со стальным цилиндром, можно подобрать такое значение величины V , что измеренные и вычисленные деформации оболочки будут практически совпадать (рис. 4). Однако характер изменения по времени деформаций не меняется при изменении скорости удара и их максимум достигается в численных расчетах раньше, чем в эксперименте. Известно, что основной вклад в эволюцию деформаций дает низшая мода изгибных собственных колебаний оболочки, то есть модель дает меньшее по сравнению с реальной картиной значение периода этой моды. По-видимому, при вычислении частот собственных колебаний (а соответственно, и периодов) нужно учитывать влияние датчиков, поставленных внутри цилиндра, как влияние дополнительных жестко присоединенных точечных масс. Дополнительную массу, которую они несут, мы считаем равномерно распределенной по всему цилиндру, а на самом деле это не так. В случае стального цилиндра дополнительная масса составляет около 3% от всей массы тела и не может существенно влиять на результаты расчетов, тогда как для цилиндра из алюминия масса датчиков от общей составляет уже около 11%. Известно [8–10], что добавление присоединенной массы может привести к достаточно большому понижению основной частоты изгибных колебаний цилиндрической оболочки и соответственно к увеличению периода этих колебаний.

Можно ожидать, что согласование численных расчетов и экспериментальных данных улучшится, если будет рассмотрена более полная трехмерная модель оболочки с жестко присоединенными несимметрично расположенными точечными массами (датчиками де-

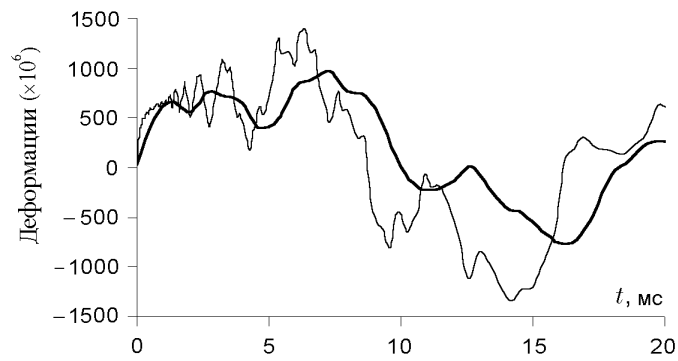


Рис. 3. Деформации алюминиевого цилиндра при $\theta = 0^\circ$, $V = 4.4$ м/с.
 — экспериментальные данные, — численные расчеты.

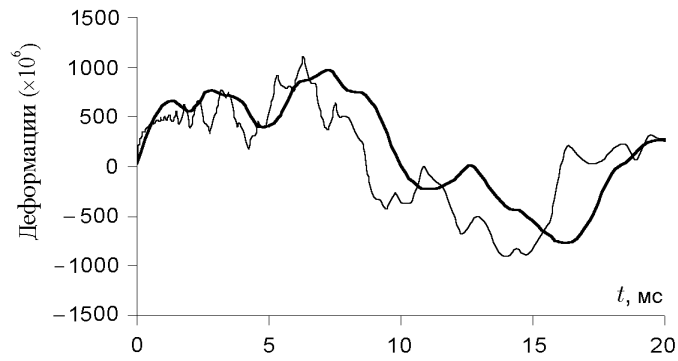


Рис. 4. Деформации алюминиевого цилиндра при $\theta = 0^\circ$, $V = 3.43$ м/с.
 Условные обозначения см. на рис. 3.

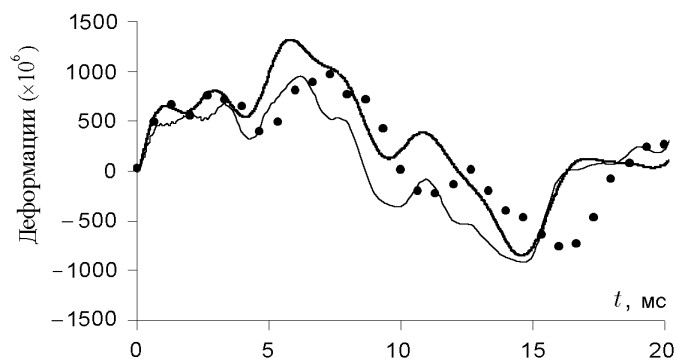


Рис. 5. Деформации алюминиевого цилиндра при $\theta = 0^\circ$.
 • — экспериментальные данные, — численные расчеты по модели [7],
 — численные расчеты по модели данной работы.

формаций).

Интересно, что проведенные в [7] численные расчеты изгибных деформаций по полной нелинейной гидродинамической модели показывают то же самое несовпадение эволюции процесса, что и в данной работе (рис. 5).

Следует заметить, что численные расчеты для большого числа мод (например, для $N = 15$, на рис. 2–4) выглядят сильно осциллирующими по сравнению с графиком эксперимента. На самом деле, экспериментальные кривые являются сглаженными по сравнению с действительностью: в [6] пороговая частота, которую могут зарегистрировать датчики деформаций, равняется 5 кГц, высокие моды колебаний ими не улавливаются; а в [7] измерения деформаций в экспериментах проводились через слишком большие промежутки времени (шаг по времени составляет порядка $2/3$ мс), высокочастотные колебания упругого тела не могли быть учтены.

Был построен также график прогибов w и v в зависимости от времени при разных углах θ без учета твердотельного перемещения оболочки (то есть чисто упругие прогибы) (рис. 6). Эволюция твердотельного перемещения оболочки представлена на рис. 7, где построен график скорости погружения оболочки в зависимости от времени.

Можно сделать вывод, что используемая в настоящей работе модель гидроупругого взаимодействия круговой цилиндрической оболочки с жидкостью при ударе верно описывает процесс и позволяет оценить максимальные деформации оболочки. Причем требуемое число мод, которые необходимо удерживать для описания динамики оболочки, относительно невелико.

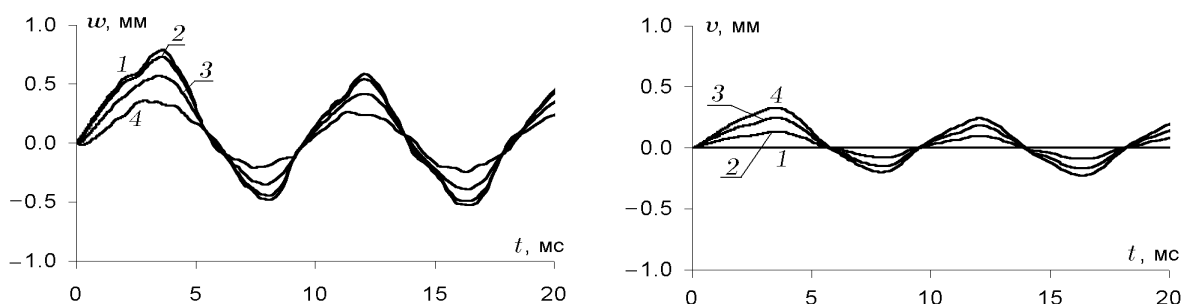


Рис. 6. Прогибы стального цилиндра при $\theta = 0^\circ$ (кривая 1), 10° (2), 20° (3), 30° (4).

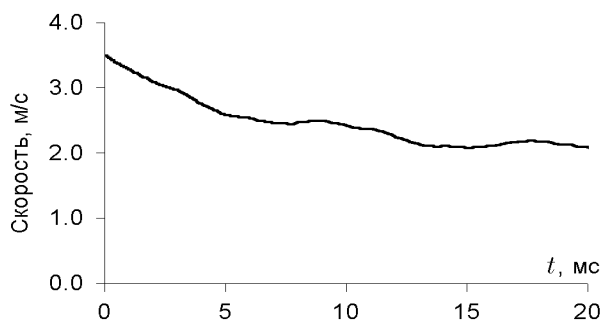


Рис. 7. Скорость погружения стального цилиндра.

Автор благодарит своего научного руководителя А. А. Коробкина за постановку задачи и внимание к работе.

Список литературы

- [1] ГРИГОЛЮК Э. И., ГОРШКОВ А. Г. *Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью*. Судостроение, Ленинград, 1976.
- [2] КОРОБКИН А. А. Плоская задача о симметричном ударе волной по балке Эйлера. *ПМТФ*, **39**, №5, 1998, 134–147.
- [3] КОРОБКИН А. А. Water impact problems in ship hydrodynamics. In “*Advances in Marine Hydrodynamics*”, Southampton, 1996, 323–371.
- [4] ИОНИНА М. Ф. Проникание круговой упругой оболочки в несжимаемую жидкость. *ПМТФ (в печати)*, 1998.
- [5] ГРИГОЛЮК Э. И., ГОРШКОВ А. Г. *Нестационарная гидроупругость оболочек*. Судостроение, Ленинград, 1974.
- [6] SHIBUE T., ITO A., NAKAYAMA E. Structural response analysis of cylinders under water impact. In “*Hydroelasticity in Marine Technology*”, 1994, 221–228.
- [7] ARAI M., MIYAUCHI T. Numerical study of the impact of water on cylindrical shells, considering fluid-structure interactions. *PRADS'98*, the Hague, September, 1998.
- [8] АНДРЕЕВ Л. В., ДЫШКО А. Л., ПАВЛЕНКО И. Д. *Динамика пластин и оболочек с сосредоточенными массами*. Машиностроение, М., 1988.
- [9] ДАРЕВСКИЙ В. М., ШАРИНОВ И. Л. Свободные колебания цилиндрической оболочки с сосредоточенной массой. *Тр. VI Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок*. Наука, М., 1966.
- [10] КУБЕНКО В. Д., КОВАЛЬЧУК П. С., КРАСНОПОЛЬСКАЯ Т. С. *Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек*. Наукова думка, Киев, 1984.

Поступила в редакцию 2 декабря 1998 г.