

# ДИНАМИКА ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТОВ ПРИ ДОБЫЧЕ ПРИРОДНОГО ГАЗА

Э. А. БОНДАРЕВ, В. В. ПОПОВ

*Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия*

e-mail: bondarev@iptpn.ysn.ru

Dynamics of hydrate formation and water saturation redistribution and their influence on pressure, temperature and intensity of gas extraction are investigated within the mathematical model of non-isothermic filtration of multiphase fluid where the throttling effect and mass transfer between gas, water and hydrate are taken into account.

Для изучения динамики образования гидратов при отборе природного газа из залежи ограниченных размеров воспользуемся математической моделью авторов работы [1], в которой наиболее полно учтены основные физические особенности этого процесса: реальные свойства газа, эффект Джоуля — Томсона, совместное движение воды и газа, массообмен между газом, водой и гидратом. Рассмотрение выполним на примере модельной осесимметричной задачи о притоке газа к совершенной скважине в горизонтальном пласте, кровля и подошва которого непроницаемы и теплоизолированы. Будем считать, что доля теплопроводности в общем балансе переноса тепла пренебрежимо мала по сравнению с конвекцией, т. е. в уравнении энергии кондуктивную составляющую положим равной нулю. Тогда в цилиндрических координатах это уравнение примет вид

$$(\rho c)_e \frac{\partial T}{\partial t} - m q \rho_h \frac{\partial \nu}{\partial t} - m(1 - \nu - \sigma) \left( 1 + \frac{T}{z} \frac{\partial z}{\partial T} \right) \frac{\partial p}{\partial t} - k \left( \rho_w c_w \frac{f_w}{\mu_w} + \rho_g c_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g c_g \frac{f_g}{\mu_g} \frac{RT^2}{c_p p} \frac{\partial z}{\partial T} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = 0, \quad (1)$$

где  $(\rho c)_e$  — эффективное значение объемной теплоемкости пористой среды, содержащей газ, гидрат и воду.

В этих же координатах запишем уравнения фильтрации газа

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left( (1 - \sigma - \nu) \frac{p}{zT} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{k(1 - \nu) f_g}{\mu_g} \frac{p}{zT} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - m \rho_h \varepsilon R \frac{\partial \nu}{\partial t} \quad (2)$$

и воды

$$m \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{k(1 - \nu) f_w}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - m(1 - \varepsilon) \frac{\rho_h}{\rho_w} \frac{\partial \nu}{\partial t}. \quad (3)$$

Уравнения (1)–(3) замыкаются соотношениями для фазовых проницаемостей воды и газа, условием термодинамического равновесия для гидрата и уравнением состояния для

газа  $\rho = p/zRT$ , где  $z = z(p, T)$  — эмпирическая функция. Кроме того, для однозначного решения указанной системы уравнений необходимо задать начальные и граничные условия. Из уравнений следует, что начальные условия нужно задавать следующим образом:

$$p(r, 0) = p_0, \quad \sigma(r, 0) = \sigma_0, \quad \nu(r, 0) = \nu_0, \quad T(r, 0) = T_0.$$

В данном случае это постоянные величины. В точке отбора газа, т. е. на забое скважины, можно задавать либо давление газа

$$p(r_w, t) = p_w(t),$$

либо его объемный дебит (приведенный к нормальным условиям)

$$2\pi r_w h \frac{\rho_g}{\rho_n} \frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial r}(r_w, t) = Q,$$

где  $\rho_n$  — плотность газа при нормальных условиях;  $Q$  — дебит газа.

На контуре газоносного пласта задаются условие непроницаемости (отсутствие притока газа) и постоянное значение температуры  $\partial p/\partial r(R_k, t) = 0$ ,  $T(R_k, t) = T_0$ .

В настоящей статье приняты следующие обозначения:  $T$  — температура,  $p$  — давление газа;  $\sigma$ ,  $\nu$  — водо- и гидратонасыщенность;  $\rho$  — плотность;  $c$  — теплоемкость;  $m$  — пористость;  $q$  — теплота фазового перехода гидрат—газ;  $k$  — проницаемость;  $f$  — фазовая проницаемость;  $\mu$  — вязкость;  $\varepsilon$  — содержание газа в единице объема гидрата;  $r$  — пространственная координата;  $t$  — время;  $r_w$  — радиус скважины;  $R_k$  — радиус контура пласта;  $R$  — газовая постоянная. Индексы  $w, g, h, s$  относятся соответственно к воде, газу, гидрату и твердому скелету пористой среды.

Для решения поставленной задачи используется метод конечных разностей. При этом исходные уравнения, граничные и начальные условия заменяются их сеточными аналогами:

$$\begin{aligned} & (c\rho)_e \frac{T_i - T_i^{n-1}}{\tau_n} - c_w \rho_w \frac{k(1-\nu_i)f_{w,i}}{\mu_w} \frac{p_i - p_{i-1}}{h_i} \frac{T_i - T_{i-1}}{h_i} = \\ & = c_g \rho_g \frac{k(1-\nu_i)f_{g,i}}{\mu_g} \frac{p_i - p_{i-1}}{h_i} \frac{T_i - T_{i-1}}{h_i} - \frac{k(1-\nu_i)f_{g,i}}{\mu_g} \frac{T_i}{z_i} \left( \frac{\partial z}{\partial T} \right)_{i-1} \left( \frac{p_i - p_{i-1}}{h_i} \right)^2 + \\ & + m(1 - \sigma_i - \nu_i) \left( 1 + \frac{T_i}{z_i} \left( \frac{\partial z}{\partial T} \right)_i \right) \frac{p_i - p_i^{n-1}}{\tau_n} + m \rho_h q h \frac{\nu_i - \nu_i^{n-1}}{\tau_n}, \quad n > 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad (4) \\ & m \left( (1 - \sigma_i - \nu_i) \frac{p}{z_i T_i} - (1 - \sigma_i^{n-1} - \nu_i^{n-1}) \frac{p^{n-1}}{z_i^{n-1} T_i^{n-1}} \right) \frac{h_i r_i}{\tau_n} = \\ & = \left( r \frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g} \frac{p}{zT} \right)_{i+1/2} \frac{p_{i+1} - p_i}{h_{i+1}} - \left( r \frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g} \frac{p}{zT} \right)_{i-1/2} \frac{p_i - p_{i-1}}{h_i} - m \rho_h \varepsilon R \frac{\nu_i - \nu_i^{n-1}}{\tau_n}, \\ & \quad n > 0, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \frac{\sigma_i - \sigma_i^{n-1}}{\tau_n} r_i h_i & = \left( r \frac{k(1-\nu)f_w}{\mu_w} \frac{p}{zT} \right)_{i+1/2} \frac{p_{i+1} - p_i}{h_{i+1}} - \left( r \frac{k(1-\nu)f_w}{\mu_w} \frac{p}{zT} \right)_{i-1/2} \frac{p_i - p_{i-1}}{h_i} - \\ & - m(1 - \varepsilon) \frac{\rho_h}{\rho_w} \frac{\nu_i - \nu_i^{n-1}}{\tau_n} r_i h_i, \quad n > 0, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$T_i^0 = T_0, \quad p_i^0 = p_0, \quad \sigma_i^0 = \sigma_0, \quad \nu_i^0 = \nu_0, \quad i = \overline{0, N}, \quad (7)$$

$$p_0 = p_w, \quad (8)$$

$$2\pi r_w h \frac{\rho_g k(1 - \nu_0) f_g p_1 - p_0}{\rho_n \mu_g h_1} = Q. \quad (9)$$

В разностном виде условия на правой границе записываются с первым порядком аппроксимации

$$p_N = p_{N-1}, \quad T_N = T_0, \quad n > 0. \quad (10)$$

Для решения нелинейной системы алгебраических уравнений (4)–(10) на каждом временном слое можно использовать следующий алгоритм реализации метода простых итераций. Вначале, используя (4), исключаем из (5) выражение  $(\nu_i - \nu_{i-1})^{n-1}/\tau_n$ , при этом все  $T_i$  заменяем через  $\alpha_1 \ln p_i + \alpha_2$ . Алгоритм дальнейших действий заключается в следующем.

1. Из полученной системы уравнений методом потоковой прогонки находим распределение давления  $p_i$ .

2. Начиная с правого конца ( $i = N$ ) для всех  $\sigma_i > 0$ , из уравнения (4) находим распределение гидратонасыщенности  $\nu_i$ , при этом распределение температуры вычисляется из условия трехфазного равновесия гидрат — газ — вода. В случае  $\sigma_i = 0$  из уравнения (4) сразу находим распределение температуры.

3. Из уравнения (6) находим распределение водонасыщенности, также начиная вычисления с правого конца. При этом в каждом узле пространственной сетки используем метод Ньютона для вычисления  $\sigma_i$ . Пункты 1–3 повторяются до тех пор, пока наибольшая относительная погрешность по давлению выше заданной точности вычислений.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров:  $\rho_w = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_s = 2650$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_h = 920$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_w = 4200$  Дж/кг,  $c_s = 700$  Дж/кг,  $c_h = 3210$  Дж/кг,  $c_g = 2093$  Дж/кг,  $R = 520$  Дж/кг,  $\alpha_1 = 7.28$  К,  $\alpha_2 = 169.7$  К,  $q = 510$  кДж/кг,  $m = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.147$ ,  $k = 10^{-13}$ ,  $10^{-14}$ ,  $Q = 2.3$  м<sup>3</sup>/с,  $R_k = 1000$  м,  $\mu_w = 1.8 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\mu_g = 1.3 \cdot 10^{-5}$  Па·с,  $\sigma_0 = 0, 0.2$ ,  $\nu_0 = 0, 0.2$ ,  $T_0 = 295$  К,  $p_0 = 3 \cdot 10^7$  Па,  $p^0 = 2 \cdot 10^7$  Па.

Значения критических параметров (давления и температуры) соответствовали метану. При вычислении коэффициента сжимаемости использовалась формула [2]

$$z = \left( 0.17376 \ln(T/T_c) + 0.73 \right)^{p/p_c} + 0.1p/p_c,$$

при вычислении фазовых проницаемостей — зависимости [3]

$$f_g(\sigma) = \begin{cases} (1 - \sigma/0.9)^{3.5}(1 + 3\sigma), & 0 < \sigma \leq 0.9, \\ 0, & \sigma \geq 0.9, \end{cases}$$

$$f_w(\sigma) = \begin{cases} ((\sigma - 0.2)/0.8)^{3.5}, & 0.2 < \sigma \leq 1, \\ 0, & 0 \leq \sigma \leq 0.2, \end{cases} \quad (11)$$

а кривой фазового равновесия газ — гидрат — формула

$$T = \alpha_1 \ln p + \alpha_2.$$

Проведенные вычислительные эксперименты показали быструю сходимость итерационного процесса. Для достижения точности  $10^{-3}$  требуется 2–3 итерации. Если вычисления производить с фиксированным количеством итераций, то при двух итерациях погрешность составляет примерно  $10^{-3}$ , при трех итерациях она уменьшается на порядок, при четырех — еще на два порядка и, наконец, при пяти итерациях — еще на порядок.

Проанализируем результаты вычислений, представленные на рис. 1–4. На рис. 1, 2 нечетные номера соответствуют проницаемости  $10^{-13}$ , четные — проницаемости  $10^{-14}$ , при этом рис. 1, а, б и рис. 2, а, б относятся к режиму отбора с постоянным объемным расходом газа, соответствующим дебиту примерно  $200\,000\text{ м}^3/\text{сут.}$ , а рис. 1, в, г и рис. 2, в, г — режиму с постоянным забойным давлением  $p^0$ . Предварительно отметим, что наиболее интересные следствия были получены для сценария, в котором в начальный момент времени в пласте находились смесь газа, воды и гидрата, поэтому все рисунки соответствуют случаю, когда в начальный момент  $\nu_0 = \sigma_0 = 0.2$ .

Первый вывод, который следует из анализа рис. 1, состоит в том, что гидраты образуются в сравнительно небольшой зоне вблизи скважины, при этом здесь они начинают образовываться с момента ее пуска в эксплуатацию, а вся свободная вода переходит в гидрат примерно через 100 сут. (расчеты проводились до 300 сут.). Очень интересно изменяется гидратонасыщенность вдали от скважины: она немонотонно зависит и от времени

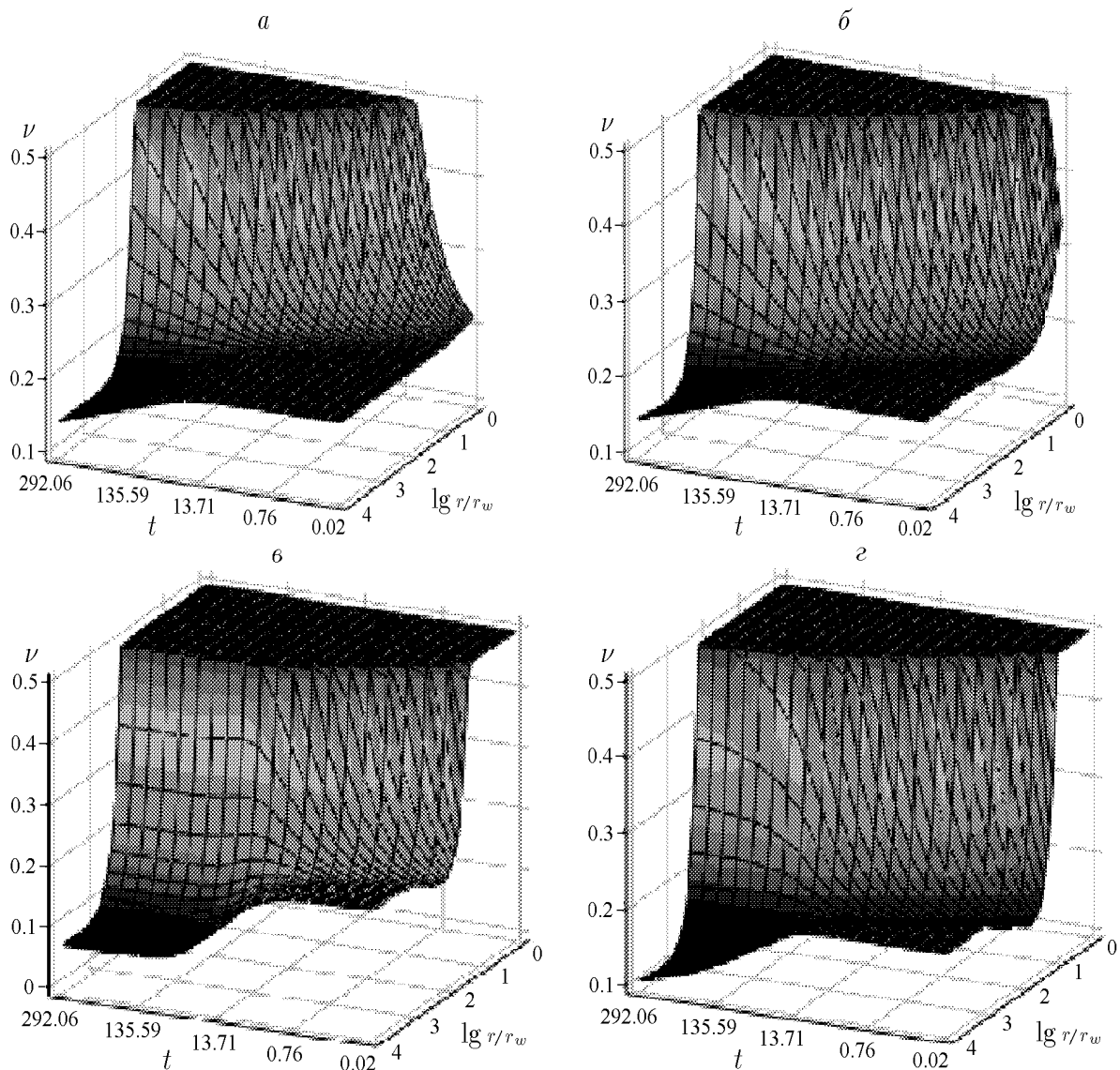


Рис. 1.

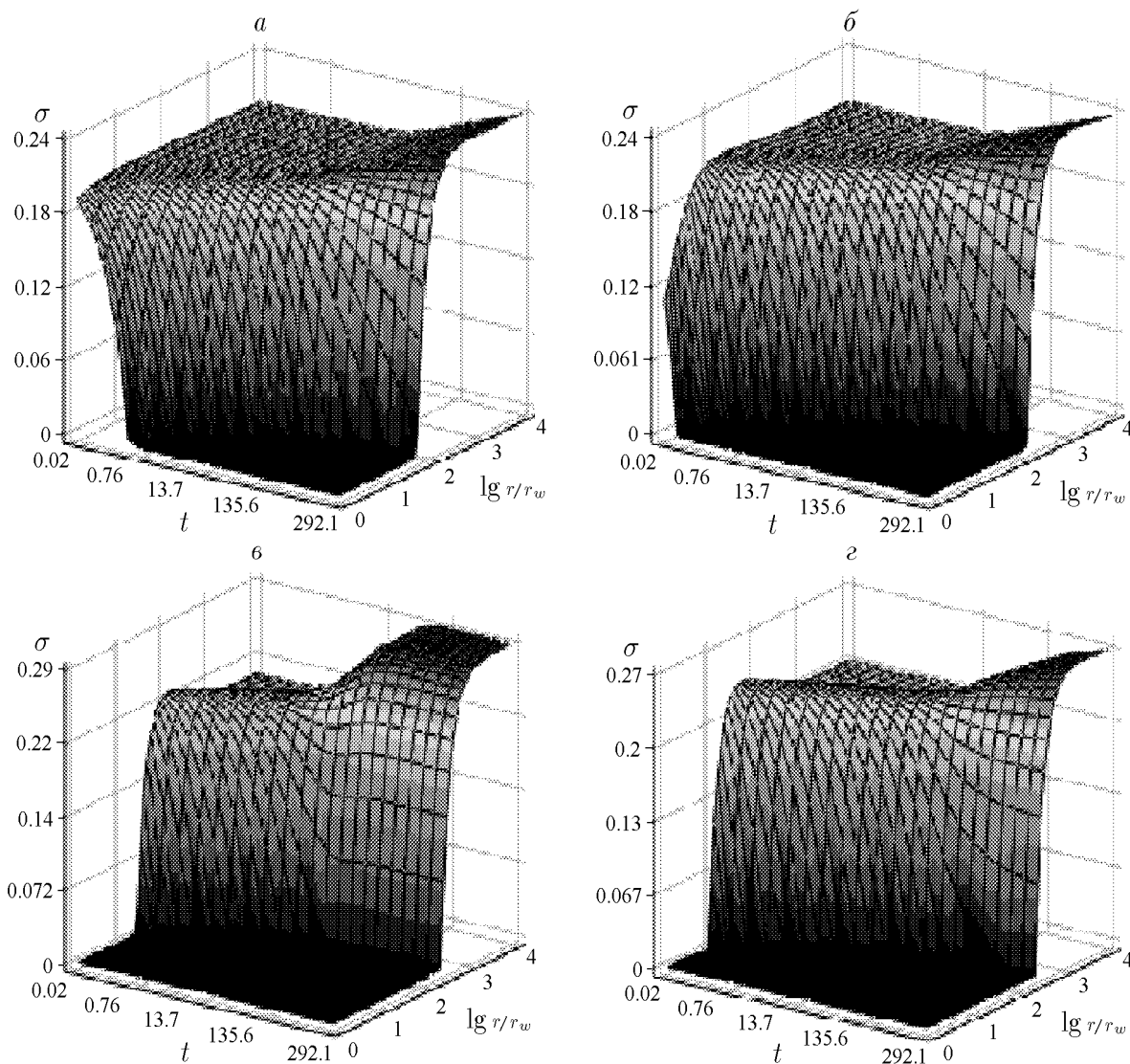


Рис. 2.

и от радиальной координаты, причем наиболее ярко эта тенденция прослеживается при отборе газа в режиме постоянного забойного давления (ср., например, рис. 1, а и рис. 1, б).

Сказанное выше подтверждается результатами расчетов изменения водонасыщенности, представленными на рис. 2. Видно, что в дальней зоне пласта эта функция также немонотонно зависит от времени и координаты. Следует обратить особое внимание на неожиданный на первый взгляд результат: во всех вариантах водонасыщенность в дальней зоне пласта становится выше начального значения (рис. 2). Этот эффект объясняется тем, что на больших расстояниях от скважины гидратонасыщенность со временем уменьшилась, что привело к появлению избыточного количества свободной воды, которая остается неподвижной в силу характера зависимостей фазовой проницаемости от водонасыщенности согласно формуле (11).

Приведем также графики изменения распределения давления в пласте в заключительный момент отбора газа с постоянным дебитом и изменения забойного давления со временем (рис. 3 и рис. 4, где сплошные кривые соответствуют проницаемости  $10^{-13}$ , а пунк-

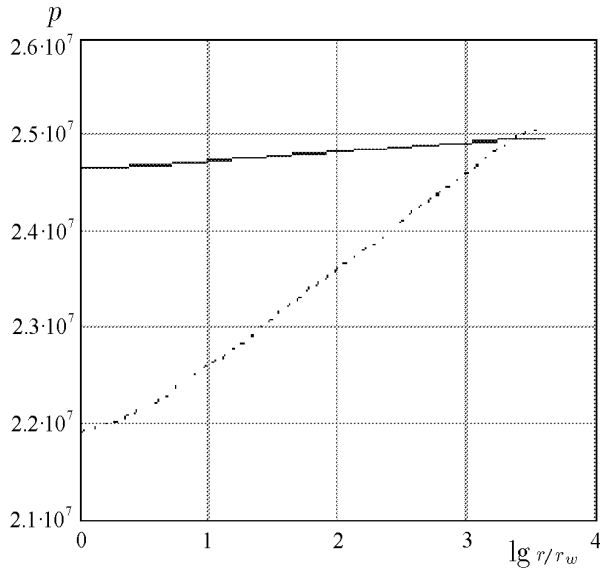


Рис. 3.

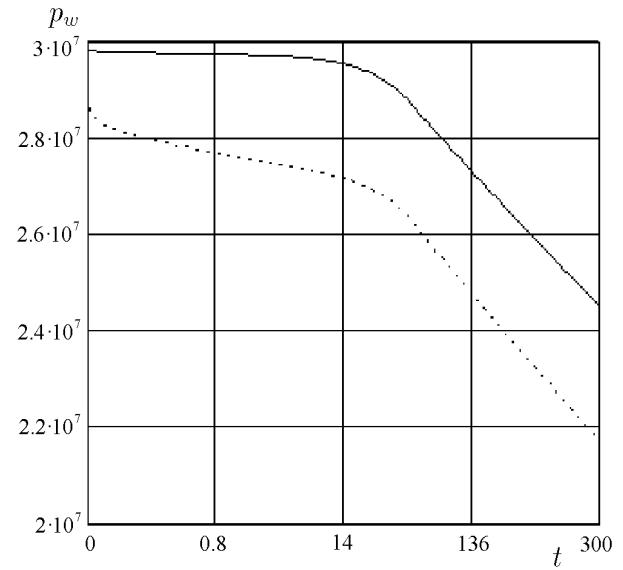


Рис. 4.

тирные —  $10^{-14}$ ). Как и следовало ожидать, распределение давления в логарифмических координатах практически прямолинейно. Кривые изменения забойного давления имеют два прямолинейных участка, первый из которых характеризуется сравнительно небольшим падением давления и соответственно незначительным снижением продуктивности скважины. Затем давление резко падает, что свидетельствует о завершении формирования гидратов и существенном снижении продуктивности скважины (рис. 4).

## Список литературы

- [1] BONDAREV E. A., KAPITONOVA T. A. Simulation of multiphase flow in porous media accompanied by gas hydrate formation and dissociation // Rus. J. of Eng. Thermophys. 1999. Vol. 9, No. 1, 2. P. 83–95.
- [2] БОНДАРЕВ Э. А., ВАСИЛЬЕВ В. И., ВОЕВОДИН А. Ф. и др. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа. Новосибирск: Наука. Сиб. отд.ние, 1988. 271 с.
- [3] ЧАРНЫЙ И. А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.

*Поступила в редакцию 23 июля 2001 г.,  
в переработанном виде — 1 октября 2001 г.*