# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ "РОТОРНЫХ" ОБЛАКОВ И ОСАДКОВ

Б.К. Алиева, А.Ж. Найманова

Институт математики Министерства образования и науки Республики Казахстан, Алматы, Казахстан e-mail: KED@math.kz Ш. С. СМАГУЛОВ

Казахский государственный национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

The formation of clouds and precipitation over an inhomogeneous surface is numerically modelling. Special regard is paid to the influence of the microphysical parameters on the behaviour of main characteristics of the field of cloudiness and precipitation. Consider the formation of clouds with a streamline of the two obstacles, the influence of the distance between the obstacles on the clouds and precipitation is studied. The comparison of the results of numerical calculation with observation is making.

# Введение

В численных моделях по ограниченной территории (Limited Area Models — LAM) для оперативного прогноза погоды используются как гидростатические, так и негидростатические модели [1, 2]. Одна из проблем, возникающих при их разработке, связана с неоднородностью земной поверхности. В некоторых моделях используют замену координат в зависимости от высоты рельефа. Однако этот подход недостаточно точен и усложняет исходную систему уравнений. К альтернативным путям решения этой проблемы относятся: а) разработка квазиортогональных сеточных систем; б) подход, основанный на координате давления. Отметим, что ни в одной из моделей не учитывается влияние влажности на термодинамические характеристики атмосферы. В [1] анализируются современные тенденции и достижения численного моделирования прогноза погоды на ограниченной территории, указывается, что актуален в настоящее время правильный учет орографии для LAM, взаимодействия облаков с турбулентностью.

Как правило, чувствительность предлагаемых мезомасштабных моделей проверяется на хорошо изученных явлениях, таких как механизм "feeder-seeder" [1, 2], развивающийся в орографических облаках и объясняющий количество осадков, наблюдавшихся как с наветренной, так и с подветренной сторон гор даже при сравнительно низком содержании воды в облаках. Другим известным из натурных наблюдений [3, 4] явлением служат "роторные" облака — видимое проявление атмосферного аналога дорожки Кармана. В работе [3] дано

<sup>©</sup> Б.К. Алиева, А.Ж. Найманова, Ш.С. Смагулов, 2003.

объяснение природы взаимодействия рельефа и воздушных течений, приведены условия образования облаков. В [4] на основе проведенных экспериментов качественно и количественно описаны "роторные" облака. Теоретически эволюция этих облаков и выпадение осадков не рассматривались.

Настоящая работа является продолжением исследований, выполненных в [5], где была построена численная модель влажных подветренных волн. Предварительные исследования показали, что разработанная модель позволяет рассчитывать как динамические характеристики, так и поля влажности, облачности и осадков на основе параметризованной микрофизики. Здесь исследуются поля облачности и осадков, влияние облаков и осадков на термодинамические характеристики. Основное внимание уделяется определению таких характеристик, как водозапас облаков, осадков и их водность.

Детальный учет облачности в крупномасштабных моделях сопряжен с большими вычислительными трудностями. В связи с этим на данный момент параметризация основных микрофизических процессов представляется наиболее приемлемой. Она позволяет значительно упростить задачу, дает возможность изучать закономерности облако- и осадкообразования и их взаимодействие с динамическими процессами.

### 1. Основные уравнения и методика расчета

Рассмотрим двумерный воздушный поток над неоднородным препятствием z = f(x, y). Исходной является система уравнений, описывающая нестационарное течение сжимаемого турбулентного газа (влажного воздуха) в поле силы тяжести (влиянием сил Кориолиса пренебрегаем):

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + K_{\rm M} \Delta_b u, \tag{1}$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + K_{\rm M} \Delta_b w + \frac{(\rho^* - \rho)}{\rm Fr},\tag{2}$$

$$\rho \frac{dT}{dt} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left[ \gamma \mathcal{M}^2 \frac{d\bar{P}}{dt} + \frac{dP^*}{dt} \right] + K_H \Delta_b T - \rho L_c \Delta - \rho L_c E_r, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0, \qquad (4)$$

$$\rho = \frac{\gamma M^2 \bar{P} + P^*}{T(1 + 0.61q_v)(1 - q_c)},\tag{5}$$

$$\frac{dq}{dt} = K_q \triangle_b q + E_r - A_r - C_r,\tag{6}$$

$$\frac{dq_r}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho W_t q_r}{\partial z} - E_r + A_r + C_r,\tag{7}$$

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + w\frac{\partial}{\partial z}; \quad \Delta_b = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$
$$\Delta = \begin{cases} 0, & q \le q_{vs}, \\ \frac{dq_{vs}}{dt}, & q > q_{vs}, \end{cases} \quad q = q_c + q_v,$$

 $\Delta$  — скорость конденсации водяного пара,

$$q_{vs} = 0.622\bar{E}_0 \exp(17.27(T-1)/T) / (\gamma M^2 \bar{P} + P^*) \quad [\Gamma/\Gamma].$$
(8)

Система (1) – (7) записана в безразмерной форме. За масштабы, используемые при введении безразмерных переменных, приняты следующие характерные величины для рассматриваемого течения: H — высота области;  $U_0$  — максимальная скорость невозмущенного потока;  $T_w, \rho_w$  — температура и плотность на нижней стенке. В качестве масштаба времени  $t_0$  используется величина  $H/U_0$ , для давления и упругости насыщения —  $\rho_w RT_w$ . Здесь  $\mathrm{Fr} = U_0^2/(gH)$  — число Фруда;  $\mathrm{M} = U_0/(\gamma RT_w)^{1/2}$  — число Маха;  $L_c = L/(c_pT_w)$ , где L — удельная теплота конденсации;  $\gamma = c_p/c_v$  — показатель адиабаты;  $c_p, c_v$  — удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме; g — ускорение свободного падения; R — газовая постоянная воздуха;  $\bar{E}_0 = E_0/(\rho_w RT_w)$ , где  $E_0$  — упругость насыщения при температуре  $T_w$ ; q — удельное влагосодержание,  $q_v$  — удельная влажность,  $q_c$  — удельная водность облака,  $q_r$  — водность осадков,  $q_{vs}$  — удельная влажность насыщения; остальные обозначения — общепринятые.

Уравнение состояния (5) записано для двухфазной смеси и для случая газовзвеси с малой объемной концентрацией конденсированной фазы [6].

Для исключения трудностей, связанных с численным решением при малых числах Маха, в системе (1) - (7) давление представлено в виде суперпозиции динамического  $\bar{P}$  и статического  $P^*$  давлений:

$$P = \gamma \mathcal{M}^2 \bar{P} + P^*. \tag{9}$$

Турбулентность описывается простейшей *К*-моделью. Здесь  $K_{\rm M}, K_H, K_q$  — безразмерные коэффициенты турбулентной вязкости:  $K_H = K_{\rm M}/{\rm Pr}, K_q = K_{\rm M}/{\rm Sc}$ , где Pr — число Прандтля, Sc — число Шмидта.

Уравнения (6), (7) записаны на основе параметризованной микрофизики. Идея параметризации подробно изложена в [7], где самообращение облачных элементов в осадки  $(A_r)$ , захват облачных элементов падающими гидрометеорами  $(C_r)$ , испарение осадков  $(E_r)$  определяются следующим образом:

$$A_r = \alpha K_c (q_c - q_{c0}), \quad C_r = \alpha E q_c q_r^{0.95}, \quad E_r = \alpha \beta q_r^{1/2} (q_{vs} - q_v) / q_{vs}.$$

Эмпирические константы  $K_c$ , E,  $\beta$ , имеющие размерность с<sup>-1</sup>, приведены также в [7]. Параметр  $\alpha = H/U_0$  появляется при обезразмеривании.

Формула для гравитационной скорости падения осадков имеет вид  $W_t = W_{t0} q_r^{1/5}$ , где  $W_{t0}$  — ее пороговое значение. Формула в таком виде получена в [7].

В настоящей работе кратко изложена методика решения системы (1) – (7), так как все этапы численного расчета приведены в [5]. Для определения динамических характеристик используется вариант MAC-метода. Расчет поля динамического давления осуществляется методом последовательной симметричной релаксации. Температура и влажность рассчитываются методом переменных направлений с монотонной схемой по пространственным координатам. Уравнение для водности осадков решается методом Уорминга — Катлера — Ломакса с третьим порядком точности по пространственным координатам.

Во избежание проблем, связанных с неоднородностью нижней границы, применяется метод фиктивных областей с продолжением по младшим коэффициентам в расширенной области [5, 8]:

$$\frac{d(u\rho)^{\varepsilon}}{dt} = -\frac{\partial P^{\varepsilon}}{\partial x} + K_{\mathrm{M}}\Delta_{b}u^{\varepsilon} - \xi\rho^{\varepsilon}(u^{\varepsilon} - u_{nx}^{\varepsilon}),$$

$$\frac{d(w\rho)^{\varepsilon}}{dt} = -\frac{\partial P^{\varepsilon}}{\partial z} + K_{\rm M} \Delta_b w^{\varepsilon} + \frac{(\rho^* - \rho^{\varepsilon})}{{\rm Fr}} - \xi \rho^{\varepsilon} (w^{\varepsilon} - w^{\varepsilon}_{nx}),$$

$$\rho^{\varepsilon} \frac{dT^{\varepsilon}}{dt} = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{d(\gamma {\rm M}^2 \bar{P}^{\varepsilon} + P^*)}{dt} + K_H \Delta_b T^{\varepsilon} - \rho^{\varepsilon} L_c \Delta - \rho^{\varepsilon} L_c E_r - \xi \rho^{\varepsilon} (T^{\varepsilon} - T^{\varepsilon}_0),$$

$$\frac{\partial u^{\varepsilon}}{\partial x} + \frac{\partial w^{\varepsilon}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho^{\varepsilon}} \frac{d\rho^{\varepsilon}}{dt},$$

$$(10)$$

$$\rho^{\varepsilon} = \frac{\gamma {\rm M}^2 \bar{P}^{\varepsilon} + P^*}{T^{\varepsilon} (1 + 0.61 q^{\varepsilon}_v) (1 - q^{\varepsilon}_c)},$$

$$\frac{dq^{\varepsilon}}{dt} = K_q \Delta_b q^{\varepsilon} + E_r - A_r - C_r - \xi (q^{\varepsilon} - q^{\varepsilon}_0),$$

$$\frac{dq^{\varepsilon}_r}{dt} = \frac{1}{\rho^{\varepsilon}} \frac{\partial \rho^{\varepsilon} W_t q^{\varepsilon}_r}{\partial z} - E_r + A_r + C_r.$$

Здесь

$$\xi = \begin{cases} 0 \text{ при } x, z \in D, \\ \rho \varepsilon^{-2} \text{ при } x, z \in D_0. \end{cases}$$

D — рассматриваемая область,  $D_0$  — фиктивная область,  $\varepsilon$  — малый параметр;  $u_{nx}^{\varepsilon}$ ,  $w_{nx}^{\varepsilon}$  — соответствующие значения составляющих скорости на нижней границе (в дальнейшем буква  $\varepsilon$  опускается).

#### Постановка начальных и граничных условий.

В начальный момент времени:

$$u = (z^2 - z^4)/0.25, w = 0, T = 1 - mz, q_v = RHq_{vs}, q_c = 0, q_r = 0, 0 \le z \le 1,$$

где RH — заданная относительная влажность; m — вертикальный градиент температуры.

Следует отметить, что перед началом численного расчета необходимо определить средний уровень статического давления  $P^*$  и  $\rho^*$  в потоке. В [9] на основе уравнения статики атмосферы получены барометрические формулы, с помощью которых определяются распределения давления, плотности и температуры для различных случаев атмосферы. Здесь для распределения давления  $P^*$  и плотности  $\rho^*$  в политропной среде можно принять формулы

$$P^* = (1 - mz)^{\gamma M^2/mFr}, \quad \rho^* = \rho = (1 - mz)^{\gamma M^2/mFr-1}.$$
(11)

На входе значения искомых величин определяются в соответствии с начальными условиями, на выходе для них приняты мягкие граничные условия.

Различные варианты граничных условий на нижней и верхней границах обсуждаются в [5]. В соответствии с этим на нижней стенке результирующая скорость  $\mathbf{V}_n$  (параллельная стенке) будет иметь вид |  $\mathbf{V}_n$  |= 0, 1,

$$T = 1, \quad q_v = RHq_{vs}, \quad q_c = 0, \quad \frac{\partial (W_t + w)q_r}{\partial z},$$

а верхняя граница представляет собой жесткую пластину с демпфирующим слоем 1 < z < 1.5, движущуюся с заданной скоростью u = 1, w = 0, T = 1 - m,  $q_v = RHq_{vs}$ ,  $q_c = 0$ , z = 1.5.

Кроме того, рассматривается задача обтекания с другой постановкой начальных и граничных условий с целью сравнения результатов численного эксперимента с натурными наблюдениями [4].

В этом случае в качестве начального распределения статического давления принята интерполяционная формула вида  $P^* = (1 - m_1 z)$ , полученная из экспериментов [4], начальное поле температуры и плотности задаются следующим образом:

$$T = 1 - mz, \quad \rho = \rho^* = \frac{(1 - m_1 z)}{(1 - mz)}, \quad 0 \le z \le 1, \quad 0 \le m \le 0.1, \quad 0 \le m_1 \le 0.5,$$

где  $m_1$ , m выбирались также из [4]. Остальные условия совпадают с предыдущей постановкой.

Количество облаков и осадков (водозапас облака  $Q_c$  (осадков  $Q_r$ )) определяется массой капельно-жидкой воды в вертикальном столбе единичного сечения:

$$Q_c(x) = \int_{0}^{1} q_c dz, \quad Q_r(x) = \int_{0}^{1} q_r dz.$$

Суммарный водозапас облака и осадков вычисляется так:

$$Q_{\Sigma c} = \int_{0}^{L} Q_{c}(x) dx, \quad Q_{\Sigma r} = \int_{0}^{L} Q_{r}(x) dx.$$

Система уравнений (1) - (7) решается численно, описание метода изложено в [5].

### 2. Анализ результатов

Расчеты проводились при следующих диапазонах параметров  $0.0022 \le M \le 0.0387$ ; m = 0.1;  $0.0045 \le Fr \le 0.0095$ ;  $K_{\rm M} = 0.0015$ ;  $\Pr = Sr = 0.71$ ;  $\bar{E}_0 = 0.16$ ;  $0.1 \le L_c \le 4.5$ ;  $0 \le RH \le 0.9$ . Расчетная сетка состоит из 20161 ячеек с шагами  $h_x = 0.05$ ,  $h_z = 0.025$  и шагом по времени  $\tau = 0.0025$ . В качестве препятствий были приняты:

1)  $z = (b^2 - x^2/a^2)^{1/2}$  — полуэллипс, где  $a^2 = 0.5, b^2 = 0.31;$ 

2)  $z = a_0(1 - \cos(2\pi(x - a)))$  — синусоида, где  $a_0 = 0.1, a = 3.65$ .

На рис. 1 (М = 0.0327, Fr = 0.007,  $L_c = 0.5$ , RH = 0.9,  $q_{c0} = K_c = E = \beta = 0$ ) приведены картина облаков и поле вектора скорости при обтекании влажным воздухом полуэллипса и синусоиды в момент времени t = 3.5.

Как было указано в первой части работы [5], по мере формирования вихрей при поднятии воздушных масс происходит насыщение водяного пара (обусловленного понижением температуры и градиента давления в поперечном направлении). Вследствие этого образуется облачность, которая с течением времени отрывается и сносится потоком вниз, то появляясь, то исчезая. В конечном итоге формируется система облаков — видимое проявление вихревой системы. Форма препятствий оказывает существенное влияние на эволюцию облаков. Как видно из рисунка, для препятствий с крутой формой (полуэллипс) облака образуются как на наветренной, так и на подветренной их сторонах. Для синусоиды (рис. 1, *г*) характерны широкие облака с меньшими вертикальными размерами подветренных облаков, так как в этом случае градиент скорости в поперечном направлении значительно меньше, чем для полуэллипса (рис. 1, *a*, *b*). Таким образом, в случае обтекания полуэллипса суммарное количество облаков больше, чем для синусоиды, что можно видеть из рис. 2, где показан процесс накопления суммарного водозапаса облачности с течением времени.



Рис. 1. Поле вектора скорости и картина облачности: (a, b) — полуэллипс, (b, c) — синусоида к моменту времени t = 3.5.

На примере обтекания полуэллипса исследовано влияние микрофизических параметров на облакообразование и выпадение осадков.

На рис. 3 представлены водозапасы облаков  $Q_c$  (кривая 1) и осадков  $Q_r$  (кривая 2) для различных моментов времени и различных значений  $q_{c0}$  и  $K_c$ . Видно, что уменьше-

M = 0.0327, Fr = 0.007, $L_c = 0.5$ , $RH = 0.9$ , $W_{t0} = 0$ , $\beta = 0$							
Вариант	$q_{c0}$	$K_c$	E	$(q_c)_{\max}$	$(q_r)_{\max}$	$Q_{\Sigma c}$	$Q_{\Sigma r}$
1	0.0	0.0	0.0	0.02148		5.142	_
2	0.005	5.0	0.0	0.01247	0.00676	3.631	1.082
3	0.0005	5.0	0.0	0.00948	0.00844	2.057	2.120
4	0.005	0.75	0.0	0.01896	0.00194	4.742	0.315
5	0.005	5.0	450	0.01077	0.00808	3.028	1.473
6	0.005	5.0	700	0.01024	0.00767	2.784	1.593

Влияние микрофизических параметров на образование облаков и осадков

ние  $q_{c0}$  приводит к тому, что осадки формируются раньше. Для  $q_{c0} = 0.0005$  образование осадков начинается с момента времени t = 2, тогда как при  $q_{c0} = 0.005$  они появляются только при t = 2.25. К моменту t = 3 водозапасы облаков и осадков при меньшем  $q_{c0}$  почти равны, в то время как для большего  $q_{c0}$  еще имеется значительный запас  $Q_{\Sigma c}$  (см. таблицу, варианты 2, 3).



Рис. 2. Влияние формы препятствий на процесс накопления суммарного водозапаса облачности с течением времени: кривая 1 — полуэллипс, кривая 2 — синусоида.

Влияние  $K_c$  на распределение облаков и осадков качественно аналогично  $q_{c0}$ , но количественно различается. Из рис. 3,  $\delta$ ,  $\epsilon$  видно, что накопление водозапаса осадков происходит очень медленно, хотя значение  $K_c$  увеличено в пять раз (см. таблицу, варианты 2, 4), соответственно накопление осадков приводит к уменьшению  $Q_c$ .

Одним из важных процессов атмосферы, влияющих на развитие облаков и осадков, является коагуляция, в частности гравитационная коагуляция. Она определяется коэффициентом столкновения E, который характеризует эффективность захвата при коагуляционном росте капель воды. Из экспериментов [10] известно, что для мелких капель, радиус которых существенно меняется, эффективность захвата является переменной величиной. Однако при столкновении капель, радиус которых отличается незначительно, он близок константе. Таким образом, в численных экспериментах учитывается слияние крупных капель. В расчетах рассматриваемый диапазон E составляет  $0 \le E \le 700$ .

На рис. 4 приведены изолинии водности облаков и дождя при отсутствии захвата (a, 6)и при E = 700 ( $\delta$ , s) для момента t = 3.5. Из анализа рисунков следует, что при наличии захвата происходит интенсивный переход капель с вихревых облаков в осадки (сравните рис. 4,  $\delta$  и 4, s). Как следует из численных расчетов, именно здесь находится максимум  $Q_{\Sigma c}$ , в то время как на наветренной стороне и над препятствием не происходит перехода в осадки. Это объясняется тем, что в этих областях практически отсутствуют вертикальные токи. Поле облачности на подветренной стороне имеет куполообразную форму (максимальные значения  $q_c$  находятся посередине купола, убывая к его границе), тогда как поле осадков имеет более удлиненный вид и, как далее можно увидеть, приобретает форму подковы. Как следует из рис. 4, a,  $\delta$ , область коагулирующих капель небольшая



Рис. 3. График изменения суммарных водозапасов облаков  $Q_{\Sigma c}$  (кривая 1) и осадков  $Q_{\Sigma r}$  (кривая 2) с течением времени и при различных  $q_{c0}$  и  $K_c$ :  $a - q_{c0} = 0.0005$ ,  $K_c = 5.0$ ;  $\delta - q_{c0} = 0.005$ ,  $K_c = 5.0$ ;  $\delta - q_{c0} = 0.005$ ,  $K_c = 5.0$ ;  $\delta - q_{c0} = 0.005$ ,  $K_c = 0.75$ .

(граница облачности претерпевает небольшие изменения), тем не менее она вносит наиболее существенный вклад в суммарный водозапас осадков.



Рис. 4. Изолинии водности облаков (a, b) и дождя (e, c): a, e - E = 0; b, c - E = 700.

Явление "резонанса" для препятствий, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, — одна из интересных особенностей, обнаруженных из натурных наблюдений, а также полученных из лабораторных исследований [11]. Известно, что если периодичность рельефа совпадает с частотой (периодичностью) подветренных волн, то интенсивность этих волн увеличивается. Ниже приводится анализ результатов исследования явления "резонанса" при наличии вихревой дорожки.

Распределение облачности при обтекании влажным воздухом двух препятствий синусоидальных форм, расположенных на расстояниях  $d = (1 \dots 5)l$ , где l — ширина препятствия (l = 0.8), показано на рис. 5, откуда следует, что оно зависит от взаимного расположения



Рис. 5. Распределение облачности при двух препятствиях синусоидальной формы, расположенных на различных расстояниях друг от друга, для момента времени t = 3.

препятствий. При близком расположении препятствий облачность распределяется так, как она развивалась бы при обтекании одного широкого препятствия (рис. 5, a, b). Это свидетельствует о том, что длина волны от первого препятствия больше расстояния между обтекаемыми телами. Как видно из рис. 5, b (d = 3l), при увеличении d облачность возрастает, поскольку возмущения за первым препятствием, распространяясь вниз, взаимодействуют с течением вблизи второго тела, вызывая за ним увеличение амплитуды.

На достаточном удалении препятствий друг от друга поля облачности над препятствиями формируются независимо (рис. 5,  $\epsilon$ , d). Отметим, что это распределение наблюдается уже на расстоянии d = 4l (рис. 5,  $\epsilon$ ), но, как следует из численных расчетов, для препятствий эллиптической формы это независимое распределение наблюдается на d = 4.5l.

На рис. 6 показан суммарный водозапас облачности в зависимости от расстояния d для полуэллипса и синусоиды к моменту времени t = 2.5 (кривые 1, 3) и t = 3 (кривые 2, 4). Как видно, для полуэллипса к моменту времени t = 3 максимум количества  $Q_{\Sigma c}$  достигается на расстоянии между препятствиями d = 2.5l, тогда как для синусоиды этот пик находится при d = 3l. Очевидно, при этих расстояниях амплитуда волны совпадает с расстоянием между препятствиями, что и приводит к "резонансу", который вызывает обрушение волн, и на гребнях этих волн облачность максимальна.

Как было отмечено выше, данная задача также была рассмотрена с другими начальными и граничными условиями. Отметим, что температура на нижней стенке была принята равной единице:  $T = T_0(x) = 1$ , за исключением препятствия. Температура на препятствии линейно увеличивается с высотой до z = h(x): T = 1 - mz, где m = 0.1. Приведем результаты качественного сравнения распределения поля температуры, полученные путем самолетных измерений над Скандинавским горным хребтом [4] (рис. 7,  $\delta$ ), с численными расчетами данной работы ( $m = 0.1, m_1 = 0.3$ )] (рис. 7, a). На рис. 8 представлены результаты сравнения картины облачности с данными работы [4]. Видно, что численная модель



Рис. 6. Влияние d на накопление  $Q_{\Sigma c}$  к моменту t = 2.5 (кривые 1, 3) и t = 3 (кривые 2, 4): элипсоиды — сплошные кривые и синусоиды — штриховые.



качественно согласуется с результатами натурных наблюдений.

Рис. 7. Поле температуры над Скандинавским горным хребтом: *a* — расчет; *б* — данные, полученные путем самолетных измерений [4].

В заключение отметим некоторые результаты работы:

1. Исследовано влияние различных факторов (формы препятствий, количества препятствий, числа Фруда, микрофизических параметров  $(\beta, E, \alpha)$ ) на облакообразование и выпадение осадков.

2. На основе численных экспериментов рассматривается полный цикл развития облаков и осадков, начиная от момента образования.

3. Проведенный численный эксперимент по модели параметризованной микрофизики является вполне реалистичным (имеется качественное согласование с натурными наблюдениями (рис. 8).

4. Рассматриваемая модель допускает простое включение эффектов лучистого теплообмена.



Рис. 8. Поле облачности: *a* — данные наблюдений над Скандинавским горным хребтом [4]; *б* — расчет.

Описанные характеристики "роторных" облаков получены для случая, когда движение можно считать плоским. Это предположение, строго говоря, применимо для вихрей, развивающихся за длинными хребтами [12]. Поскольку моделирование трехмерных течений представляет определенную сложность, в работе для выявления основных характерных закономерностей и причин возникновения вихрей и облаков была выбрана двумерная модель.

# Список литературы

[1] CURRENT Trends and Achievements in Limited Area Models for Numerical Weather Prediction / Ph.Bougeault. WMO/TD No. 510. 1992. 46 p.

- [2] DURRAN D. R. Another look at down slope windstorms. Pt I: On the development of analogs to supercritical flow in an infinitely deep, continuously stratified field // J. Atmos. Sci. 1986. No. 43, P. 2527–2543.
- [3] FORHGOTT J. Wave streaming in the Les of mountain ridges // Bull. Met. Czech. 1949. Vol. 3. P. 49.
- [4] LARSSON L. A method to study the structure of standing lee waves and rotors // Aerorevue. 1960. Vol. 35, No. 5. P. 327–331.
- [5] ИБРАЕВА Д. С., НАЙМАНОВА А. Ж. Численное моделирование влажных подветренных волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37, №1. С. 93–102.
- [6] НИГМАТУЛИН Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
- [7] LIU J. Y., ORVILLE H. D. Numerical modelling of precipitation and cloud shadow effect on mountain induced cumuli // J. of Atmosph. Sci. 1969. Vol. 26, No. 6. P. 1283–1298.
- [8] СМАГУЛОВ Ш. С. Метод фиктивных областей для краевой задачи уравнений Навье Стокса. Новосибирск, 1979 (Преп. / АН СССР. Сиб. отд-ние, ВЦ; 68).
- [9] МАТВЕЕВ Л. Т. Динамика облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 311 с.
- [10] РОДЖЕРС Р. Р. Краткий курс физики облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1979. 231 с.
- [11] INOUE O. Resonance of Lee waves of a stratified flow over two barriers // J. of the Meteorological Society of Japan. 1979. Vol. 57. P. 21–28.
- [12] ТУРБУЛЕНТНОСТЬ в свободной атмосфере / Н.К. Винниченко, Н.З. Пинус, С.М. Шметер, Г.Н. Шур. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 287 с.

Поступила в редакцию 20 мая 2002 г., в переработанном виде — 31 июля 2002 г.