Вычислительные технологии **Том 8, № 1, 2003**

ЛОКАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ИНТЕРВАЛЬНО НАБЛЮДАЕМОЙ СИСТЕМЫ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Д. В. Давыдов
Дальневосточный государственный университет
Владивосток, Россия
e-mail: ddavydov_77@yahoo.com

The problem of nonlinear controlled system stabilization with parameters and interval phase condition observations is considered. The sufficient conditions of local asymptotic stability nonlinear system in neighbourhood of stationary point are found on the basis of linear approximation.

Введение

Задачи стабилизации управляемых систем занимают важное место в теории автоматического регулирования. В современных исследованиях, уделяющих значительное внимание системам с различного рода неопределенностями, используются методы идентификации [1, 2], интервального анализа [3, 4], управления пучками траекторий [5] и др.

В настоящей работе устанавливаются достаточные условия стабилизации нелинейной системы с неопределенными параметрами по ее линейному приближению в точке покоя — системы линейных дифференциальных уравнений с интервальными коэффициентами. На основе известных результатов [6, 7] по линейному приближению строится субоптимальное управление, которое обеспечивает асимптотическую стабилизацию в малом исходной нелинейной системы. Приводится процедура вычисления субоптимального управления по точным и приближенным результатам наблюдения.

1. Постановка задачи

Рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x, u, v) \tag{1}$$

с векторами $x \in R^n, u \in R^r, v \in R^q$ состояния, управления и неопределенных параметров. Предположим, что

i) множество $V \subset R^q$ значений неопределенных параметров v известно и не зависит от времени t;

ii) функция $f\colon X \times U \times V \to R^n$ дважды дифференцируема по совокупности аргументов (x, u) в малой окрестности $X \times U$ точки $(\bar{x}, \bar{u})$ при каждом $v \in V$, причем

$$f(\bar{x}, \bar{u}, v) = 0 \tag{2}$$

тождественно по $v \in V$;

iii) управлениями служат кусочно-непрерывные при $t \geq 0$ функции $u(t)$ со значениями в U.

Введем уравнение наблюдения фазовых состояний системы (1)

$$y(t) = Cx(t), \ \ t \geq 0. \tag{3}$$

Здесь $y(t)$ из R^m — вектор наблюдений фазовой траектории $x(t)$ системы (1), отвечающий выбранному управлению $u(t)$; матрица C размерности $m \times n$ содержится в интервале

$$|C - C_0| \leq \Delta C, \tag{4}$$

где $C_0, \ \Delta C$ — известные $m \times n$-матрицы с произвольными и неотрицательными элементами, определяющие середины и полудлины интервалов изменения элементов матрицы C. Модули и неравенства в (4) понимаются поэлементно. Выясним возможность асимптотической стабилизации системы (1) в точке покоя $\bar{x}$, полагая для удобства дальнейших рассуждений $\bar{x} = 0, \bar{u} = 0$ (без потери общности, производя при необходимости параллельный перенос системы координат).

2. Линеаризация системы

Следуя Ляпунову [8], линеаризуем систему (1) в малой окрестности $X_1 \times U_1$ точки $(\bar{x}, \bar{u}) = (0, 0)$. Зафиксируем произвольный процесс $(x(t), u(t))$ системы (1), удовлетворяющий условию

$$(x(t), u(t)) \in X_1 \times U_1 \ \ \forall t \geq 0 \tag{5}$$

и соответствующий некоторому фиксированному $v \in V$. Существование процесса (5) будет установлено ниже. Разложение Тейлора в точке $(\bar{x} = 0, \bar{u} = 0)$ дает

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), v) = f(0, 0, v) + f'_x(0, 0, v)x(t) + f'_u(0, 0, v)u(t) + o(\|x(t)\| + \|u(t)\|). \tag{6}$$

Обозначив $A(v) = f'_x(0, 0, v), B(v) = f'_u(0, 0, v)$ и отбросив остаточный член, из (6) получим

$$\dot{x} = A(v)x(t) + B(v)u(t). \tag{7}$$

Найдем поэлементные точные нижние и верхние оценки матриц $A(v), B(v)$ так, чтобы для всех $v \in V$ выполнялись неравенства

$$A_b \leq A(v) \leq A_h, B_b \leq B(v) \leq B_h, \tag{8}$$

и обозначим

$$A_0 = 0,5(A_h + A_b), \ \ B_0 = 0,5(B_h + B_b), \ \ \Delta A = 0,5(A_h - A_b), \ \ \Delta B = 0,5(B_h - B_b).$$

Существование матриц A_b, A_h, B_b, B_h гарантируется условием (ii). Тогда система линейных дифференциальных уравнений с интервальными коэффициентами

$$\dot{x}_l(t) = Ax_l(t) + Bu(t), \tag{9}$$

$$|A - A_0| \leq \Delta A, \ \ |B - B_0| \leq \Delta B \tag{10}$$

эквивалентна (7), (8) и согласована по обозначениям с работой [7]. Здесь и далее $x_l(t)$ отвечает состоянию линеаризованной системы (9) в отличие от состояния $x(t)$ исходной системы.

3. Синтез управления на основе линеаризованной системы

Основываясь на результатах работы [7], приведем процедуру построения и достаточные условия существования стабилизирующего управления. Проведем анализ системы (3), (4), (9), (10) на отрезке времени $t \in [0, T]$ для некоторого фиксированного значения T, распространяя далее результаты по индукции на произвольный отрезок $[(k-1)T, kT]$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ Следуя [7], разобьем отрезок $[0, T]$ на промежутки $[0, \theta)$ пассивного наблюдения и $[\theta, T)$ активного управления системой (9), (10) с уравнением наблюдения (3), (4).

Процедура пассивного наблюдения требует "выключения" управления ($u(t) \equiv 0$) на полуотрезке $[0, \theta)$ и позволяет с помощью наблюдений (3), (4) построить оценку $\hat{x}^0$ начального фазового состояния x^0 системы (1). Необходимо отметить, что в отличие от работы [7] уравнением (3) описана процедура наблюдения фазового состояния нелинейной системы (1). Мы же будем интерпретировать вектор $y(t)$ из (3) как результат наблюдения за фазовым состоянием $x_l(t)$ линеаризованной системы (9), (10). Такой подход позволяет использовать известные наблюдения $y(t)$ для построения оценки $\hat{x}^0$, а следовательно, и для построения на отрезке $[\theta, T)$ "активного" программно-позиционного управления $\hat{u}(t) = u(\hat{x}^0, t)$.

Перейдем к формальному описанию. Введем детерминированную систему

$$\dot{x}_{l,0} = A_0 x_{l,0} + B_0 u, \tag{11}$$

$$y_{l,0}(t) = C_0 x_{l,0}(t) \tag{12}$$

с неизвестными траекторией $x_{l,0}$ и наблюдениями $y_{l,0}$ и предположим, что данная система полностью управляема и наблюдаема, т. е. выполняются условия [9] полноты рангов

$$\operatorname{rank}(B_0, A_0 B_0, \ldots, A_0^{n-1} B_0) = n, \tag{13}$$

$$\operatorname{rank}(C_0', A_0' C_0', \ldots, (A'_0)^{n-1} C_0') = n. \tag{14}$$

Классическая теория позволяет в предположениях (13), (14) по известным результатам наблюдения $y_{l,0}(t)$ системы (11), (12) восстанавливать начальное фазовое состояние $x_{l,0}(0)$. В нашем случае $y_{l,0}(t)$ неизвестно, поэтому по аналогии с [7] для получения оценки $\hat{x}^0$ используем известные наблюдения $y(t)$. Для этого положим

$$\hat{u}(t) \equiv 0 \ \text{ для } \ t \in [0, \theta) \tag{15}$$

и представим наблюдение (3) для $t \in [0, \theta)$ как

$$y(t) = Cx(t) = C(x_l(t) + x(t) - x_l(t)). \tag{16}$$

Применяя к (16) интегральное преобразование с матрицей $\mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0'$, получим

$$\int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' y(\tau)\, d\tau = \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' C x_l(\tau)\, d\tau + \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' C(x(\tau) - x_l(\tau))\, d\tau. \tag{17}$$

Заметим, что в силу (9), (15)

$$x_l(t) = \mathrm{e}^{tA} x^0, \quad t \in [0, \theta). \tag{18}$$

Обозначим

$$W = \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' C \mathrm{e}^{\tau A}\, d\tau, \quad W_0 = \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' C_0 \mathrm{e}^{\tau A_0}\, d\tau. \tag{19}$$

Определим оценку $\hat{x}^0$ начального фазового состояния как решение системы

$$W_0 \hat{x}^0 = \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' y(\tau)\, d\tau, \tag{20}$$

тогда из (17) — (20) получим

$$W_0(\hat{x}^0 - x^0) = \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' y(\tau)\, d\tau - W_0 x^0 = (W - W_0)x^0 + \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' C(x(\tau) - x_l(\tau))\, d\tau, \tag{21}$$

откуда в согласованных нормах

$$\|\hat{x}^0 - x^0\| \le \|W_0^{-1}\| \left(\|\Delta W\| \|x^0\| + \int_0^\theta \|\mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' \left(|C_0| + \Delta C\right)\| \; \|x(\tau) - x_l(\tau)\|\, d\tau \right),$$

$$\Delta W = \int_0^\theta \left|\mathrm{e}^{tA_0'} C_0'\right| \left[(|C_0| + \Delta C) \left(\mathrm{e}^{t(|A_0| + \Delta A)} - \mathrm{e}^{t|A_0|} \right) + \Delta C \left| \mathrm{e}^{tA_0} \right| \right]\, dt. \tag{22}$$

Неравенство (22) указывает на очевидный факт зависимости точности наблюдаемой оценки $\hat{x}^0$ от неопределенностей (4), (10) и величины "расхождения" траекторий $x(\tau)$ и $x_l(\tau)$ исходной и линеаризованной систем. Существование W_0^{-1} в (20) — (22) гарантировано условием (14). Следуя [7], построим на полуотрезке $[\theta, T)$ управление $\hat{u}(t)$ для системы (11) с начальным состоянием $x_{l,0}(0) = \hat{x}^0$:

$$\hat{u}(t) = -B_0' \mathrm{e}^{(T-t)A_0'} \hat{D}_0^{-1} \mathrm{e}^{TA_0} \hat{x}^0 = -B_0' \mathrm{e}^{(T-t)A_0'} \hat{D}_0^{-1} \mathrm{e}^{TA_0} W_0^{-1} \int_0^\theta \mathrm{e}^{\tau A_0'} C_0' y(\tau)\, d\tau, \tag{23}$$

$$\hat{D}_0 = \int_0^{T-\theta} \mathrm{e}^{\tau A_0} B_0 B_0' \mathrm{e}^{\tau A_0'}\, d\tau.$$

Существование $\hat{D}_0^{-1}$ гарантируется условием (13).

4. Применение управления к нелинейной системе

Изучим поведение системы (1) под воздействием управления (15), (23). Для этого оценим на отрезке $[0, T]$ "расхождение" траекторий $x(t) = x(\hat{u}(t), t)$ и $x_l(t) = x_l(\hat{u}(t), t)$ систем (1), (9). Пусть

$$g(x, t, v) = f(x, \hat{u}(t), v) \tag{24}$$

удовлетворяет условию Липшица по x в некоторой окрестности X_2 точки $\bar{x} = 0$ при всех $v \in V$ и $t \in [0, T]$:

$$\|g(x_1, t, v) - g(x_2, t, v)\| \le k \|x_1 - x_2\|, \tag{25}$$

где константа Липшица k не зависит от v и t, а x_1, x_2 — произвольные точки из X_2.

Используем интегральную форму представления решения систем (1), (9) под воздействием управления (15), (23):

$$x(t) = x^0 + \int\limits_0^t f(x(\tau), \hat{u}(\tau), v)\, d\tau =$$

$$= x^0 + \int\limits_0^{\varphi(t)} f(x(\tau), 0, v)\, d\tau + \mathrm{ind}(t-\theta) \int\limits_\theta^t f(x(\tau), \hat{u}(\tau), v)\, d\tau, \tag{26}$$

$$x_l(t) = x^0 + \int\limits_0^t \left(Ax_l(\tau) + B\hat{u}(\tau)\right)\, d\tau =$$

$$= x^0 + \int\limits_0^{\varphi(t)} Ax_l(\tau)\, d\tau + \mathrm{ind}(t-\theta) \int\limits_\theta^t \left(Ax_l(\tau) + B\hat{u}(\tau)\right) d\tau, \tag{27}$$

где индикаторная функция $\mathrm{ind}(t-\theta) = 0$ для $t \in [0, \theta)$ и $\mathrm{ind}(t-\theta) = 1$ для $t \in [\theta, T]$, а функция $\varphi(t) = t$ для всех $t \in [0, \theta)$ и $\varphi(t) = \theta$ для $t \in [\theta, T]$.

Доопределим на отрезке $[0, \theta]$ управление $\hat{u}(t)$ по непрерывности, полагая $\lim\limits_{t \to \theta - 0} \hat{u}(t) = 0$. Тогда непрерывные векторные функции $x_l(t), \hat{u}(t)$ на отрезке $[0, \theta]$ ограничены. Кроме того, на отрезке $[0, \theta]$ траектория $x_l(t)$ описывается однородной системой и линейно зависит от x^0, поэтому найдется окрестность нуля $X_3 \subset R^n$, в которой для всех $x^0 \in X_3$ выполняется $(x_l(t), \hat{u}(t)) \in X_1 \times U_1$ при всех $t \in [0, \theta]$. Пользуясь (5), (6), представим покоординатное разложение функции $f(x_l(t), 0, v)$ в виде

$$f_i(x_l(t), 0, v) = f_i(0, 0, v) + \sum_{j=1}^n f_{i\, x_j}(0, 0, v) x_{lj}(t) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n f_{i\, x_j\, x_k}(\kappa, 0, v) x_{lj}(t) x_{lk}(t), \quad i = 1, ..., n, \tag{28}$$

где $\kappa(t) = \lambda(t) x_l(t), \;\; 0 \le \lambda(t) \le 1$ для каждого $t \in [0, \theta]$.

В силу предполагаемой ограниченности вторых производных функции $f(\cdot, 0, v)$ для любого фиксированного $v \in V$ и с учетом зависимости (18) остаточный член в (28) можно покоординатно представить в виде квадратичной формы

$$R_i(t) = (x^0)' P_i(t) x^0, \;\; i = 1, \ldots, n \tag{29}$$

или в векторно-матричной форме

$$f(x_l(t), 0, v) = Ax_l(t) + R(t), \;\; t \in [0, \theta]. \tag{30}$$

Заметим, что из (24), (30) для $t \in [0, \theta]$ вытекает

$$g(x(t), t, v) = f(x(t), \hat{u}(t), v) = f(x(t), 0, v),$$

$$g(x_l(t), t, v) = f(x_l(t), 0, v) = Ax_l(t) + R(t). \tag{31}$$

Используя (30), (31), оценим на отрезке $[0,\theta]$ разность $(x(t)-x_l(t))$. Имеем

$$\|x(t)-x_l(t)\| = \|x^0 + \int\limits_0^t f(x(\tau),0,v)\,d\tau - x^0 - \int\limits_0^t Ax_l(\tau)\,d\tau\| =$$

$$= \|\int\limits_0^t g(x(\tau),\tau,v)\,d\tau - \int\limits_0^t \left(g(x_l(\tau),\tau,v) - R(\tau)\right)\,d\tau\| \le k\int\limits_0^t \|x(\tau)-x_l(\tau)\|\,d\tau + \theta c_1\|x^0\|^2. \quad (32)$$

Применяя известную лемму Беллмана — Гронуолла [10], из (32) получим

$$\|x(t)-x_l(t)\| \le \theta c_1\|x^0\|^2 \mathrm{e}^{k\theta} \le c_2\|x^0\|^2, \quad (33)$$

где c_1, c_2 — константы при фиксированных θ, k.

Объединяя (22) и (33), находим

$$\|\hat{x}^0 - x^0\| \le \|W_0^{-1}\|\|\Delta W\|\|x^0\| + c_3\|x^0\|^2 = \tilde{c}_3\|x^0\|, \quad (34)$$

где константа $\tilde{c}_3$ зависит от $\|\Delta W\|$ и $\|x^0\|$. С использованием (34) получим

$$\|\hat{x}^0\| \le \|\hat{x}^0 - x^0\| + \|x^0\| \le (1+\tilde{c}_3)\|x^0\|. \quad (35)$$

Аналогично (28) записывается разложение функции $f_i(x_l(t),\hat{u}(t),v)$ для всех $t\in[\theta,T]$ и всех x^0 из малой окрестности X_4 точки $\bar{x}=0$:

$$g(x_l(t),t,v) = f(x_l(t),\hat{u}(t),v) = Ax_l(t) + B\hat{u}(t) + \tilde{R}(t), \quad (36)$$

где в силу (23), (29)

$$\tilde{R}_i(t) = (x^0)'\tilde{P}_{1i}x^0 + (x^0)'\tilde{P}_{2i}\hat{x}^0 + (\hat{x}^0)'\tilde{P}_{3i}\hat{x}^0,\ \ i=1,...,n. \quad (37)$$

Существование окрестности X_4 следует из линейной ограниченности производной $\dfrac{d}{dt}\|x(t)\|$ от начального состояния $\|x^0\|$. С учетом (35) и ограниченности вторых производных $f(\cdot,\cdot,v)$ по x, u в рассматриваемой окрестности имеем

$$\|\tilde{R}(t)\| \le c_4\|x^0\|^2, \quad (38)$$

где константа c_4 не зависит от выбора $t\in[\theta,T]$ и $v\in V$. Окончательно для всех $t\in[0,T]$ имеем

$$\|x(\tau)-x_l(\tau)\| \le c_5\|x^0\|^2\mathrm{e}^{kT} = c_6\|x^0\|^2. \quad (39)$$

Как видно из (39), на отрезке времени $[0,T]$ применение управления (15), (23) обеспечивает квадратичную по x^0 близость траекторий исходной (1) и линеаризованной (9) систем. Выясним теперь, какую погрешность вызывает использование интервальных наблюдений (3) при построении управления (15), (23) линеаризованной системой (9), (10).

Используя результаты [7], имеем

$$\|x_l(T)\| = \|\mathrm{e}^{TA}x^0 + \int\limits_0^T \mathrm{e}^{(T-\tau)A}B\hat{u}(\tau)\,d\tau\| \le \|N\|\|x^0\| + \quad (40)$$

$$+\left\| \int\limits_0^T \mathrm{e}^{(T-\tau)(|A_0|+\Delta A)}(|B_0|+\Delta B)\left|B_0'\mathrm{e}^{(T-\tau)A_0'}\right|d\tau\left|\hat{D}_0^{-1}\mathrm{e}^{TA_0}\right||W_0^{-1}|\int\limits_0^\theta \left|\mathrm{e}^{\tau A_0'}C_0'\right||x(\tau)-x_l(\tau)|d\tau \right\|,$$

где матрица

$$N = \mathrm{e}^{T(|A_0|+\Delta A)} - \mathrm{e}^{T|A_0|}+$$

$$+|\mathrm{e}^{TA_0}||W_0^{-1}|\left[\int\limits_0^\theta \left|\mathrm{e}^{tA_0'}C_0'\right|\left[(|C_0|+\Delta C)\left(\mathrm{e}^{t(|A_0|+\Delta A)}-\mathrm{e}^{t|A_0|}\right)+\Delta C\left|\mathrm{e}^{tA_0}\right|\right]dt\right]+$$

$$+\left[\int\limits_0^{T-\theta}\left[\left(\mathrm{e}^{\tau(|A_0|+\Delta A)}-\mathrm{e}^{\tau|A_0|}\right)(|B_0|+\Delta B)+\left|\mathrm{e}^{\tau A_0}\right|\Delta B\right]\,|B_0'\mathrm{e}^{\tau A_0'}|\,d\tau\right]|\hat{D}_0^{-1}\mathrm{e}^{TA_0}||W_0^{-1}|\times$$

$$\times\left[\int\limits_0^\theta \left|\mathrm{e}^{tA_0'}C_0'\right|(|C_0|+\Delta C)\,\mathrm{e}^{t(|A_0|+\Delta A)}\,dt\right]$$

мала по норме при малых $\|\Delta A\|$, $\|\Delta B\|$, $\|\Delta C\|$. Подставив (39) в (40), получим

$$\|x(T)\| \le \|x(T)-x_l(T)\| + \|x_l(T)\| \le c_6\|x^0\|^2 + \|N\|\|x^0\| + c_7\|x^0\|^2. \tag{41}$$

На основании [7] для достаточно малых $\|\Delta A\|$, $\|\Delta B\|$, $\|\Delta C\|$ существует такое положительное число s, что

$$\|N\| \le s^2 < 1. \tag{42}$$

Выберем теперь окрестность

$$X_5 = \left\{x:\ \ \|x\| < \frac{s(1-s)}{c_6+c_7}\right\}.$$

Тогда из (41), (42) находим

$$\|x(T)\| < \frac{s(1-s)}{c_6+c_7}(c_6+c_7)\|x^0\| + s^2\|x^0\| = \|x^0\|. \tag{43}$$

Неравенство (43) при соблюдении всех перечисленных выше предположений справедливо для начальных состояний x^0 системы (1), лежащих в общей части выделенных окрестностей

$$x^0 \in X = \cap_{i=1}^5 X_i. \tag{44}$$

Обобщение описанной выше процедуры на отрезки времени $[(k-1)T, kT]$, $k=2,3,\ldots$, гарантирует из (43), (44) выполнение условия $x(kT)\in X$ и неравенства $\|x(kT)\| < s\|x((k-1)T)\|$, что позволяет сформулировать следующую теорему.

Теорема. *Пусть система* (1) *с интервальными наблюдениями* (3), (4) *отвечает условиям* (i), (ii), (iii), *а для линеаризации* (9), (10) *выполняются условия* (13), (14). *Тогда управление* (15), (23) *при условиях* (25), (42), (44) *обеспечивает (локальную) асимптотическую стабилизацию траектории системы* (1) *к точке покоя* $\bar{x}=0$.

Заключение

Предложенная процедура стабилизации нелинейных управляемых систем с неопределенными параметрами и сформулированное достаточное условие асимптотической стабилизации замкнутой системы носят локальный характер. К исходной системе предъявляются три основных требования: множество V, влияющее на неравенства (10), не должно быть “размыто” в пространстве, что неявно выражено требованием (42) на $\Delta A, \Delta B$; необходима определенная точность наблюдений (4), а также начальное отклонение системы от равновесного (стационарного) состояния должно быть не слишком велико.

Описанная процедура существенно упрощается, если состояние системы (1) доступно точному измерению в периодические моменты времени kT, $k = 0, 1, 2, \ldots$, что соответствует требованиям $C_0 = E, \Delta C = O$ или $y(kT) = x(kT), k = 0, 1, 2, \ldots$ Данное упрощение уменьшает вычислительные трудности при подсчете построенного управления $\hat{u}(t)$.

В целом описанный результат позволяет по-новому взглянуть на применение детерминированных подходов при анализе неопределенных систем и обобщить известный метод линеаризации систем для одного из подклассов управляемых систем с неопределенными параметрами.

Список литературы

[1] Гроп Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979.

[2] Современные методы идентификации систем / Под ред. П. Эйкхоффа. М.: Мир, 1983.

[3] Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987.

[4] Ивлев Р. С., Соколова С. П. Построение векторного управления многомерным интервально заданным объектом // Мат. XIV Междунар. конф. по интервальной математике (http://www.ict.nsc.ru/comp_tech/tesises/interval/sokol_iv.html).

[5] Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.

[6] Ащепков Л. Т., Давыдов Д. В. Стабилизация линейной стационарной системы управления с интервальными коэффициентами // Дальневост. мат. сб. №8. Владивосток: Дальнаука, 1999. С. 32–38.

[7] Ащепков Л. Т., Давыдов Д. В. Стабилизация наблюдаемой линейной системы управления с постоянными интервальными коэффициентами // Изв. вузов. Сер. Математика. 2002. №2 (477). С. 11–17.

[8] Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М.; Л.: Гостехиздат, 1950.

[9] Ли Э., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.

[10] Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 1998.

Поступила в редакцию 7 декабря 2001 г.,
в переработанном виде — 23 июля 2002 г.