МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ ГОРОДА

В. И. Панчук, В. И. Ночвай
Институт кибернетики
Межрегиональной академии управления персоналом, Киев, Украина
e-mail: vicpanch@ukr.net, fhvortex@yahoo.com
А. В. Панчук
Киевский национальный университет им. Т. Шевченко, Украина
e-mail: alpanch@ukr.net

The issues of numerical modeling of propagation of the main component of air pollution in urban areas are addressed. It is assumed that the wind flow field is given and the effect of the surface is taken into account. Proposed computational procedure is based on separate approximation for differential equations of transfer and mixing of pollutant in the atmosphere and mixture. For operative and strategic air quality management the scheme of optimization of emissions is proposed. This model combined with the GIS allowed us to track the dynamics of pollutant concentrations in the city in order to determine zones with the maximal pollution and to estimate the risks for ecosystem.

1. Постановка задачи

Процесс рассеяния вредных примесей в пограничном слое атмосферы $G = \{0 \le x \le L_x, 0 \le y \le L_y, h \le z \le H\}$ на протяжении времени $t \in (0, T)$ описывается дифференциальным уравнением [1, 2]

$$\frac{\partial c'}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{u}c' + \sigma c' = \Delta c' - w_g \frac{\partial c'}{\partial z} + F \qquad (1)$$

при заданных начальных и граничных условиях:

$$c\,(x, y, z, 0) = c^0,$$

$$\mu_x \frac{\partial c'}{\partial x} = 0, \qquad x = 0, L_x,$$

$$\mu_y \frac{\partial c'}{\partial y} = 0, \qquad y = 0, L_y,$$

$$v_z \frac{\partial c'}{\partial z} + (w_g - \beta)\, c' = -f_s, \qquad z = z_s \text{ (на земной поверхности)},$$

$$c' = 0, \qquad z = z_w \text{ (над водой)},$$

$$v_z \frac{\partial c'}{\partial z} = 0, \qquad z = H.$$

Здесь

$$\operatorname{div}\mathbf{u}c' = \frac{\partial\, uc'}{\partial x} + \frac{\partial\, vc'}{\partial y} + \frac{\partial\, wc'}{\partial z};$$

$$\Delta c' = \frac{\partial}{\partial x}\mu_x\frac{\partial c'}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\mu_y\frac{\partial c'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\nu_z\frac{\partial c'}{\partial z};$$

$c' = c'(x, y, z)$ — отклонение концентрации примеси от фоновой $\bar{c}$; $\mathbf{u}$ — вектор скорости ветра; σ — коэффициент химической трансформации; w_g, β — соответственно скорость гравитационного осаждения примесей и коэффициент, характеризующий скорость взаимодействия примесей с поверхностью; $F = F(x, y, z)$ — функция, описывающая мощность источников выброса примесей в области G; $f_s = f_s(x, y)$ — наземные источники на уровне шероховатости поверхности; μ_x, μ_y, v_z — коэффициенты турбулентного обмена соответственно направлениям x, y, z.

2. Численная модель рассеяния примесей

Для удобства записей представим уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial c}{\partial t} + Tc + \sigma c = \Delta c + F, \tag{2}$$

где $Tc = \operatorname{div} uc + w_g\dfrac{\partial c}{\partial z}$.

Численный метод решения уравнения (2) базируется на раздельной аппроксимации адвективных и диффузионных членов, здесь для учета членов адвекции применяется модифицированная конечно-разностная схема Фромма и Аракавы [3]

$$Tc \sim T^n c_{i,j,k} = \frac{1}{\hbar_i}\delta_x\left(\hat{u}^x\bar{c}^x\right) + \frac{1}{\hbar_j}\delta_y\left(\hat{v}^y\bar{c}^y\right) + \frac{1}{\hbar_k}\delta_z\left(\hat{w}^z\bar{c}^z\right) + \frac{1}{\hbar_k}\delta_z\left(\bar{w}_g^z\bar{c}^z\right),$$

где $\bar{c}^\xi$ — усредненное по соседним ячейкам значение концентрации в направлении $\xi = x,\ y,\ z$; $\delta_\xi c$ — усредненное полушаговое значение концентрации;

$$\hbar = \frac{h_l + h_{l+1}}{2},$$

h_l — шаг, l выбирается соответственно направлениям x, y, z ($l = i,\ j,\ k$);

$$\begin{aligned}
\hat{u}^x_{i\pm1/2,j,k} &= \frac{1}{8}(u_{i\pm1,j-1/2,k-1/2} + u_{i\pm1,j-1/2,k+1/2} + u_{i\pm1,j+1/2,k+1/2} + u_{i\pm1,j+1/2,k-1/2} + \\
&\quad + u_{i,j-1/2,k-1/2} + u_{i,j-1/2,k+1/2} + u_{i,j+1/2,k+1/2} + u_{i,j+1/2,k-1/2}),\\
\hat{v}^y_{i,j\pm1/2,k} &= \frac{1}{8}(v_{i-1/2,j\pm1,k-1/2} + v_{i-1/2,j\pm1,k+1/2} + v_{i+1/2,j\pm1,k+1/2} + v_{i+1/2,j\pm1,k-1/2} + \\
&\quad + v_{i-1/2,j,k-1/2}v_{i-1/2,j,k+1/2} + v_{i+1/2,j,k+1/2} + v_{i+1/2,j,k-1/2}),\\
\hat{w}^z_{i,j,k\pm1/2} &= \frac{1}{8}(w_{i-1/2,j-1/2,k\pm1} + w_{i+1/2,j-1/2,k\pm1} + w_{i+1/2,j+1/2,k\pm1} + w_{i-1/2,j+1/2,k\pm1} + \\
&\quad + w_{i-1/2,j-1/2,k} + w_{i+1/2,j-1/2,k} + w_{i+1/2,j+1/2,k} + w_{i-1/2,j+1/2,k}).
\end{aligned}$$

Для диффузионных членов применяется аналог схемы Дюфорта — Франкела с учетом нелинейной зависимости коэффициентов [4].

3. Модель оптимизации выбросов в атмосферу

В ситуациях, когда концентрации примеси, полученные с помощью модели, превышают допустимые значения, необходимо выбрать оптимальный эмиссионный сценарий для данной метеоситуации. Задача оптимизации выбросов предприятий с целью регулирования антропогенной нагрузки на атмосферу рассмотрена в работе [1].

Введем основной функционал для суммарной концентрации примеси на поверхности земли в зоне k

$$Y_k = \int\limits_0^T dt \int\limits_{G_k} p_c c dG,$$

и для каждой зоны k учтем ограничения на допустимую концентрацию j-й примеси ($c_{k\,d}$) с помощью выражения

$$Y_{kj} = \sum_{i=1}^{n} Q_i c_{ikj} p_c + \bar{c}_{kj} p \le c_{kd},$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$ — номер ячейки-источника примеси; $k = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$; p_c — функция взаимодействия примеси с подстилающей поверхностью; Q_i — интенсивность выбросов источника примеси.

Введем минимизирующий функционал [1] затрат на снижение выбросов:

$$I = \sum_{i=1}^{n} \xi_i (Q_i^* - Q_i).$$

Могут быть также введены дополнительные функционалы, к примеру, прибыли, получаемой производством на единицу выбросов:

$$J = \sum_{i=1}^{n} \chi_i Q_i$$

(χ_i — прибыль на единицу выбросов). В результате приходим к задаче линейного программирования относительно m различных примесей:

$$\begin{cases} Q_1^1 c_{1\ 1}^1 p_{c1} + Q_2^1 c_{2\ 1}^1 p_{c1} + \ldots + Q_{255}^1 c_{255\ 1}^1 p_{c1} + \bar{c}_1^1 p_{c1} \le c_{d1}^1, \\ \ldots \\ Q_1^1 c_{1\ 255}^1 p_{c1} + Q_2^1 c_{2\ 255}^1 p_{c1} + \ldots + Q_{255}^1 c_{255\ 255}^1 p_{c1} + \bar{c}_1^1 p_{c1} \le c_{d255}^1, \end{cases}$$

$$\ldots$$

$$\begin{cases} Q_1^m c_{1\ 1}^m p_{c1} + Q_2^m c_{2\ 1}^m p_{c1} + \ldots + Q_{255}^m c_{255\ 1}^m p_{c1} + \bar{c}_1^m p_{c1} \le c_{d1}^m, \\ \ldots \\ Q_1^m c_{1\ 255}^m p_{c1} + Q_2^m c_{2\ 255}^m p_{c1} + \ldots + Q_{255}^m c_{255\ 255}^m p_{c1} + \bar{c}_1^m p_{c1} \le c_{d255}^m, \end{cases}$$

$$I = \sum_{i=1}^{n} \xi_i (Q_i^* - Q_i) = \min,$$

$$J = \sum_{i=1}^{n} \chi_i Q_i = \max.$$

В сеточной эмиссионной модели все городские источники примесей разной интенсивности представлены дискретно в соответствующих узлах сетки. Учет эмиссии выбросов для каждой ячейки модели проводится на сетке G^h: $[17 \times 15 \times 21]$ с помощью эмиссионной модели в геоинформационной системе.

Для оценки значения концентрации используем функцию вертикально-усредненной концентрации

$$\tilde{c}(x,y,t) = \frac{1}{H}\int\limits_0^H c(x,y,z,t)dz,$$

с помощью которой придем к двумерному уравнению диффузии с усредненными по высоте параметрами, описывающему распространение примеси от мгновенного точечного источника:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u\frac{\partial c}{\partial x} + v\frac{\partial c}{\partial y} - \mu_x\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \mu_y\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \sigma c = Q\delta(x)\delta(y)\delta(t). \tag{3}$$

Как известно, уравнение (3) имеет аналитическое решение

$$c(x,y,t) = \frac{Q}{4\pi t\sqrt{\mu_x\mu_y}}\exp\left\{-\sigma t - \frac{(x-ut)^2}{4\mu_x t} - \frac{(y-vt)^2}{4\mu_y t}\right\},$$

которое будем использовать в качестве функции чувствительности для концентрации в ячейке от мощностей выбросов по сетке. В модели предполагается, что в каждой ячейке ежечасно производятся мгновенные выбросы. При этом усредненные по высоте значения скорости ветра и коэффициентов турбулентной диффузии в каждой из них принимаются постоянными на протяжении каждого часа. Задача многоцелевой оптимизации с заданными ограничениями решается с помощью градиентного метода [5]:

$$\sum_{i=1}^n Q_i^j c_{ik}^j p_c + \bar{c}_k^j p_c \le c_{k_d}^j,$$

$$\sum_{i=1}^n Q_i^j c_{ik}^j p_c + \bar{c}_k^j p_c - c_{k_d}^j = \delta_k^j.$$

Если условие

$$\delta_{kj} > 0 \tag{4}$$

не соблюдается, то производится расчет

$$k^* = \arg\max_k \delta_k,$$

$$Q_i^{\text{new}} = Q_i - \lambda\nabla_{Q_i}\delta_{k^*},$$

где λ — шаговый множитель. Далее продвигаемся по градиенту функционалов внутри области допустимых решений (4):

$$Q_i^{\text{new}} = Q_i + \lambda\nabla_{Q_i}I,$$

$$Q_i^{\text{new}} = Q_i + \lambda\nabla_{Q_i}J.$$

Полученная в результате оптимизации матрица выбросов предприятий используется в описанной выше численной модели определения значений концентраций примесей в трехмерном пространстве.

Заключение

Представлена модель распространения примесей в атмосфере города, которая предназначена для прогнозирования состояния воздушной среды при различных метеоусловиях и выбора эмиссионных параметров в системах принятия решений. Модель может использоваться совместно с прогностической мезометеорологической моделью расчета поля ветра и коэффициентов турбулентной диффузии и быть расширена на случай учета химических превращений примесей, происходящих в атмосфере в течение расчетного времени. Форма рельефа и характеристики местности задаются с помощью городских геоинформационных систем.

Рассматривается методика использования полученных расчетных данных модели для оперативного управления выбросами предприятий при неблагоприятных метеорологических условиях и аварийных ситуациях.

Список литературы

[1] Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.

[2] Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.

[3] Fromm J.E. The time depend flow of an incompressible viscous fluid // Methods Comp. Phys. N.Y.: Acad. Press, 1964. Vol. 3. P. 345–386.

[4] Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of equations of fluid motion: two dimensional incompressible flow. Pt 1 // J. of Comp. Phys. 1966. Vol. 1. P. 119–142.

[5] Бейко И.В., Бублик Б.Н., Зинько П.Н. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. К.: Вища шк., 1983. 512 с.

Поступила в редакцию 9 ноября 2006 г.