

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИЗА

1 Организационно-методический раздел.

1.1 Название курса.

Вычислительные методы линейной алгебры и численный анализ.

Направление - математика

Раздел - общие математические и естественно-научные дисциплины

Семестр(ы) – 3-4

1.2 Цели и задачи курса.

Дисциплина «Вычислительные методы линейной алгебры» предназначена для студентов второго курса механико-математических факультетов университетов. Основной целью освоения дисциплины является изучение студентами теоретических основ построения и применения на практике методов решения систем линейных алгебраических уравнений и спектральных задач.

Для достижения поставленной цели выделяются задачи курса:

- 1) изучение теоретической части курса в соответствии с программой
- 2) решение цикла задач по курсу в соответствии с программой
- 3) реализация методов на ЭВМ и сдача вычислительного практикума
- 4) сдача экзамена в соответствии с учебным планом.

1.3 Требования к уровню освоения содержания курса.

По окончании изучения указанной дисциплины студент должен

- иметь представление о месте и роли изучаемой дисциплины среди других наук;
- знать содержание программы курса, формулировки задач, условия применимости и характеристики вычислительных методов решения задач линейной алгебры;

1.4 Формы контроля

Итоговый контроль. Для контроля усвоения дисциплины учебным планом предусмотрен зачет и экзамен.

Текущий контроль. В течение семестра выполняются домашние задания и контрольные работы. Выполнение указанных видов работ является обязательным для всех студентов.

2 Содержание дисциплины.

2.1 Новизна.

Курс «Вычислительные методы линейной алгебры» является традиционной дисциплиной математической подготовки студентов. Его новизна состоит в том, что классический материал по этой дисциплине весьма обширен, а изложение его теоретических основ за 36

лекционных часов требует тщательного отбора тем и методов, прежде всего удовлетворяющих критерию их использования на ЭВМ для решения широкого круга задач. Курс характеризуется математической строгостью изложения, большим числом предлагаемых теоретических и практических задач и упражнений.

2.2 Тематический план курса.

Наименование разделов и тем	Количество часов				Всего часов
	Лекции	Семинары	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	
Вычислительные методы линейной алгебры	36	36	36	9	117
Итого по курсу:	36	36	36	9	117

Содержание отдельных разделов и тем.

1. Алгебраические методы интерполирования.
 - 1.1. Интерполяционный полином в форме Лагранжа.
 - 1.2. Интерполяционный полином в форме Ньютона.
 - 1.3. Оценка погрешности интерполирования
2. Интерполирование с кратными узлами.
 - 2.1. Представление интерполяционного полинома Эрмита в форме Лагранжа.
 - 2.2. Оценка погрешности интерполирования.
3. Интерполирование кубическим сплайном
 - 3.1. Определение и построение кубического сплайна.
 - 3.2. Оценка погрешности.
4. Численное дифференцирование.
 - 4.1. Применение интерполяционного полинома для получения формул численного дифференцирования.
 - 4.2. Оценка погрешности численного дифференцирования.
 - 4.3. Некорректность численного дифференцирования.
 - 4.4. Численное интегрирование.
 - 4.5. Интерполяционные квадратурные формулы.
Простейшие квадратурные формулы: прямоугольников, трапеций, Симпсона (парабол). Оценка погрешности.
Формулы типа Гаусса наивысшей алгебраической степени точности.
 - 4.6. Квадратуры Гаусса наивысшей алгебраической степени точности.
Необходимые и достаточные условия построения таких квадратурных формул.
 - 4.7. Вывод конкретных квадратурных формул. типа Гаусса на корнях полиномов Лагерра и Чебышева.
 - 4.8. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.
 - 4.9. Итерационные методы решения нелинейных уравнений.
 - 4.10. Метод простой итерации.
 - 4.11. Метод Ньютона. Случай простого корня.

Вычислительные методы линейной алгебры

1. Задачи вычислительных методов линейной алгебры.
 - 1.1. Основные типы задач.
 - 1.2. Прямые и итерационные методы.

2. Необходимые сведения из линейной алгебры.
 - 2.1. Векторы и матрицы. Нормы векторов и матриц.
 - 2.2. Специальные виды матриц: элементарных преобразований, перестановок, диагональные, ортогональные, треугольные, симметричные.
 - 2.3. Теорема об LU-разложении матрицы. Ее следствия.

3. Корректность вычислительных задач линейной алгебры.
 - 3.1. Возмущение правых частей и элементов матрицы СЛАУ. Число обусловленности.
 - 3.2. Число обусловленности для симметричных матриц. Регуляризация.
 - 3.3. Точность решения задачи на собственные значения. Коэффициенты перекоса.

4. Прямые методы решения СЛАУ.
 - 4.1. Схемы Гаусса "единственного деления", "с выбором главного элемента".
Связь с LU-разложением матрицы.
 - 4.2. Метод вращений.
 - 4.3. Метод квадратного корня.
 - 4.4. Метод прогонки для СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Теорема об устойчивости метода прогонки и оценке решения для строгого диагонального преобладания.
 - 4.5. Встречная и немонотонная прогонки.
 - 4.6. Циклическая прогонка. Реализация. Теорема о корректности.
 - 4.6. Пятиточечная прогонка. Возможные варианты.

5. Итерационные методы решения СЛАУ.
 - 5.1. Двухслойные итерационные схемы. Основные определения. Оценка скорости сходимости.
 - 5.2. Теорема об оптимальном стационарном методе простой итерации.
 - 5.3. Нестационарный процесс простой итерации. Чебышевский набор параметров.
 - 5.4. Оценка скорости сходимости нестационарной простой итерации. Понятие об устойчивости процесса.
 - 5.5. Неявные итерационные методы. Достаточное условие сходимости.
 - 5.6. Лемма об энергетической эквивалентности трех матриц. Следствия: оптимизация неявных итерационных схем.
 - 5.7. Метод Якоби. Необходимые и достаточные условия сходимости.
 - 5.8. Метод Зейделя. Теорема о сходимости для симметричных матриц.
 - 5.9. Методы неполной релаксации. Теорема о сходимости для симметричных матриц.
 - 5.10. Попеременно-треугольный метод. Теорема о сходимости для симметричных матриц.

6. Задачи вычисления собственных значений матриц.
 - 6.1. Частичная проблема собственных значений. Степенной метод. Теорема о сходимости для симметричных матриц. Следствия.
 - 6.2. Полная проблема собственных значений. Вычисление собственных векторов.
 - 6.3. Метод Якоби (вращений). Лемма об инвариантности сферической нормы матрицы при подобном преобразовании вращения. Выбор оптимального элемента по столбцу. Оценка сходимости.
 - 6.4. Вычисление характеристического многочлена для (почти) треугольных матриц.
 - 6.5. Приведение матрицы к верхней почти треугольной подобными преобразованиями вращения.
 - 6.6. Теорема о сходимости QR-алгоритма.
 - 6.7. Метод бисекций для симметричной матрицы. Оценка границ собственных значений. Реализация метода бисекций.

2.3 Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы.

Не предусмотрено.

3 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

3.1 Темы рефератов (курсовых работ).

Не предусмотрено.

3.2 Образцы вопросов для подготовки к экзамену (дифференцированному зачету, зачету).

В соответствии с пунктом 2.3.

3.3 Список основной и дополнительной литературы.

1. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. - М.: Наука, 1977.
2. Коновалов А.Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры. - Новосибирск: Наука, 1993.
3. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. - М.: Наука, 1978.
4. Фадеев Д.К., Фадеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. - М. - Л.: Физматгиз, 1969.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973.
6. Березин И.С. Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1,2. - М.: Физматгиз, 1962.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1975.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989.
9. Ахмеров Р.Р., Коробицына Ж.Л., Слепцов А.Г. Основы численного анализа в задачах. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1994.
10. Барахнин В.Б., Шапеев В.П. Введение в численный анализ. Новосибирск: изд-во НГУ, 1997

3.4 Для изучения дисциплин, которые предусматривают использование нормативно-правовых актов, указывать источник опубликования.

Не предусмотрено.

Программу составил

проф. Ю.Н. Григорьев