

На правах рукописи



Чеховской Игорь Сергеевич

Численное моделирование нелинейных волновых эффектов в связанных волноводах

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет», г. Новосибирск

Научный руководитель: чл.-корр. РАН, доктор физико-математических наук **Федорук Михаил Петрович**

Официальные оппоненты: **Цветков Владимир Борисович**,
доктор физико-математических наук,
ИОФ РАН, г. Москва,
заведующий лабораторией
активных сред твердотельных лазеров

Денисов Владимир Иванович,
кандидат физико-математических наук,
ИЛФ СО РАН, г. Новосибирск,
зам. директора по научной работе

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научный центр волоконной оптики Российской академии наук, г. Москва

Защита состоится 16 марта 2018 г. в 14:30 на заседании диссертационного совета Д 999.141.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6, конференц-зал ИВТ СО РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук:
<http://www.ict.nsc.ru/ru/structure/discouncil/chekhovskoy>

Автореферат разослан «_____» _____ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук, доцент



Лебедев А.С.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. В настоящее время в мире наблюдается ежегодный рост объёмов телекоммуникационных услуг, что обусловлено непрерывным расширением доступности Интернета и цифрового телевидения. Как следует из анализа [1], ежегодно объёмы трафика в мире растут на 40%. При этом стоит отметить, что большая часть высокоскоростного трафика передаётся посредством волоконно-оптических линий связи (ВОЛС), пропускная способность которых в настоящий момент увеличивается лишь на 20% в год. При таком развитии событий уже в ближайшие несколько лет объём трафика превысит потенциальные возможности линий связи, основанных на текущих разработках. Поэтому в настоящий момент существует большой спрос как на развитие новых технологий передачи информации, так и на улучшение существующих.

К настоящему времени одним из самых доступных подходов к увеличению пропускной способности остается параллельная укладка нескольких оптических волокон, по каждому из которых осуществляется независимая передача данных. Но такой подход ведет к линейному росту стоимости оптоволоконных линий и уровня потребляемой мощности. Технологии пространственного уплотнения сигнала (space-division multiplexing – SDM), в число которых входят многосердцевинные (multi-core fiber – MCF), а также многомодовые световоды (multimode fiber – MMF), могут существенно сократить стоимость ВОЛС в пересчете на один бит передаваемой информации и улучшить их энергетическую эффективность. Многосердцевинные световоды представляют собой расположенные под одной общей оболочкой физически разделенные волноводы (сердцевины), по каждому из которых одновременно может распространяться одна или несколько мод света. Данная технология в настоящий момент рассматривается как следующий шаг по отношению к односердцевинным традиционным световодам.

Помимо телекоммуникационных приложений, MCF с сильной связью между сердцевинами имеют приложения в смежных областях фотоники, например, в различных лазерных приложениях [2]. При достаточно большой мощности сигналов и наличии связи между сердцевинами существующие волокна могут рассматриваться как нелинейные дискретные физические системы, интересные как с точки зрения фундаментальных исследований, так и для различных возможных практических приложений в роли нелинейных фотонных устройств.

В традиционных оптических линиях связи нелинейные эффекты, возникающие вследствие близкого расположения каналов передачи данных, являются нежелательными. Поэтому очевидным решением для уменьшения перекрест-

ных помех является размещение сердцевин на достаточно большом расстоянии друг от друга. Последние исследования демонстрируют принципиально новую возможность использования в прикладных целях нелинейных волновых эффектов, возникающих в многосердцевинных световодах при распространении по ним световых импульсов. В частности, вызванный нелинейностью волновой коллапс вводимого в дискретные нелинейные структуры волнового пакета может быть использован для сжатия оптических импульсов [3], т.е. для сокращения их временной длительности. Теоретические основы для такого подхода в случае нелинейных дискретных оптических решёток заложены в работах [4, 5]. Было показано, что волновой коллапс приводит к локализации энергии в небольшом количестве соседних сердцевин (нелинейное сложение импульсов) с одновременным усилением пиковой мощности сигналов, а также их временным сжатием. Предложенные на данный момент различные линейные методы когерентного сложения импульсов в пространстве (beam/pulse combining) и времени (divided pulse amplification) требуют точного контроля фаз импульсов. Последние разработки по данной области представлены в обзорах [6, 7].

Цели диссертационной работы.

1. Исследование возможности использования многосердцевинных световодов с различными конфигурациями сердцевин, в частности с сердцевинами, расположенными по окружности, а также в узлах гексагональной решетки, для сжатия и сложения оптических импульсов с целью получения сверхкоротких лазерных импульсов большой мощности.
2. Создание эффективных численных методов моделирования нелинейной динамики оптических импульсов в многосердцевинных световодах произвольной структуры.
3. Разработка программного комплекса на основе созданных алгоритмов, адаптированного для высокопроизводительных вычислительных систем.

Решаемые задачи.

1. Исследование и оптимизация параметров устройства для сжатия и сложения оптических импульсов, основанного на многосердцевинных световодах.
2. Разработка программного комплекса, адаптированного для высокопроизводительных вычислительных комплексов и основанного на предложенных автором численных методах. Первый предложенный алгоритм представляет собой обобщение метода расщепления, в котором используется аппроксимация Паде матричной экспоненты. Вторым численным методом является обобщением ранее представленной компактной диссипативной схемы.

Научная новизна.

1. Автором проведено исследование влияния нелинейных волновых эффектов, возникающих в многосердцевинных световодах при распространении по ним оптических импульсов, на изменение характеристик этих импульсов. Впервые с помощью математического моделирования продемонстрирована возможность использования многосердцевинных световодов в качестве основы устройства для сокращения временной длительности оптических импульсов, а также для нелинейного сложения мощности импульсов, вводимых в каждую сердцевину. Предложенная технология открывает новые перспективы для генерации сверхкоротких лазерных импульсов большой мощности.
2. Разработано обобщение метода расщепления по физическим процессам, включающее вычисление матричной экспоненты в частотной области с помощью аппроксимации Паде для решения систем линейно связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), используемых для моделирования распространения света вдоль многосердцевинных волокон. Данный метод превосходит конечно-разностные схемы в скорости и точности вычислений при малом размере системы связанных НУШ, однако уступает им при решении систем уравнений большого размера из-за необходимости выполнения матрично-векторного умножения на каждом шаге по пространственной переменной.
3. Обобщена компактная диссипативная схема с итерациями для решения систем линейно связанных НУШ. Данная разностная схема имеет повышенный порядок аппроксимации и обладает абсолютной устойчивостью.
4. Предложенные численные алгоритмы позволяют решать системы связанных НУШ с линейными связями любого вида.
5. Предложена программная реализация на основе библиотеки Intel MKL представленных численных методов, распараллеленная с помощью технологии OpenMP.

Теоретическая и практическая значимость. Предложенный способ сложения и сжатия оптических импульсов открывает новые возможности для генерации сверхкоротких лазерных импульсов большой мощности. Применение данного метода вместо линейных техник сложения оптических пучков позволит значительно повысить качество получаемых импульсов. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы, например, для создания перспективных станков лазерной резки, позволяющих получать узкие резы с минимальной зоной термического влияния.

Предложенные обобщения численных методов дают возможность получения решения систем связанных НУШ, использующихся при моделировании нелинейной динамики оптического поля в связанных световодах. Ожидаемые результаты исследований могут быть востребованы не только в научной, но и в коммерческой сфере, среди возможных потребителей результатов стоит отметить телекоммуникационные компании, разрабатывающие оптические линии связи, а также производителей оптоволоконных лазеров.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении гранта РНФ 14-21-00110 "Моделирование сложных нелинейных лазерных и телекоммуникационных систем" (2014-2016 гг.), гранта министерства образования и науки РФ 14.В25.31.0003 "Физическая платформа нелинейных фотонных технологий и систем" (2013-2017 гг.). Кроме этого, работа была поддержана стипендией Правительства РФ на 2016–2017 гг.

На защиту выносятся следующие положения соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.18 – "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ":

пункт 3: "Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий"

1. Обобщение метода расщепления по физическим процессам, включающее вычисление матричной экспоненты в частотной области с помощью аппроксимации Паде для решения систем линейно связанных НУШ.
2. Обобщение итерационной компактной диссипативной схемы для решения систем линейно связанных НУШ.

пункт 4: "Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента"

1. Программный комплекс моделирования многосердцевидных световодов. Комплекс позволяет проводить моделирование нелинейных эффектов в многосердцевидных оптических волокнах с различными конфигурациями сердцевин.

пункт 5: "Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента"

1. Продемонстрированная с помощью вычислительных экспериментов возможность сжатия оптических импульсов в сотни раз с использованием многосердцевидных световодов.

2. Продемонстрированная с помощью вычислительных экспериментов возможность сложения оптических импульсов с высокой эффективностью с помощью многосердцевинных световодов.
3. Определенный с помощью математического моделирования набор параметров чирпованных оптических импульсов, при которых возможно сложения практически всей энергии этих импульсов в одной сердцевине многосердцевинного гексагонального световода.
4. Определенные с помощью генетического алгоритма режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения оптических импульсов в одной из периферийных сердцевинок гексагонального световода при заданных ограничениях на характеристики этих импульсов.

Степень достоверности и представление результатов. Работа была представлена и обсуждалась на объединенном научном семинаре Института вычислительных технологий СО РАН «Информационно-вычислительные технологии (численные методы механики сплошной среды)» под руководством академика РАН Ю. И. Шокина и д.ф.-м.н. В. М. Ковени, а также на Международной научной студенческой конференции МНСК-2014, на VIII Российско-германской школе-конференции молодых ученых по параллельному программированию и высокопроизводительным вычислениям (НРС-2015, г. Новосибирск), на XV Всероссийской конференции по волоконной оптике (ВКВО-2015, г. Пермь), XVI и XVII Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям (УМ-2015, г. Красноярск и УМ-2016, г. Новосибирск), на XII Российском семинаре по волоконным лазерам (г. Новосибирск, 2016), на конференции Photonics and Fiber Technology (Австралия, г. Сидней, 2016), на конференции European Conference on Optical Communication (ECOC-2016, Германия, г. Дюссельдорф) и на конференции European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC, Германия, г. Мюнхен, 2017).

Было получено свидетельство о регистрации программ для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 14 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК, и 10 тезисов докладов.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором. Автором самостоятельно было проведено численное моделирование нелинейных эффектов, возникающих в многосердцевинных световодах, разработаны представленные численные алгоритмы, а также создана их программная

реализация. Кроме того, автор принимал активное участие в анализе и интерпретации полученных данных, оформлении публикаций в виде научных статей и докладов. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, однако вклад диссертанта был определяющим.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, библиографии и приложения. Общий объем диссертации 117 страниц, включая 6 таблиц и 34 рисунка. Библиография включает 133 наименования на 14 страницах.

Содержание работы

Во **введении** диссертационной работы обоснована актуальность и научная новизна проведенного исследования, сформулированы цели исследования, а также положения, выносимые на защиту. Указаны пункты соответствия паспорту специальности. Приведено краткое содержание работы по главам.

Глава 1 посвящена численным методам решения систем связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), использующихся при моделировании распространения оптических импульсов вдоль многосердцевинных световодов. Во введении главы приведен обзор существующих алгоритмов решения систем НУШ.

Параграф 1.1 посвящен используемой в диссертационной работе системе линейно связанных нелинейных уравнений Шредингера, часто называемой в литературе дискретно-непрерывным НУШ. Для данной системы уравнений ставится начально-краевая задача с периодическими граничными условиями:

$$i \frac{\partial A_k}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_k}{\partial t^2} - f_k, \quad f_k = \gamma |A_k|^2 A_k + \sum_{m=1}^N C_{k,m} A_m, \quad (1)$$

$$A_k(0, t) = A_{0,k}(t), \quad (2)$$

$$A_k(z, T) = A_k(z, -T), \quad (3)$$

где $z \in [0, L]$ – пространственная переменная и $t \in [-T, T]$ – время. Функции A_k представляют собой огибающие импульсов, распространяющихся вдоль многосердцевинного световода с N сердцевинами. Полное электромагнитное поле в таком случае представляется в виде суперпозиции мод света, локализованных в сердцевинах:

$$E(x, y, z, t) = \sum_k A_k(z, t) F_k(x - x_k, y - y_k) e^{i(\beta_k z - \omega t)} + cc, \quad (4)$$

где F_k – это пространственная структура моды в k -й сердцевине, а символ “сс” обозначает комплексно-сопряженные слагаемые. Параметр дисперсии групповых скоростей (ДГС) β_2 и нелинейный параметр Керра γ являются действительными константами. Матрица $C = (C_{k,m})$ задает линейные связи между огибающими A_k .

В параграфе 1.2 представлено описание численных методов. Данные алгоритмы являются универсальными и могут быть применены для решения систем НУШ с матрицей, задающей линейные связи между огибающими, произвольной структуры.

Первым алгоритмом является обобщение компактной диссипативной схемы с итерациями, имеющей порядок аппроксимации $O(h^2 + \tau^4)$, где h и τ – шаги равномерной сетки по переменным z и t , соответственно. Данная схема, которая была впервые представлена в работе [8] для случая скалярного НУШ. Вследствие включения дополнительного диссипативного слагаемого, данная компактная схема обладает сильной устойчивостью, которая позволяет проводить моделирование сверхдлинных волоконно-оптических линий связи. Для дискретно-непрерывного НУШ (1) схема записывается в следующем виде:

$$i \frac{A_k^{n+1} - A_k^n}{h} = \frac{\beta_2}{2} \Lambda (\alpha A_k^{n+1} + (1 - \alpha) A_k^n) - \left(\frac{f_k^{n+1} + f_k^n}{2} + \frac{\tau^2}{12} \Lambda f_k^n \right), \quad k = 1, \dots, N. \quad (5)$$

В этом случае правые части каждого уравнения f_k содержат нелинейный кубический член и линейные связи:

$$f_k^n = \gamma |A_k^n|^2 A_k^n + \sum_{m=1}^N C_{k,m} A_m^n. \quad (6)$$

Схема (5) является нелинейной и должна решаться с помощью итераций. Периодические граничные условия для нее были реализованы с помощью формулы Шермана-Моррисона [9].

Вторым алгоритмом, представленном в параграфе, является обобщение широко известного метода расщепления по физическим процессам (split-step Fourier method – SSFM), использующее для решения систем связанных НУШ вычисление линейного экспоненциального оператора (матричной экспоненты) в частотной области с помощью аппроксимации Паде. Данный оператор возникает при обобщенном применении стандартного SSFM на системы нелинейных уравнений Шредингера с линейными связями между переменными.

Для вывода обобщения метода расщепления необходимо представить систему (1) в операторном виде:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A, \quad (7)$$

где $A = (A_1, \dots, A_N)^T$ – вектор комплексных переменных, \hat{D} – линейный дифференциальный оператор, задающий дисперсию и линейные связи между различными переменными A_k , $k = 1 \dots N$, а \hat{N} – оператор, отвечающий за нелинейность. Для рассматриваемой системы уравнений эти операторы имеют следующую структуру:

$$\hat{D} = i \left[C - I \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right], \quad \hat{N} = \text{diag} \{ i\gamma |A_1|^2, i\gamma |A_2|^2, \dots, i\gamma |A_N|^2 \}, \quad (8)$$

где I – тождественный оператор, C – матрица линейных связей. Для достижения второго порядка аппроксимации использовалась симметризованная форма алгоритма, которая при многократном применении для получения итогового решения на расстоянии $L = hM_z$ представляется в виде

$$A(L, t) \approx \exp \left(-\frac{1}{2} h \hat{N} \right) \left(\prod_{m=1}^{M_z} \exp(h \hat{N}) \exp(h \hat{D}) \right) \exp \left(\frac{1}{2} h \hat{N} \right) A(0, t). \quad (9)$$

Так как линейный оператор \hat{D} представляет собой недиагональную матрицу, то возникает необходимость вычисления матричной экспоненты $\exp(h \hat{D})$ для реализации линейного шага. Для этого использовалась следующая схема: матричная экспонента $\exp(h \hat{D})$ вычислялась в Фурье-пространстве, используя представление

$$\exp(h \hat{D}) \tilde{A}(z, t) = F_t^{-1} \exp[h \hat{D}(-i\omega)] F_t \tilde{A}(z, t), \quad (10)$$

где F_t обозначает операцию применения преобразования Фурье, а $\tilde{A}(z, t)$ – это вектор из промежуточных значений N переменных, который может быть записан в виде

$$\tilde{A}(z, t) = \left(\prod_{m=1}^n \exp(h \hat{N}) \exp(h \hat{D}) \right) \exp \left(\frac{1}{2} h \hat{N} \right) A(0, t), \quad (11)$$

где $z = nh$, а оператор $\hat{D}(-i\omega)$ получен из дисперсионного оператора (8) заменой производной $\partial/\partial t$ на $-i\omega$, где ω – круговая частота в Фурье-пространстве. Полученная матрица $\exp[h \hat{D}(-i\omega)]$ является постоянной, поэтому в случае использования равномерной сетки по z ее вычисление достаточно осуществить только один раз перед началом счета. Численная аппроксимация Паде является самым используемым на практике методом вычисления матричной экспоненты:

$$\exp[X] \approx r_{k,m}(X) = \left[\sum_{j=0}^m \frac{(k+m-j)! m!}{(k+m)!(m-j)!} \frac{(-X)^j}{j!} \right]^{-1} \left[\sum_{j=0}^k \frac{(k+m-j)! k!}{(k+m)!(k-j)!} \frac{X^j}{j!} \right], \quad (12)$$

где X – матрица размера $N \times N$, и представляет собой рациональную функцию с числителем $p_{k,m}(X)$ степени k и знаменателем $q_{k,m}(X)$ степени m , что обеспечивает в итоге порядок аппроксимации $O(X^{k+m+1}) = e^X - r_{k,m}(X)$.

В программной реализации метода расщепления по физическим процессам использовался метод, предложенный Хайемом на основе проведенного им анализа аппроксимации Паде [10]. Данный метод является высокоточным и быстрым: Хайем предложил в зависимости от нормы вычисляемой матрицы использовать аппроксиманты Паде определенного порядка ($m = 3, 5, 7, 9, 13$), которые требуют минимального числа матричных умножений и операций масштабирования матриц.

Такая модификация алгоритма оказывается удобной для распараллеливания с помощью библиотеки OpenMP, использование которого позволяет эффективно сократить время расчета. Однако главным недостатком данного обобщения SSFM является вычислительная сложность алгоритма порядка $O(N^2)$ при росте числа уравнений N системы связанных НУШ.

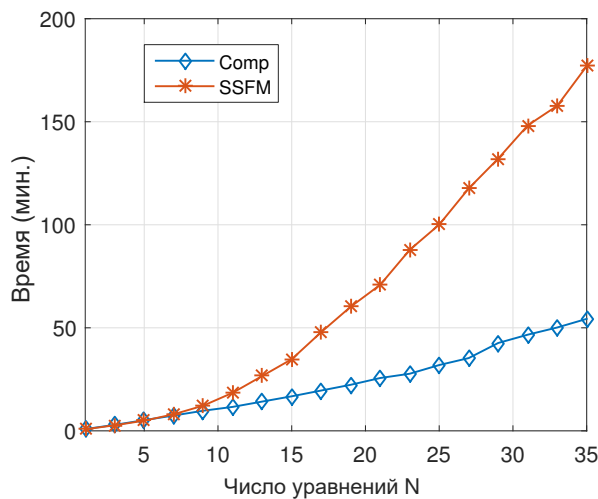


Рисунок 1 – Процессорное время расчета обоими алгоритмами (в минутах) в зависимости от числа уравнений N системы НУШ (1) при размере сетки

$$M_z \times M_t = 128000 \times 2^{12}.$$

Параграф 1.3 посвящен сравнительному анализу производительности и точности обоих методов. Показано, что компактная схема более предпочтительна для решения систем НУШ большого размера (см. рисунок 1). Вычислительная сложность данного алгоритма растет линейно при увеличении числа уравнений в системе НУШ. Поэтому для достаточно больших систем НУШ обобщение компактной конечно-разностной схемы показывает лучшую вычислительную производительность по сравнению с обобщением метода расщепления.

Кроме того, демонстрируется, что в некоторых частных случаях данная схема превосходит обобщение метода расщепления по точности и скорости ра-

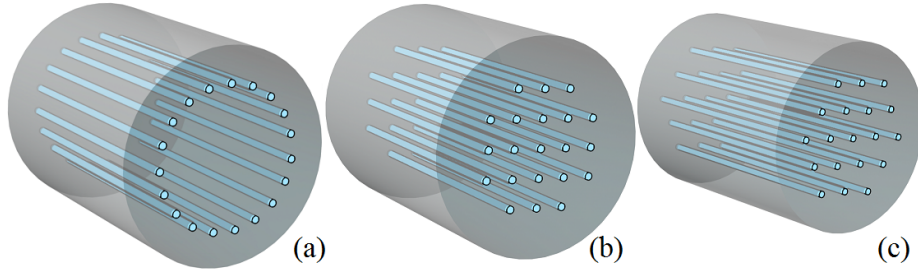


Рисунок 2 – Схемы рассматриваемых многосердцевинных световодов:
 (а) кольцевой световод, (б) гексагональный, (в) квадратный.

боты даже в случае одиночного НУШ.

В параграфе 1.4 представлены методологические рекомендации для эффективного распараллеливания обоих алгоритмов на вычислительных системах с общей памятью с помощью OpenMP. Показано, что ускорение компактной схемы почти линейное на больших сетках по времени. Ускорение метода расщепления в случае таких сеток оказывается линейным при малом числе вычислительных потоков.

В главе 2 с помощью численного моделирования показано, что кольцевые многосердцевинные световоды, пример которых представлен на рисунке 2 (а), могут быть использованы для эффективного когерентного сложения и сжатия оптических импульсов.

В параграфе 2.1 обсуждается система линейно связанных НУШ, используемая для математического моделирования распространения оптических импульсов вдоль световодов с кольцевой структурой:

$$i \frac{\partial U_k}{\partial z} = - \frac{\partial^2 U_k}{\partial t^2} - (U_{k+1} - 2U_k + U_{k-1}) - |U_k|^2 U_k. \quad (13)$$

Также рассматривается непрерывная математическая модель для случая гладкого распределения энергии в сердцевинах, позволяющая приближенно описывать общую динамику оптического поля в многосердцевинных световодах. В случае кольцевых световодов ею является 2D НУШ на функцию $U(k, t, z)$, если рассматривать индекс k как непрерывную переменную:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial k^2} + |U|^2 U = 0. \quad (14)$$

Данная модель позволяет качественно описать процесс сложения и сжатия импульсов на основе теории развития волнового коллапса оптического поля.

Параграф 2.2 посвящен организации численного моделирования. В частности обсуждается критерий определения расстояния вдоль многосердцевинного световода, на котором генерируется сжатый (сложенный) импульс.

В параграфе 2.3 приведены основные результаты моделирования. Для анализа сжатия и сложения импульсов в кольцевых световодах в качестве начальных импульсов использовались Гауссовы импульсы с немного возмущенными амплитудами для инициализации начальной неустойчивости:

$$U_k(0, t) = \sqrt{P} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \left[1 + M \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right)\right], \quad k = 1, \dots, N, \quad (15)$$

где M представляет собой коэффициент модуляции. В параграфе представлены результаты поиска оптимальных параметров начальных Гауссовых импульсов (15), при которых достигается наиболее эффективное сжатие и сложение. Для моделирования было выбрано значение коэффициента модуляции $M = 0.3$.

С помощью математического моделирования была продемонстрирована возможность сжатия Гауссовых импульсов в несколько сотен раз и их когерентного сложения с эффективностью более 80%. Было показано, что эффективность сложения и сжатия импульсов с помощью кольцевых световодов возрастает с увеличением числа сердцевин, но результаты становятся чувствительными к начальным условиям. Кроме того, требуемая длина световода растет с числом сердцевин. Также показано, что условия для оптимального сложения существенно отличаются от оптимальных условий для сжатия импульсов.

Глава 3 посвящена изучению сжатия и сложения оптических импульсов с помощью световодов с двумерным расположением сердцевин (рисунок 2 (b,c)). В ней показано, что в случае гексагональных световодов эффективность сложения оказывается выше, чем при использовании кольцевых световодов. При этом длина взаимодействий и, как следствие, расстояние до точки сложения (сжатия) сильно сокращается. Всё это в совокупности делает гексагональные световоды потенциально лучшими для практической реализации на их основе устройств для сжатия и сложения импульсов.

В параграфе 3.1 обсуждается математическая модель для описания распространения оптических импульсов вдоль световодов с гексагональной и квадратной структурами в виде системы линейно связанных НУШ

$$i \frac{\partial U_{n,m}}{\partial z} + \frac{\partial^2 U_{n,m}}{\partial t^2} + (\underline{CU})_{n,m} + |U_{n,m}|^2 U_{n,m} = 0, \quad (16)$$

где $(\underline{CU})_{n,m}$ – линейные связи сердцевин с номером (n, m) . Для квадратной и гексагональной конфигураций комбинация $(\underline{CU})_{n,m}$ задается выражением

$$\begin{aligned} (\underline{CU})_{n,m}^{sqr.} &= U_{n-1,m} + U_{n+1,m} + U_{n,m-1} + U_{n,m+1} - 4U_{n,m} \\ (\underline{CU})_{n,m}^{hex.} &= U_{n-1,m-1} + U_{n+1,m-1} + U_{n-2,m} + \\ &U_{n+2,m} + U_{n-1,m+1} + U_{n+1,m+1} - 6U_{n,m}. \end{aligned} \quad (17)$$

Непрерывной версией дискретно-непрерывного НУШ для двумерного расположения сердцевин является 3D НУШ

$$i\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial k^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial l^2} + |U|^2 U = 0 \quad (18)$$

на переменную $U(z, t, k, l)$, где пространственные переменные k и l принимают значения из некоторой ограниченной области S (например, $S = \{(k, l) : k^2 + l^2 < R^2\}$ в случае круга с радиусом R).

В параграфе 3.2 представлены результаты проведенного математического моделирования. Сравнивалась эффективность 7 и 19-сердцевинных гексагональных МСФ, а также 21-сердцевинного квадратного МСФ. Такой специфичный выбор числа сердцевин обусловлен необходимостью наличия симметрии у рассматриваемых световодов. Путем оптимизации ширины и амплитуды начальных Гауссовых импульсов

$$U_{n,m}(z = 0, t) = \sqrt{P} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \quad (19)$$

найжены режимы, при которых оказывается возможным с помощью 7-сердцевинного гексагонального световода складывать импульсы с эффективностью 91.6%, а также сжимать их на величину до 256 раз. В случае 19-сердцевинного гексагонального световода были найдены режимы, обеспечивающие эффективность сложения, равную 80.9%, и сжатие до 250 раз.

В конце параграфа в виде таблиц приведены основные результаты оптимизации сжатия и сложения нечирпованных Гауссовых импульсов с помощью различных типов световодов. В случае кольцевых волокон рост числа сердцевин приводит к увеличению максимального коэффициента сжатия. Сжатие становится более чувствительным к малым изменениям мощности и длительности начальных импульсов. В случае гексагональных и квадратных световодов рост числа сердцевин не увеличивает эффективность сжатия и сложения, но динамика импульсов становится более устойчивой и менее чувствительной к форме начальных импульсов. Важно отметить, что для данных световодов наблюдается резкое уменьшение расстояния до точки сжатия (сложения). Также нужно отметить, что между результатами для квадратных и гексагональных световодов имеется лишь небольшое качественное отличие.

В параграфе 3.3 для волокон с гексагональной конфигурацией сердцевин представлены результаты исследования влияния различных случайных возмущений вводимых импульсов на режимы оптимального сложения и сжатия. В частности, изучалось влияние расхождения фаз вводимых Гауссовых импульсов. Оказалось, что при максимальном расхождении фаз вводимых импульсов,

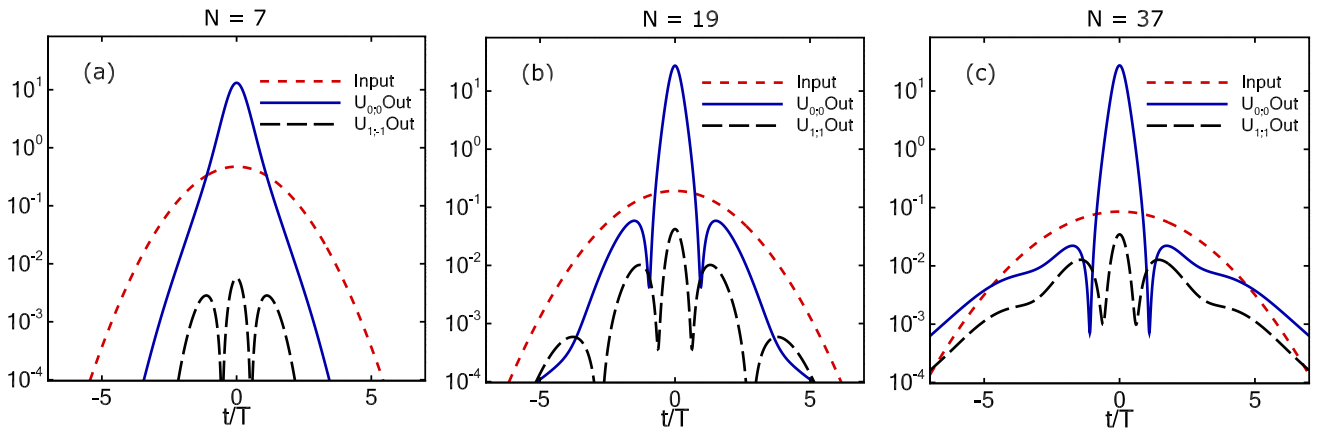


Рисунок 3 – Формы начальных чирпованных импульсов (красные штриховые линии) и формы сложенных импульсов в центральной сердцевине (синие сплошные линии) и в соседних периферийных сердцевинах (черные штриховые линии), при которых достигается наибольшая эффективность сложения с помощью гексагональных световодов с N сердцевинами.

не превышающем $2\pi/5$, процесс сложения с помощью 19-сердцевинного гексагонального световода сохраняет свою устойчивость. Кроме того, было исследовано влияние временных задержек между импульсами на предложенную схему сложения. Процесс остается устойчивым при максимальном временном расхождении вводимых импульсов, не превышающем 2τ , где τ – ширина каждого вводимого оптического импульса.

В параграфе 3.4 обсуждаются различные способы увеличения эффективности сложения импульсов с помощью гексагональных световодов. Рассматривается влияние добавления к начальным Гауссовым импульсам положительного чирпа, а также радиальной фазовой модуляции, являющейся дискретным пространственным аналогом чирпа по времени. В главе показано, что таким образом можно повысить эффективность сложения на величину до 20%, а с помощью 7-сердцевинного световода оказывается возможным сложить в центральной сердцевине практически всю энергию введенных импульсов (99.9%) (см. рисунок 3).

В параграфе 3.5 продемонстрирована возможность эффективного сложения оптических импульсов с помощью 7-сердцевинного гексагонального световода в одной из его периферийных сердцевин. С использованием генетического алгоритма определены режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения при заданных ограничениях на характеристики начальных импульсов. Всего было исследовано два подхода к определению параметров Гауссовых импульсов, при которых сложенный импульс может быть получен в одной из периферийных сердцевин 7-сердцевинного световода.

Первый подход заключается в подборе величины амплитуды каждого оптического импульса в отдельности. Ширина и чирп у всех импульсов при этом одинаковые. Они также подбираются с целью максимизации эффективности сложения импульсов. Начальные фазы у всех импульсов равны нулю. Таким образом, общее число параметров в решаемой оптимизационной задаче равняется 7. Оказалось, что если амплитуды вводимых импульсов отличаются друг от друга не более чем в 2 раза (а пиковые мощности тогда в 4 раза), то максимальная эффективность сложения таких импульсов, которой можно добиться, равняется 28%. Если же амплитуды отличаются не более чем в 5 раз, максимальная эффективность равняется 53%. В случае расхождения величин амплитуд в 10 раз максимальная эффективность оказывается около 69%.

Второй подход более сложен с технической точки зрения, так как требует контроля фаз начальных импульсов. Предлагается сделать одинаковыми у всех вводимых импульсов амплитуду, ширину и чирп и подбирать фазу каждого импульса в отдельности. Таким образом максимизировать эффективность сложения импульсов в периферийной сердцевине путем подбора 8 параметров. В итоге с помощью генетического алгоритма был получен режим, при котором возможно сложение 95% энергии всех введенных импульсов.

В **параграфе 3.6** обсуждаются вопросы практического применения многосердцевидных волокон в качестве основы устройства для сложения и сжатия оптических импульсов, а также обсуждаются характерные физические характеристики данного устройства.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы:

1. Для решения систем линейно связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), описывающих динамику оптического поля в многосердцевидных световодах, предложено обобщение метода расщепления по физическим процессам, включающее вычисление матричной экспоненты в частотной области с помощью аппроксимации Паде. Данный метод превосходит конечно-разностные схемы в скорости и точности вычислений при малом размере системы связанных НУШ. Также разработано обобщение компактной диссипативной схемы с итерациями на случай систем линейно связанных НУШ. Обобщенная разностная схема имеет повышенный порядок аппроксимации и обладает абсолютной устойчивостью. Предложенные численные алгоритмы позволяют решать системы связанных НУШ с линейными связями любого вида.
2. На основе представленных численных алгоритмов разработан программный комплекс моделирования многосердцевидных световодов. Комплекс позволяет проводить численное моделирование распространения оптиче-

ского поля в многосердцевинных световодах с кольцевыми, гексагональными и квадратными конфигурациями сердцевин.

3. С помощью математического моделирования найдены режимы эффективного нелинейного сжатия оптических импульсов с использованием многосердцевинных световодов. С помощью кольцевых световодов достигнуто сжатие импульсов более чем в 700 раз.
4. Найдены режимы эффективного сложения оптических импульсов, введенных в каждую сердцевину многосердцевинного световода, в пределах одной сердцевины. С помощью гексагональных световодов достигнута эффективность сложения более 90%.
5. Определены режимы, при которых возможно сложение практически всей энергии chirпованных оптических импульсов в центральной сердцевине 7-сердцевинного гексагонального световода.
6. Показано, что предложенная нелинейная схема сжатия и сложения устойчива по отношению к флуктуациям фаз начальных импульсов и временных задержек между импульсами.
7. Продемонстрирована возможность эффективного сложения оптических импульсов с помощью гексагонального световода в одной из его периферийных сердцевины. С использованием генетического алгоритма определены режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения при заданных ограничениях на характеристики начальных импульсов.

Список публикаций

1. Nonlinear pulse combining and pulse compression in multi-core fibers / A. M. Rubenchik, I. S. Chekhovskoy, M. P. Fedoruk et al. // *Opt. Lett.* — 2015. — Vol. 40, No. 5. — P. 721–724.
2. Чеховской, И. С. Использование аппроксимации Паде для решения систем нелинейных уравнений Шредингера с помощью метода расщепления по физическим процессам / И. С. Чеховской // *Вычислительные технологии.* — 2015. — Т. 20, № 3. — С. 99–108.
3. Nonlinear combining and compression in multicore fibers / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // *Phys. Rev. A.* — 2016. — Vol. 94. — P. 043848.
4. Numerical approaches to simulation of multi-core fibers / I. S. Chekhovskoy, V. I. Paasonen, O. V. Shtyrina, M. P. Fedoruk // *Journal of Computational Physics.* — 2017. — Vol. 334. — P. 31–44.

5. Чеховской, И. С. Математическое моделирование распространения электромагнитного излучения в многоядерных оптических волокнах / И. С. Чеховской // Труды Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс», Новосибирск. — 2014. — С. 34.
6. Рубенчик, А. М. Сжатие и сложение оптических импульсов в многосердцевинных волноводах / А. М. Рубенчик, С. К. Турицын, М. П. Федорук, И. С. Чеховской, О. В. Штырина // Труды XV Всероссийской конференции по волоконной оптике, Пермь. — 2015. — С. 105–106.
7. Чеховской, И. С. Нелинейное сжатие и сложение оптических импульсов в многоядерных волноводах / И. С. Чеховской, А. М. Рубенчик, М. П. Федорук, С. К. Турицын, О. В. Штырина // Тезисы докладов XVI Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям, Красноярск. — 2015. — С. 56–57.
8. Чеховской, И. С. Параллельная реализация двух вычислительных алгоритмов для моделирования распространения оптических импульсов в многосердцевинных волноводах с использованием технологии OpenMP / И. С. Чеховской // VIII Российско-германская школа-конференция молодых ученых по параллельному программированию и высокопроизводительным вычислениям, Новосибирск. — 2015. — С. 9.
9. Чеховской, И. С. Нелинейное сложение chirпированных оптических импульсов в многосердцевинных световодах / И. С. Чеховской, А. М. Рубенчик, С. К. Турицын, М. П. Федорук, О. В. Штырина // Тезисы Российского семинара по волоконным лазерам, Новосибирск. — 2016. — С. 61–62.
10. Nonlinear pulse combining and compression in multi-core fibers with hexagonal lattice / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // Photonics and Fiber Technology 2016 (ACOFT, BGPP, NP). — Optical Society of America, 2016. — P. NTh4A.5.
11. Pulse combining and compression in multi-core fibers / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // CLEO Focus Meeting at European Conference on Optical Communication (ECOC 2016). — 2016. — P. 253–255.
12. Чеховской, И. С. Сложение и сжатие оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов / И. С. Чеховской // Тезисы XVII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям, Новосибирск. — 2016. — С. 83.
13. Nonlinear combining of chirped and phase-modulated Gaussian pulses in multi-core fibers / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC). — 2017. — P. 451.

14. Spatio-temporal multiplexing based on multi-core fiber / I. S. Chekhovskoy, M. A. Sorokina, A. M. Rubenchik et al. // European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC). — 2017. — P. 457.

Цитированная литература

1. Richardson, D. J. Filling the light pipe / D. J. Richardson // Science. — 2010. — Vol. 330, No. 6002. — P. 327–328.
2. Richardson, D. J. High power fiber lasers: current status and future perspectives / D. J. Richardson, J. Nilsson, W. A. Clarkson // J. Opt. Soc. Am. B. — 2010. — Vol. 27, No. 11. — P. B63–B92.
3. Turitsyn, S. K. Wave collapse and optical-pulse compression / S. K. Turitsyn // Phys. Rev. A. — 1993. — Vol. 47. — P. R27–R29.
4. Coherent propagation and energy transfer in low-dimension nonlinear arrays / S. K. Turitsyn, A. M. Rubenchik, M. P. Fedoruk, E. V. Tkachenko // Phys. Rev. A. — 2012. — Vol. 86. — P. 031804.
5. Power-controlled phase-matching and instability of CW propagation in multicore optical fibers with a central core / A. M. Rubenchik, E. V. Tkachenko, M. P. Fedoruk, S. K. Turitsyn // Opt. Lett. — 2013. — Vol. 38, No. 20. — P. 4232–4235.
6. Fan, T. Laser beam combining for high-power, high-radiance sources / T. Fan // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. — 2005. — Vol. 11, No. 3. — P. 567–577.
7. Coherent combination of ultrafast fiber amplifiers / M. Hanna, F. Guichard, Y. Zaouter et al. // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2016. — Vol. 49, No. 6. — P. 062004.
8. Паасонен, В. И. Компактная диссипативная схема для нелинейного уравнения Шредингера / В. И. Паасонен, М. П. Федорук // Вычислительные технологии. — 2011. — Т. 16, № 6. — С. 68–73.
9. Sherman, J. Adjustment of an inverse matrix corresponding to changes in a given column or a given row of the original matrix / J. Sherman, W. J. Morrison // Annals of Mathematical Statistics. — 1949. — Vol. 20, No. 4. — P. 621–622.
10. Higham, N. The scaling and squaring method for the matrix exponential revisited / N. Higham // SIAM J. Matrix Anal. Appl. — 2005. — Vol. 26, No. 4. — P. 1179–1193.