

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Идимешева Семена Васильевича “Модифицированный метод коллокаций и наименьших невязок и его приложение в механике многослойных композитных балок и пластин”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация С.В. Идимешева посвящена разработке вычислительной технологии для анализа процессов квазистатического деформирования балок и пластин многослойной структуры из волокнистых композитов. Актуальность выбранной темы исследований связана с широким применением композитных материалов в машиностроении, в частности, в аэрокосмической отрасли, где искусственные композиты специального назначения практически полностью заменили природные материалы и их сплавы. При проектировании элементов конструкций из композитов для обеспечения требуемого запаса прочности необходимо проведение расчетов напряженно-деформированного состояния с высокой точностью. При этом метод математического моделирования с применением ЭВМ оказывается едва ли не единственным доступным средством детального исследования рассматриваемых процессов.

Научная новизна полученных результатов определяется тем, что в работе впервые к решению граничных задач статики слоистых тонкостенных конструкций из композитов применен модифицированный метод коллокаций и наименьших невязок с детальным анализом эффективности его применения по сравнению с другими методами.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что созданные программные средства применялись при решении прикладных задач, связанных с постановкой лабораторного эксперимента на трехточечный изгиб балок из углепластиков с полимерной матрицей. Разработанные вычислительные алгоритмы и компьютерные программы могут быть использованы при решении широкого класса задач для многослойных упругих стержней и пластин. Полученные новые результаты вычислительных экспериментов по изучению закономерностей изгиба тонкостенных слоистых элементов конструкций из композитов могут быть использованы в инженерной практике.

Анализ содержания диссертационной работы. В первой главе диссертации, которая носит, в основном, обзорный характер, приведены уравнения изгиба многослойных пластин в рамках пространственной модели статической теории упругости и на основе приближенных теорий – теории пластин Кирхгофа–Лява, теории Тимошенко и теории ломаной линии Григолюка–Чулкова. В слоях используются определяющие уравнения однонаправленных волокнистых композитов с заданными направлениями армирования. Выполнен сравнительный анализ коэффициентов уравнений для перемещений по малым

параметрам – по параметру, характеризующему отношение толщин слоев к поперечным размерам пластины, и по параметру, учитывающему отношение модулей упругости матрицы композита и армирующих волокон. Анализ показал, что по мере уточнения модели в результате появления малых параметров в уравнениях при старших производных неизбежно должно происходить возрастание вычислительных затрат, связанных с численной реализацией моделей.

Вторая глава посвящена описанию методики численного решения граничных задач для уравнений в частных производных с помощью классического метода коллокаций, и модифицированного метода коллокаций и наименьших невязок. Проведен сравнительный анализ эффективности различных реализаций метода ( $h$ -подхода,  $p$ -подхода и  $hp$ -подхода), описаны способы выбора точек коллокации и проанализированы вычислительные особенности реализаций, основанных на классических многочленах и интерполяционных многочленах в форме Лагранжа и Чебышева. Выполнены расчеты тестовых задач, для которых известны точные решения с особенностями типа ограниченной гладкости, градиента решения и точечной особенности, проведен апостериорный анализ сходимости приближений. Для задач с гладкими решениями однозначный выбор сделан в пользу  $p$ -версии метода коллокаций и наименьших невязок на основе многочленов Чебышева.

В третьей главе решаются задачи изгиба свободных пластин под действием распределенных нормальных нагрузок и пластин на упругом основании. Рассматриваются три схемы упругой постели, уточняющие одна другую – схема Винклера, Власова и Пастернака. Анализ результатов расчетов по этим схемам в задачах для 3-х, 5-ти и 7-и слойных пластин, для которых известны точные решения в рамках пространственных уравнений теории упругости, показал основные качественные различия решений и позволил определить области применимости рассматриваемых трех моделей пластин – модели Кирхгофа–Лява, Тимошенко и Григолюка–Чулкова. Реализована простая схема расчета распределения касательных напряжений в пластинах и напряжения обжатия, основанная на независимом интегрировании уравнений равновесия пространственной теории упругости. Показано, что такая схема дает гораздо более точные результаты по сравнению с внутренними уравнениями моделей для этих напряжений.

Четвертая глава содержит наиболее интересные с точки зрения механики результаты, которые имеют ярко выраженную прикладную направленность. Она посвящена моделированию трехточечного изгиба балки из волокнистого композита, по-разному сопротивляющегося растяжению и сжатию. В ней показано, что учет разносопротивляемости является важной особенностью, которую необходимо учитывать во избежание потери точности моделирования. Определяющие соотношения для растяжения и для сжатия в отдельности строились по экспериментальным диаграммам для углепластиков с различным содержанием армирующих волокон на основе четырех типов аппроксимации. В результате удалось с хорошей точностью приблизить имеющиеся экспериментальные данные по испытанию на трехточечный изгиб композитных балок во Всерос-

сийском институте авиационных материалов ФГУП “ВИАМ” ГНЦ РФ.

В приложении к диссертации приведен фрагмент разработанного соискателем программного кода для расчета трехточечного изгиба композитной балки с учетом разносопротивляемости растяжению и сжатию.

Общая оценка работы. В диссертации получены следующие новые результаты:

1. Для решения задач квазистатического изгиба упругих многослойных балок и пластин из композитных материалов на основе моделей различного уровня сложности (моделей Кирхгофа–Лява, Тимошенко и Григолюка–Чулкова) разработан и исследован новый эффективный численный метод – модифицированный метод коллокаций и наименьших невязок.
2. Зарегистрированы в Роспатенте оригинальные, разработанные соискателем, программные комплексы для расчета напряженно-деформированного состояния балок и пластин с помощью этого метода.
3. Получены новые практически важные результаты расчета изгиба многослойных пластин под действием распределенных нагрузок, пластин на упругом основании, и изгиба балок из композитных материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию, достоверность которых подтверждается сравнением с точными решениями и данными лабораторных экспериментов.

По материалам диссертации имеются следующие вопросы и замечания:

1. При сопоставлении различных реализаций метода коллокаций по скорости сходимости теоретическая оценка погрешности  $O(h^{p-m+1})$  используется не всегда корректно. В  $p$ -версии метода безразмерный параметр  $h$  равен единице, поэтому данная оценка не может гарантировать экспоненциальную сходимость последовательности приближений с ростом  $p$ .
2. Так как диссертация посвящена приложению метода коллокаций к задачам теории балок и пластин, то методически последовательно было бы выбрать все тесты в главе 2, включая тесты с особенностями решений типа разрыва производной, погранслоя и локализации в точке, непосредственно из этой теории.
3. Формула  $R_A=R_B=P/2$  для вычисления реакций опор в разделе 4.2 справедлива только при  $a=l/2$ .
4. К сожалению, в работе, основная цель которой состоит в развитии эффективных методов численного моделирования в задачах большой размерности, не уделяется должного внимания современным технологиям высокопроизводительных вычислений с распараллеливанием алгоритмов.

Несмотря на изложенные замечания, диссертация “Модифицированный метод коллокаций и наименьших невязок и его приложение в механике многослойных композитных балок и пластин” является законченной научно-

квалификационной работой, выполненной на актуальную тему на высоком научном уровне, в которой содержится решение задач, имеющих существенное значение в области математического моделирования напряженно-деформированного состояния композитных элементов конструкций. Особо следует отметить четкое изложение материала диссертации: текст тщательно отредактирован, по каждой главе сформулированы основные выводы, что способствует восприятию работы как единого целого.

В соответствии с паспортом специальности 05.13.18 по физико-математическим наукам, в работе присутствуют оригинальные результаты исследований одновременно из трех областей: математического моделирования, численных методов и комплексов программ. Основные результаты диссертации опубликованы в научной печати, апробированы на конференциях и научных семинарах. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

Достоверность результатов диссертации определяется корректностью применения математического аппарата теории упругости, теории тонкостенных конструкций, вычислительной математики, а также количественным и качественным соответствием результатов расчетов, выполненных на основе разработанных алгоритмов и программ, с точными решениями и с экспериментальными данными.

Диссертационная работа С.В. Идимешева “Модифицированный метод коллокаций и наименьших невязок и его приложение в механике многослойных композитных балок и пластин” отвечает требованиям, предъявляемым ВАК России к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор заслуживает присуждения ему искомой ученой степени.

Садовский Владимир Михайлович  
директор Института вычислительного моделирования СО РАН –  
обособленного подразделения ФИЦ КНЦ СО РАН,  
заведующий отделом Вычислительной механики  
деформируемых сред ИВМ СО РАН  
профессор, доктор физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

660036, Красноярск, Академгородок, 50/44  
Тел.: +7 (391) 243-27-56  
e-mail: sek@icm.krasn.ru  
9 января 2017 г.

Подпись *В.М. Соровского*  
УДОСТОВЕРЯЮ  
Зав. канцелярией ИВМ СО РАН *М.М. Соровский*  
«09» 01 2017 г.