

На правах рукописи



**ЛИСИЦА Вадим Викторович**

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ  
РАСЧЕТА ВОЛНОВЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ  
В СРЕДАХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ОСЛОЖНЯЮЩИМИ  
ФАКТОРАМИ**

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Новосибирск-2017

**Работа выполнена в** Федеральном государственном учреждении науки Институте нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук (ИНГГ СО РАН).

Научный консультант: **Чеверда Владимир Альбертович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией Многоволновых сейсмических исследований Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А.Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук (ИНГГ СО РАН).

Официальные оппоненты:

**Глинский Борис Михайлович**, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией Сибирский суперкомпьютерный центр Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук;

**Кобельков Георгий Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики Механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»;

**Садовский Владимир Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор, директор, Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук – обособленное подразделение Федерального исследовательского центра «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук».

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Защита состоится 16 марта 2018 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета Д 999.141.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук (ИВТ СО РАН) по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 6, конференц-зал ИВТ СО РАН

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, <http://www.ict.nsc.ru/ru/structure/discouncil/lisitsa-vv>

Автореферат разослан 15 декабря 2017.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 999.141.03  
на базе ИВТ СО РАН, к.ф.-м.н.



Лебедев  
Александр Степанович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Объект исследования** - численные методы и алгоритмы на предмет их комплексирования для расчета волновых сейсмических полей с учетом локальных осложняющих факторов среды (скоплений мелкомасштабных неоднородностей, анизотропных формаций, вязкоупругих включений, топографии свободной поверхности).

### **Актуальность**

В настоящее время численное моделирование волновых сейсмических процессов является одним из основных инструментов исследования, предвещающим, а иногда и заменяющим, физические эксперименты.

С появлением высокопроизводительных вычислительных систем с параллельной архитектурой открылись принципиально новые возможности для изучения особенностей сейсмических волновых полей в сложно устроенных сейсмогеологических средах путём проведения полномасштабных численных экспериментов. Однако для удовлетворения постоянно растущих требований к качеству получаемых сейсмических изображений и глубине понимания физики процесса распространения сейсмических волн в реальных средах необходимы новые подходы и решения в разработке численных методов, учитывающие всё большее число осложняющих факторов реальных сред - разномасштабность, поглощение сейсмической энергии, анизотропию, флюидонасыщенность и т.д. Учёт разномасштабности необходим, например, при изучении трещиновато-кавернозных резервуаров в карбонатных отложениях, емкостные свойства которых определяются скоплениями каверн, а фильтрационные - наличием разветвленной системы трещин. Анизотропия и поглощение сейсмической энергии - признаки, в частности, ориентированной флюидонасыщенной микроструктуры пласта. Обработка сейсмических данных из регионов со сложным строением верхней части разреза и нерегулярной топографией свободной поверхности требует многофакторного учета и компенсации связанных с ними эффектов. Каждый из указанных осложняющих факторов среды требует специально скорректированного численного метода, точной дискретизации или нерегулярных сеток для моделирования процессов распространения сейсмических волн в таких средах, что может привести к существенному увеличению времени счета и объема необходимых вычислительных ресурсов. Поскольку в большинстве случаев эти факторы проявляются локально, например, в верхней части разреза или в резервуаре мощностью до нескольких сотен метров, то актуальной становится разработка численных методов и алгоритмов моделирования волновых процессов именно в средах с локальными осложняющими факторами.

**Цель исследования** - развитие численных методов и их алгоритмической составляющей для снижения времени вычислений и требований на вычислительные ресурсы при сохранении точности расчетов волновых полей в упругих средах с локальными осложняющими факторами.

### **Научные задачи**

1. На основе локального измельчения сеток для конечно-разностных схем разработать численный метод и алгоритмы расчета волновых сейсмических полей в средах со скоплениями мелкомасштабных неоднородностей (с системами каверн и трещин).
2. Комбинированием схемы Лебедева и стандартной схемы на сдвинутых сетках разработать конечно-разностный метод и алгоритм расчета волновых сейсмических полей в средах с анизотропными формациями.
3. Разработать конечно-разностный алгоритм моделирования волновых процессов в средах с вязкоупругими включениями на основе комбинирования обобщенной стандартной линейной модели твердого тела и модели идеально упругой среды.
4. Комбинированием разрывного метода Галеркина и метода конечных разностей разработать метод расчета волновых сейсмических полей в моделях с резкоконтрастными границами со сложной геометрией.

### **Теория и методы исследования**

Для решения поставленной проблемы применялись как классические, так и современные методы вычислительной математики и теории распространения волн, позволяющие с высокой точностью описать особенности формирования и распространения сейсмических волновых полей в реалистичных моделях сред. В основе используемого при этом математического аппарата лежат разработанные в ряде смежных областей вычислительной математики методы и подходы, детальное обсуждение которых приводится в разделах 1.1, 2.1, 3.1 и 4.1 работы:

- теория корректности начально-краевых задач для гиперболических систем уравнений в частных производных и разностных уравнений для разработки методов комбинированием разных математических моделей и численных схем, используемых для их аппроксимации;

- теория рациональных аппроксимаций для локализации операторов, содержащих свертку по времени, при построении модели вязкоупругой среды и идеально согласованных слоев;

- современный математический аппарат численных методов, включая метод конечных разностей и разрывный метод Галеркина для аппроксимации начально-краевых задач динамической теории упругости;

- теория распространения волн в упругих и вязкоупругих средах и ее обобщение на модели анизотропных сред для построения конечно-разностных аппроксимаций соответствующих математических моделей;

- теория уравнений в частных производных и сеточных уравнений для построения решений в виде плоских волн и дисперсионного анализа используемых конечно-разностных схем;

- метод сингулярного разложения операторов для проведения дисперсионного анализа разрывного метода Галеркина, применяемого для аппроксимации уравнений динамической теории упругости;

- методы функционального анализа и теории функций комплексного переменного для построения идеально согласованных слоев и анализа уровня нефизичных отражений от таких слоев;

- тестирование разработанных методов и алгоритмов проводилось сравнительным анализом с известными аналитическими решениями для случаев, когда такие решения могут быть построены в явном виде; для более сложных моделей верифицировались корректность описания ключевых характеристик решения, таких как амплитуды волн, времена вступления.

Поскольку разработанные методы основаны на комбинировании разных численных методов, конечно-разностных схем, математических моделей среды и несогласованных сеток, верификация выполнялась сравнительным анализом. Для заданной модели среды решение вычислялось с использованием одного из комбинируемых методов (схемы, модели, сетки), затем проводился сравнительный анализ с результатами расчета разработанными методами, так что ошибка, вызванная именно комбинированием, полностью локализовалась.

Высокая степень надёжности разработок и их научная ценность подтверждается опробованием и широким практическим использованием разработанных методов и алгоритмов расчета волновых полей и построения сейсмических изображений среды с локальными осложняющими факторами в ООО "РН-КрасноярскНИПИнефть" в 2011 - 2016 годах. Алгоритмы применялись для расчета волновых полей, результаты которого использовались при разработке и апробации методики компенсации расщепления поперечных волн в верхней части разреза при обработке сейсмических данных в кандидатской диссертации Е.В. Афониной в лаборатории Многоволновой сейсморазведки ИНГГ СО РАН.

### **Защищаемые научные результаты:**

1. С использованием несогласованных сеток с локальным пространственно-временным измельчением шага разработан, теоретически и экспериментально обоснован и протестирован новый метод численного моделирования волновых процессов в средах со скоплениями неоднородностей субсейсмического масштаба (коридоры трещиноватости, скопления каверн). По результатам численного моделирования показано, что наличие скоплений флюидозаполненных неоднородностей такого масштаба приводит к многократному рассеянию сейсмической энергии, отчетливо выделяемому в регистрируемых полях.

2. На основе комбинирования схемы Лебедева и стандартной схемы на сдвинутых сетках разработан, теоретически и экспериментально обоснован и протестирован новый метод численного моделирования волновых процессов в средах, содержащих локальные анизотропные включения.

3. Разработан, обоснован и реализован в виде научно-исследовательской версии программного продукта, ориентированного на вычислительные ресурсы с распределенной памятью, алгоритм моделирования волновых процессов в средах с вязкоупругими включениями, основанный на локальном использовании обобщенной стандартной линейной модели твердого тела с оптимизированным разбиением расчетной области.

4. Разработан, теоретически и экспериментально обоснован новый метод расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами со сложной геометрией, включая топографию свободной поверхности, основанный на комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина. По результатам численного моделирования показано, что незначительные, в том числе сезонные, вариации профиля свободной поверхности могут приводить к потере повторяемости в данных сейсмического мониторинга.

#### **Научная новизна и личный вклад**

1. С использованием несогласованных сеток с локальным пространственно-временным измельчением шага разработан, теоретически и экспериментально обоснован и протестирован новый метод численного моделирования волновых процессов в средах со скоплениями неоднородностей субсейсмического масштаба, который включает в себя:

- разработку оригинального способа "вложенных шаблонов" для измельчения шага сетки по времени во избежание интерполяции решения на границе раздела сеток;

- теоретический и численный анализ нефизичных отражений от границы раздела сеток при разных способах измельчения сеток: одновременном по пространству и времени, последовательном и др.;

- анализ корректности получаемой начально-краевой конечно-разностной задачи.

2. На основе комбинирования схемы Лебедева и стандартной схемы на сдвинутых сетках разработан, теоретически и экспериментально обоснован и протестирован новый метод численного моделирования волновых процессов в средах, содержащих локальные анизотропные включения. Метод базируется на совокупности следующих оригинальных решений:

- по результатам исследования известных конечно-разностных схем (аппроксимации, устойчивости, дисперсионных свойств, дифференциальных приближений) выбрана и обоснована схема Лебедева для аппроксимации системы уравнений динамической теории упругости для анизотропной среды;

- методом дифференциальных приближений доказано, что схема Лебедева допускает более широкий набор независимых решений, чем аппроксимируемая система уравнений динамической теории упругости, причем интенсивность таких нефизичных решений контролируется аппроксимацией начальных и граничных условий;

- на основе теории корректности начально-краевых задач сформулирован необходимый признак устойчивости многоосного идеально согласованного слоя, или MPML (от английского Multiaxial Perfectly Matched Layer), разработан критерий выбора оптимального стабилизационного параметра MPML для обеспечения устойчивости решения и минимизации коэффициентов нефизичных отражений (совместно с Дмитриевым М.Н.);

- комбинирование схемы Лебедева со стандартной схемой на сдвинутых сетках, применяемой в изотропной части модели, основано на минимизации коэффициентов отражений, возникающих при прохождении волн через границу раздела сеток, при этом замыкание системы уравнений для расчета решения в окрестности границы базируется на учете нефизичных решений, допускаемых схемой Лебедева, свойства которых исследуются методом дифференциального приближения конечно-разностной схемы;

- на основе разработанного метода создан научно-исследовательский вариант проблемно-ориентированного параллельного программного обеспечения для расчета волновых сейсмических полей в средах с анизотропными включениями (совместно с Вишневым Д.М.), с помощью которого исследовано проявление анизотропии верхней части разреза в данных вертикального сейсмического профилирования.

3. Разработан, обоснован и реализован в виде научно-исследовательской версии программного продукта, ориентированного на вычислительные ресурсы с распределенной памятью, алгоритм моделирования волновых процессов в средах с вязкоупругими включениями, основанный на локальном использовании обобщенной стандартной линейной модели твердого тела с оптимизированным разбиением расчетной области, который включает в себя:

- выбор и обоснование обобщенной стандартной линейной модели твердого тела для корректного описания волновых полей в средах с поглощением сейсмической энергии;

- построение оптимальной декомпозиции расчетной области, основанной на минимизации машинного времени, при организации вычислений с использованием библиотеки MPI (от английского message passing interface).

4. Разработан, теоретически и экспериментально обоснован новый метод расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами со сложной геометрией, включая топографию свободной поверхности, основанный на комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина, который включает ряд оригинальных решений:

- по результатам теоретического и численного исследования в качестве метода расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами применяется разрывный метод Галеркина с центральной аппроксимацией потоков;

- результатами дисперсионного анализа показано, что для расчета волновых сейсмических полей оптимальным является метод Галеркина с базисными и пробными функциями - полиномами не выше второй степени;

- комбинирование разрывного метода Галеркина на треугольной сетке и стандартной схемы на сдвинутых сетках предложено проводить в два этапа с введением "переходного" слоя, в котором применяется классическая схема на несдвинутых сетках, совмещающая в себе свойства метода конечных разностей и метода Галеркина с базисными функциями - константами;

- разработанный и реализованный в виде научно-исследовательского проблемно-ориентированного программного продукта алгоритм моделирования волновых полей использован для анализа влияния изменчивости профиля свободной поверхности на повторяемость данных наблюдений при сейсмическом мониторинге резервуаров углеводородов;

- выполненные расчеты показывают, что даже незначительные изменения профиля свободной поверхности и верхней части разреза, связанные с сезонными изменениями или техногенными воздействиями, могут приводить к полной потере повторяемости и достоверности данных.

### **Теоретическая и практическая значимость результатов**

Разработанные на основе современных достижений в области вычислительной математики, в частности, теории разностных схем и вариационных методов решения гиперболических уравнений, численные методы решения задач динамической теории упругости для сред с анизотропными, вязкоупругими и мелкомасштабными включениями и резкоконтрастными границами со сложной геометрией позволяют существенно снизить время вычислений и потребности в вычислительных ресурсах без снижения точности для проведения расчетов волновых полей в средах с локальными осложняющими факторами, что является важным вкладом в развитие методологической и алгоритмической составляющей сейсмических методов исследования земной коры.

1. Разработанный конечно-разностный метод расчета волновых сейсмических полей, основанный на локальном пространственно-временном измельчении сеток, позволяет существенно повысить качество моделирования и последующее изучение моделей распространения волн в средах, содержащих скопления неоднородностей субсейсмического масштаба - коридоры трещиноватости, системы трещин, скопления каверн:

- при исследовании мелкомасштабной структуры пласта-коллектора сложных карбонатных коллекторов терциновато-кавернозного и трещиновато-порового типов;



- при выделении рассеянной компоненты поля для определения с ее использованием ориентации трещин, их раскрытости, концентрации и флюидозаполнения;

- при анализе физических процессов, таких как потоки флюидов, индуцированные сейсмическими волнами в мезомасштабной структуре пласта.

2. Разработанный на локальном применении схемы Лебедева конечно-разностный метод расчета волновых полей позволяет существенно снизить машинное время, необходимое для расчета волновых полей в средах с анизотропными включениями без снижения точности численного решения. Научно-исследовательская версия программного продукта, в которой реализован предложенный метод, может быть использована:

- для анализа процессов распространения волновых полей в трещиноватых карбонатных коллекторах и в сланцах поскольку микротрещиноватость с достаточной точностью описывается эффективными макроскоростными анизотропными моделями среды;

- для картирования зон аномальных предварительных напряжений, возникающих, например, в окрестности соляных диапиров, с целью предотвращения аварийных ситуаций при бурении;

- для анализа и последующего учета проявлений анизотропии верхней части разреза в сейсмических полях с целью компенсации этих проявлений при обработке сейсмических данных;

3. Использование разработанного алгоритма конечно-разностного моделирования волновых процессов в средах с вязкоупругими включениями на основе локального использования обобщенной стандартной линейной модели твердого тела и его программной реализации дает возможность

- выделять проявления флюидопотоков, индуцированных сейсмическими волнами в мезомасштабной структуре пласта;

- определять влияние аномальных поглощений, характерных для газовых резервуаров, разрабатывать методы их компенсации при обработке сейсмических данных.

4. Новый метод расчета волновых полей, основанный на комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина, позволяет существенно сократить потребности в вычислительных ресурсах при расчете волновых полей в моделях среды с границами со сложной геометрией. В частности, научно-исследовательская версия программного продукта, в которой реализован предложенный метод, может применяться:

- для расчета и анализа волновых полей в моделях со сложной топографией свободной поверхности, что особенно актуально при проведении сейсморазведочных работ в Восточной Сибири;

- для определения проявлений изменчивости рельефа свободной поверхности и верхней части разреза в данных сейсмического мониторинга и разработки методик компенсации этих проявлений.

### **Реализация результатов**

Разработанный метод численного моделирования волновых полей в среде с мелкомасштабными неоднородностями, с локальным измельчением сеток, применяется для построения сейсмических изображений на основе рассеянных и дифрагированных волновых полей. В частности, специалистами ООО "РН-КрасноярскНИПИнефть" Мерзликиной А.С. и Шиликовым В.В. разработана методика картирования зон концентрации флюидонаполненных каверн с использованием амплитудного анализа поля рассеянных волн.

Предложенный метод численного моделирования волновых полей в средах с анизотропными включениями был развит в работах Н. Bernth, С. Chapman, N. Li, J. de la Puente и др.; в частности, предложены модификации схемы Лебедева и ее комбинирования со стандартной схемой на сдвинутых сетках для аппроксимаций высокого порядка и для схем с минимизацией численной дисперсии. Программная реализация алгоритмов комбинирования схем, ориентированная на использование графических сопроцессоров, выполнена специалистами исследовательского Суперкомпьютерного центра Барселоны (Barcelona Supercomputer Centre).

Реализованный в научно-исследовательской версии программного обеспечения метод используется для расчета синтетических сейсмограмм вертикального сейсмического профилирования в моделях с анизотропией верхней части разреза. На основе анализа и обработки полученных синтетических данных в Лаборатории многоволновых сейсмических исследований ИНГГ СО РАН разработана и реализована методика компенсации расщепления поперечных волн в верхней части разреза в рамках научно-исследовательской работы (государственное задание) Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук на 2014 - 2016 годы, проект VIII.70.1.4., рег. номер 01201351741.

Все проведенные по теме диссертации исследования являются составной частью планов НИР в период 2007 - 2013 годы и научно-исследовательской работы (государственное задание) Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук на 2014 - 2016 годы:

- Приоритетное направление 7.3. Физические поля Земли: природа, взаимодействие. Геодинамика и внутреннее строение Земли. Проект 7.3.1.3. Развитие методов поисков нефтегазоносных структур по данным многоволновой сейсморазведки, а также оценки напряженного состояния, фильтрационных возможностей и устойчивости продуктивных пластов, 2007 - 2009 годы;

- Приоритетное направление VII.56. Физические поля Земли - природа, взаимодействие, геодинамика и внутреннее строение Земли. Проект VII.56.1.4. Развитие многоволновых сейсмических исследований для поиска нефтегазоносных месторождений и прогноза их напряженного состояния, 2010 - 2012 годы;

- Приоритетное направление VIII.70. Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы. Проект VIII.70.1.1. Разработка иерархии вычислительных моделей и численных методов, ориентированных на использование современных высокопроизводительных вычислительных систем с гибридной архитектурой, для описания сейсмических волновых процессов в разномасштабных средах с флюидонасыщенной микроструктурой и областями концентрации напряжений. Рег. номер - 01201351727, 2013-2017 годы.

Научные задачи, решаемые в диссертационной работе, поддерживались:

1. Российским фондом фундаментальных исследований

- 2007-2009, проект РФФИ № 07-05-00538-а, "Изучение проявлений скоплений неоднородностей субсейсмического масштаба в волновых сейсмических полях" (руководитель В.А. Чеверда);

- 2008-2010, проект РФФИ № 08-05-00265-а, "Изучение проявления микроструктуры кавернозно/трещиновато/пористых резервуаров в сейсмоакустических полях и прогнозирование их флюидонасыщенности" (руководитель Г.В. Решетова);

- 2010-2012, проект РФФИ № 10-05-00233-а, "От микроструктуры к макромоделю трещиновато-кавернозных резервуаров: гомогенизация, проявление флюидонасыщенности, описание рассеянных волн" (руководитель В.А. Чеверда);

- 2012-2013, проект РФФИ № 12-05-31008-мол-а, "Разработка модульного алгоритма для численного моделирования и изучения волновых процессов в трёхмерно-неоднородных сейсмогеологических средах реалистичного строения" (руководитель В.В. Лисица);

- 2013-2015, проект РФФИ № 13-05-00076-а, "Разработка иерархии вычислительных моделей и численных методов, ориентированных на супер-ЭВМ с гибридной архитектурой, для описания сейсмических волновых процессов в разномасштабных средах с флюидонасыщенной микроструктурой" (руководитель Г.В. Решетова);

- 2013-2015, проект РФФИ № 13-05-12051-офи-м, "Разработка масштабируемого программного обеспечения, реализующего иерархию численных трёхмерных моделей разномасштабных процессов подземной гидродинамики и геофизики. Создание технологии его применения для вычислительных систем сверхвысокой (вплоть до эксафлопсной) производительности в целях реконструкции тонкой структуры флюидонасыщенных сред, прогнозирования фильтрационно-ёмкостных свойств кавернозно-трещиновато-пористых коллекторов и оптимизации режима их разработки" (руководители Б.Г. Михайленко и Ю.М. Лаевский);

- 2014-2016, проект РФФИ № 14-05-00049-а, "Разработка гибридного алгоритма моделирования волновых полей в частотной области, ориентированного на использование в методах полного обращения сейсмических данных для площадных систем наблюдения" (руководитель В.В. Лисица);

- 2015-2016, проект РФФИ № 15-35-20022-мол-а-вед, "Определение фильтрационно-ёмкостных свойств и проницаемости трещиновато/кавернозно/пористых коллекторов на основе численного моделирования волновых процессов в средах с флюидонасыщенной мезомасштабной структурой: поглощение сейсмической энергии, дисперсия, частотно-зависимая анизотропия" (руководитель В.В. Лисица).

2. Грантом Президента Российской Федерации для поддержки молодых ученых - кандидатов наук № МК 47.2011.5 "Развитие сейсмических/акустических методов исследования кавернозно-трещиноватых резервуаров: гомогенизация, проявление флюидонасыщенности, определение фильтрационно-емкостных свойств, описание рассеянных волн" (руководитель В.В. Лисица).

### **Апробация работы и публикации**

Всего по теме диссертации соискателем лично и в соавторстве опубликовано более 70 работ, в том числе 24 статьи, из которых 19 из списка ВАК, 8 индексируются в базе данных Web of Science, 13 индексируются в базе данных Scopus. Результаты диссертационной работы обсуждались на более чем 50 ведущих международных и российских конференциях. Основные:

- Международная конференция по математическим и вычислительным аспектам распространения волн (Waves), Провиденс, США, 2005; Реддинг, Великобритания, 2007; По, Франция, 2009; Ванкувер, Канада, 2011; Тунис, Тунис, 2013; Карлсруе, Германия, 2015.

- Конференции Европейского общества геочелючных и инженеров (EAGE Conference and Exhibition), Лондон, Великобритания, 2007, 2013; Амстердам, Нидерланды, 2009, 2014; Барселона, Испания, 2010; Копенгаген, Дания, 2012; Мадрид, Испания, 2015.

- Ежегодные конференции Общества промышленной геофизики (SEG Annual Meeting), Денвер, США, 2010, 2014; Хьюстон, США, 2013; Новый Орлеан, США, 2015.

- Международная конференция Европейского общества геочелючных и инженеров, Санкт-Петербург, 2008, 2010, 2012, 2014, 2016.

- Научно-практическая конференция "Суперкомпьютерные технологии в нефтегазовой отрасли", Москва, 2011, 2012, 2013, 2015, 2016.

- Международная конференция по математическим методам в геофизике "ММГ-2008", Новосибирск, 2008.

- Восьмая европейская конференция по вычислительной математике и приложениям "ENUMATH 2009", Уппсала, Швеция, 2009.

- 14-й международный симпозиум по сейсмической анизотропии "IWSA 2010", Перт, Австралия, 2010.
- Международная конференция по параллельным вычислениям "PARA", Рейкьявик, Исландия, 2010; Хельсинки, Финляндия, 2012.
- Международная конференция по теоретической и вычислительной акустике, Дрезден, Германия, 2010; Тайпей, Тайвань, 2011.
- 20-я Международная конференция по методам декомпозиции области, Сан-Диего, США, 2011.
- Европейский конгресс по вычислительным методам в прикладных науках "ECCOMAS 2012", Вена, Австрия, 2012.

### **Структура и объём работы.**

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы из 395 наименования. Общий объём диссертации составляет 353 страницы, включая 138 рисунков.

### **Благодарности.**

Автор выражает искреннюю признательность своим коллегам: В.А. Чеверде, Г.В. Решетовой, В.И. Костину, Д.М. Вишневному, М.Н. Дмитриеву, С.А. Соловьеву, М.А. Белоносову, Д.Р. Колюхину за содержательные и плодотворные обсуждения и дискуссии.

Автор ценит поддержку, оказанную всеми сотрудниками Лаборатории многоволновых методов сейсмических исследований и Лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения РАН.

Особую признательность автор выражает коллегам из ООО "РН-КрасноярскНИПИнефть" А.С. Мерзликиной и В.В. Шиликову и коллегам из Лаборатории многоволновых методов сейсмических исследований ИНГГ СО РАН С.Б. Горшкалеву, В.В. Карстену и Е.В. Афиной за возможность проиллюстрировать применимость представленных в диссертационной работе методов к разработке методик обработки данных полевых наблюдений.

Автор чрезвычайно признателен кафедре вычислительной механики МГУ и, в особенности, В.А. Левину и А.В. Вершинину за активное обсуждение результатов работы и содержательную критику работы.

Отдельную благодарность автор выражает В.И. Самойловой за консультации при написании диссертации.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** определен объект исследования, обоснована его актуальность, поставлены цели и научные задачи, представлен фактический материал и методы исследования, сформулированы результаты, выносимые на защиту, определена научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы.

**Первая глава** посвящена разработке конечно-разностного метода и алгоритмов расчета волновых полей в упругих средах с локальными скоплениями мелкомасштабных неоднородностей, основанного на локальном пространственно-временном измельчении шагов сетки. В **разделе 1.1** представлен обзор современных подходов к расчету волновых полей в средах с мелкомасштабной структурой. Выделяются два направления: первое - методы построения осреднений и эффективных сред и многомасштабные методы, которые не учитывают эффектов рассеяния волн на скоплениях неоднородностей; второе - методы локального измельчения сеток, которые позволяют учитывать мелкомасштабное строение среды, сложностью применения этого типа подходов является неустойчивость алгоритмов, высокие нефизичные отражения и высокая вычислительная сложность.

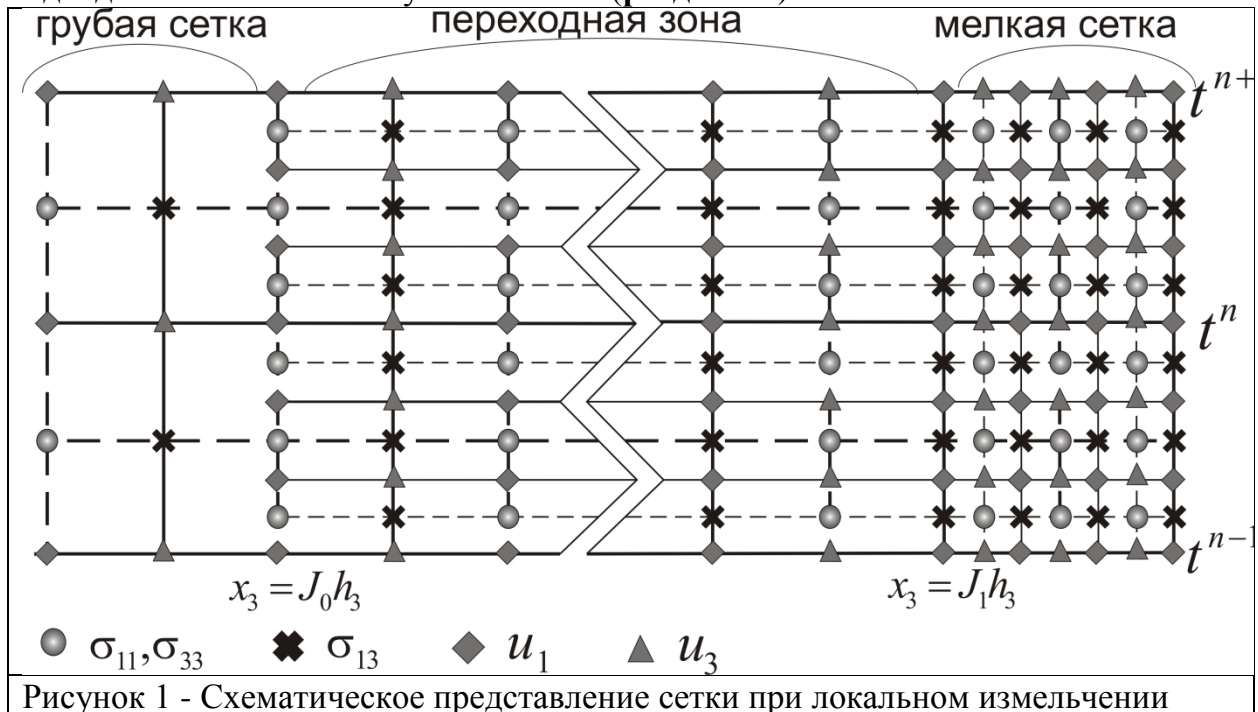
**Раздел 1.2** содержит постановку задачи. Пусть в полупространстве  $x_3 \geq 0$  вводится система уравнений динамической теории упругости для изотропной среды. Начальные условия нулевые, на линии  $x_3 = 0$  - условия на свободной поверхности, на бесконечности – условия предельного поглощения. При численном моделировании расчеты проводятся в ограниченной области с построением слабоотражающих граничных условий (идеально согласованных слоев), обеспечивающих малость отражений от границ расчетной области. Система уравнений динамической теории упругости решается методом конечных разностей, предполагающим дискретизацию расчетной области с использованием регулярных прямоугольных сеток. Шаг сетки определяется длиной волны и составляет (для типичных дискретизаций) от 10 до 20 точек на длину волны. Предполагается, что в сейсмогеологической модели присутствуют также неоднородности субволнового размера от 0.01 до 0.1 длины волны, корректное описание которых требует сеток, содержащих не менее пяти точек на неоднородность. В связи с этим возникает необходимость разработки конечно-разностного алгоритма с использованием локального пространственно-временного измельчения сеток.

Построение конечно-разностной аппроксимации системы уравнений динамической теории упругости с использованием стандартной схемы на сдвинутых сетках обосновывается в **разделе 1.3**. Особое внимание уделяется исследованию численной дисперсии – зависимости скорости распространения волны от шага сетки. В результате использование разных дискретизаций при локальном измельчении шага сетки с необходимостью приводит к возникновению нефизичных отражений от границы раздела сеток, которые могут меняться в зависимости от конкретного используемого метода за счет внесения дополнительных ошибок, вызванных этим методом [14]. Полученные оценки позволяют сформулировать следующий критерий: *алгоритм измельчения сеток является слабоотражающим, если нефизичные коэффициенты отражения от границы раздела сеток не превосходят оценок, полученных при дисперсионном анализе.*

При разработке метода и алгоритмов расчета волновых полей на основе локального измельчения сеток (**раздел 1.4**) отдельно рассматриваются алгоритмы в

одномерной, двумерной и трехмерной постановках. В одномерной постановке исследуются разные модификации алгоритма (раздел 1.5). Обобщение на двумерный случай существенно меняет физические свойства процесса распространения волн, но при этом в двумерной постановке возможно проведение большого количества экспериментов для численного исследования метода (раздел 1.5) [10, 18]. После чего обобщение метода на трехмерный случай не представляет сложности [6].

Метод основан на следующих принципах. Измельчение шага сетки происходит в целое нечетное число раз, что позволяет согласовать сетки, то есть каждой точке грубой сетки в окрестности границы раздела соответствует и притом только одна точка мелкой сетки (рис. 1). Измельчение шагов по пространству и по времени проводится на разных поверхностях (рис.1), что полностью разделяет две задачи и позволяет избежать неустойчивости. В одномерной постановке рассматривается и одновременное измельчение, однако последующий анализ такого подхода показывает его неустойчивость (раздел 1.5).



Измельчение шага по времени происходит на основе техники вложенных шаблонов. Предполагается, что грубая по времени сетка с шагом  $\tau$  введена в области  $x_3 \leq J_0 h_3$ , где  $J_0$  - положительное целое число,  $h_3$  - шаг сетки в направлении  $x_3$ . При  $x_3 > J_0 h_3$  используется сетка с шагом  $\tau/K$ , где  $K$  - нечетное. Шаги по пространству всюду одинаковые. Для расчета решения на интерфейсе  $x_3 = J_0 h_3$  используются конечно-разностные соотношения на вложенных временных шаблонах. При этом часть компонент волнового поля вычисляется по формулам, аппроксимирующим уравнения первого порядка, а часть - по формулам для уравнения второго порядка. При этом возникают два разных случая – пересчет решения с целого слоя по времени на полуцелый и наоборот, здесь целый и полуцелый слои определяются по отношению к грубой сетке. Для примера достаточно рассмотреть первый случай. Тогда на границе необходимо вычислять компоненты  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{33}$  тензора напряжений, которые вычисляются на основе

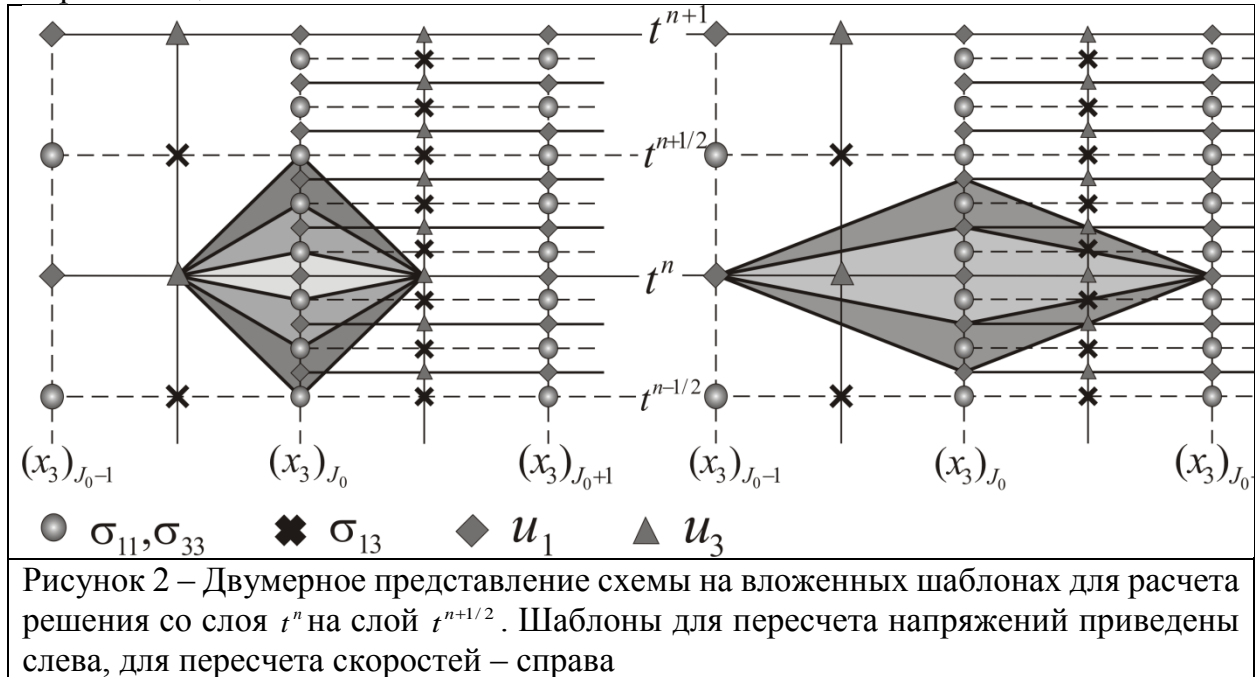
аппроксимации уравнений первого порядка, и компоненту  $u_1$  вектора скоростей смещений, рассчитываемую с использованием аппроксимации уравнений второго порядка (рис. 2):

$$\frac{(\sigma_{11})_{i,J_0}^{n+(2k-1)/2K} - (\sigma_{11})_{i,J_0}^{n-(2k-1)/2K}}{(2k-1)\tau/2K} = (\lambda + 2\mu)_{i,J_0} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Big|_{i,J_0}^n + \lambda_{i,J_0} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \Big|_{i,J_0}^n,$$

$$\rho_{i+1/2,J_0} \frac{(u_1)_{i+1/2,J_0}^{n+k/K} - 2(u_1)_{i+1/2,J_0}^n + (u_1)_{i+1/2,J_0}^{n-k/K}}{(k\tau/K)^2} =$$

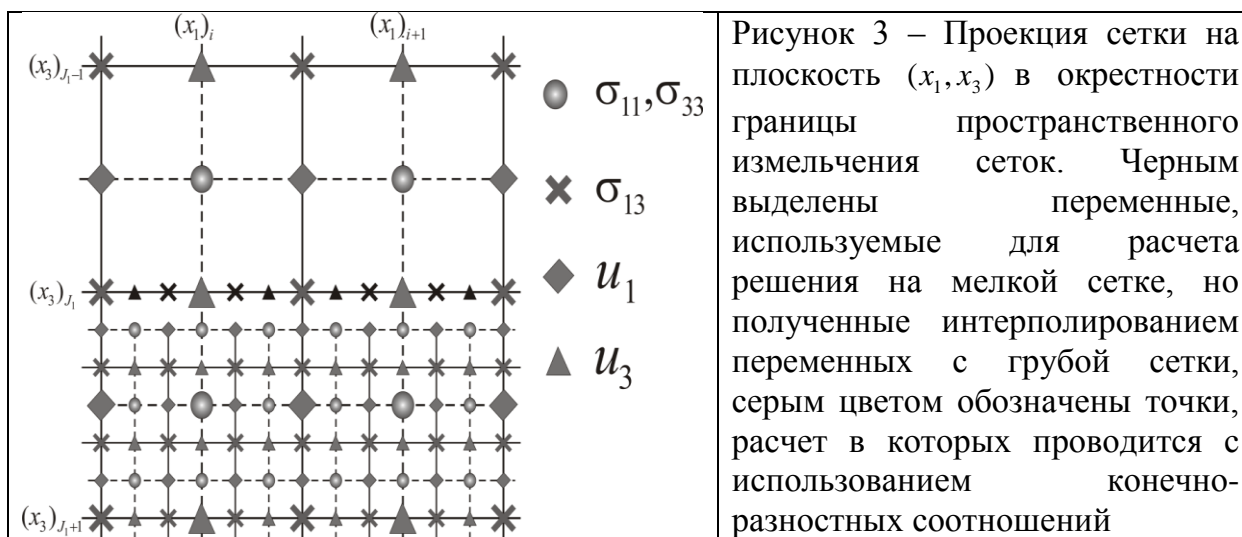
$$= \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right]_{i+1/2,J_0}^n + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_{i+1/2,J_0}^n,$$

где  $k = 1, \dots, (K-1)/2$ , а  $K$  - целое нечетное число. Аппроксимация производных по пространству проводится с использованием стандартных двухточечных конечно-разностных операторов – центральных разностей, что обеспечивает второй порядок аппроксимации.



При измельчении шага по пространству, во-первых, применяется сдвиг подобластей на полшага мелкой сетки, то есть крупная по пространству сетка используется при  $x_3 \leq J_1 h_3$ , где  $J_1$  - целое число и  $h_3$  - шаг грубой по пространству сетки, а мелкая сетка применяется при  $x_3 \geq J_1 h_3 + h_3/2L_3$ , где  $L_3$  - коэффициент измельчения сетки по направлению  $x_3$  - целое нечетное число. В этом случае при расчете решения на мелкой сетке на линии  $x_3 = J_1 h_3 + h_3/2L_3$  достаточно проводить одномерную пролонгацию недостающих компонент волнового поля на линии  $x_3 = J_1 h_3$  (рис. 3). При этом как пролонгация решения на линии  $x_3 = J_1 h_3$ , так и его сужение при  $x_3 = J_1 h_3 + h_3/2L_3$  основано на быстром преобразовании Фурье с фильтрацией высоких частот, что обеспечивает устойчивость решения.





Все приведенные рассуждения без труда обобщаются на трехмерный случай.

Из анализа коэффициентов отражения и прохождения плоских волн через границу раздела сеток (в разделе 1.5) следует, что для разработанного метода нефизичные отражения ниже, чем оценки, основанные на дисперсионном анализе, то есть представленные алгоритмы измельчения сеток являются слабоотражающими, что подтверждается серией численных экспериментов. Отдельно в разделе 1.5 рассматривается вопрос устойчивости метода. В частности, для одномерной постановки анализ устойчивости проводится на основе спектрального признака, который показывает, что одновременное измельчение сеток по пространству и по времени является неустойчивым, в то время как при последовательном измельчении спектральный признак устойчивости выполняется. Для двумерной постановки отдельно численно исследуется устойчивость измельчения пространственных шагов, результатами чего показано, что численное решение содержит экспоненциально растущую высокочастотную компоненту, фильтрация которой на этапе пролонгации и сужения решения обеспечивает устойчивость алгоритма.

Применение метода для решения прикладных задач иллюстрируется на трех примерах (раздел 1.6). Первый – расчет волнового поля в среде с карстовыми включениями в двумерной постановке. На этом примере демонстрируется существенное проявление рассеянной компоненты поля, которая отчетливо прослеживается на сейсмограммах даже на фоне интенсивных отраженных волн. Второй пример – моделирование взаимодействия сейсмических волн с границей раздела газ-вода в трещине гидроразрыва при межскважинном просвечивании. На основе численного моделирования показано, что в рамках модели уединенных регулярно распределенных трещин гидроразрыва вдоль ствола скважины интенсивность рассеяния сейсмических волн на границе газ-вода чрезвычайно низка и не может быть использована для достоверной локализации этого контакта. Третий пример – оценка влияния флюидонасыщения мелкомасштабных неоднородностей на интенсивность рассеяния. В рамках этого эксперимента в макроскоростную модель среды вводится два скопления неоднородностей, моделирующих флюидозаполненные и минерализованные каверны (рис. 4 и 5), после чего выполняется расчет волновых полей и последующий анализ интенсивности рассеяния. На рис. 6 и 7 видно, что рассеяние на флюидозаполненных

неоднородностях существенно интенсивнее, к тому же, переизлучение энергии происходит дольше, чем в случае минерализованных каверн [11]. На основе этих признаков специалистами ОАО «РН-КрасноярскНИПИнефть» разработана методика картирования скоплений флюидонасыщенных мелкомасштабных неоднородностей в карбонатных резервуарах Восточной Сибири.

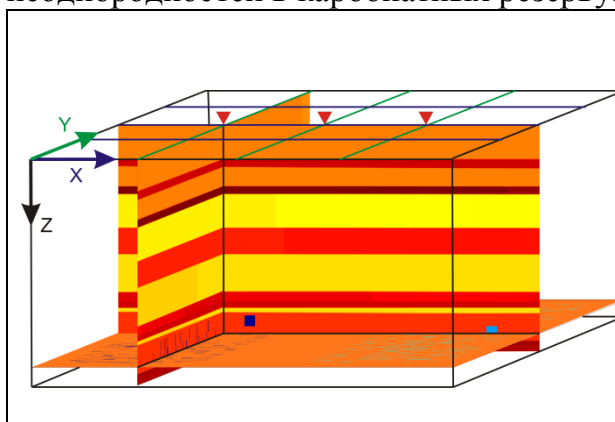


Рисунок 4 – Общий вид модели для изучения влияния флюидонасыщения на интенсивность рассеяния. Флюидонасыщенные включения обозначены темно-синим цветом, минерализованные - голубым

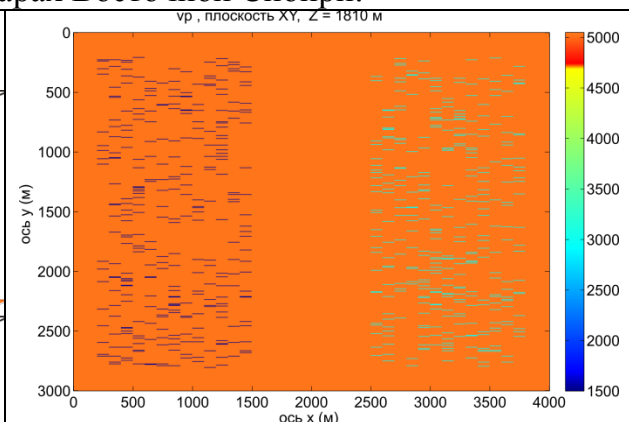


Рисунок 5 – Вид резервуара в горизонтальной плоскости для изучения влияния флюидонасыщения на интенсивность рассеяния. Флюидонасыщенные включения обозначены темно-синим цветом, минерализованные - голубым

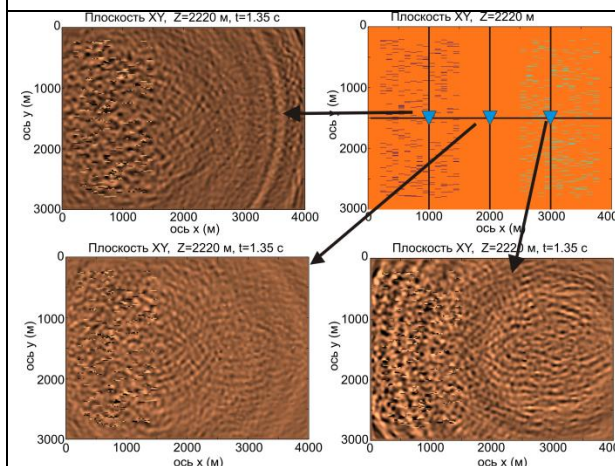


Рисунок 6 – Схема системы наблюдений и волновые поля, зарегистрированные на уровне резервуара в момент времени  $t=1.35$  с для разных положений источников

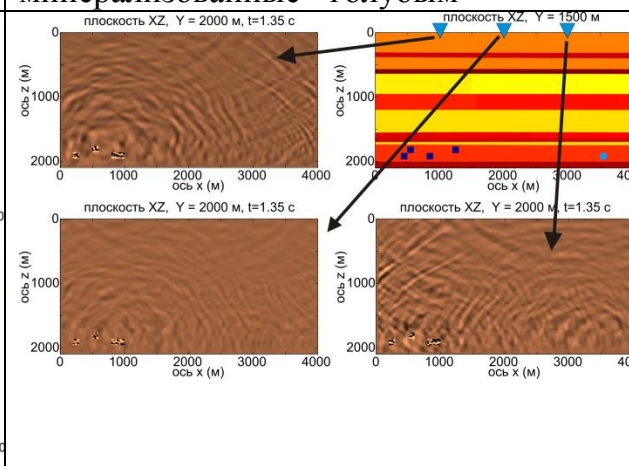


Рисунок 7 - Схема системы наблюдений и волновые поля, зарегистрированные на вертикальной плоскости, параллельной трещинам, в момент времени  $t=1.35$  с для разных положений источников

Во второй главе приводится разработка конечно-разностного метода и алгоритмов расчета волновых полей в средах с анизотропными включениями, основанные на комбинировании стандартной схемы на сдвинутых сетках и более ресурсоемкой схемы Лебедева, ориентированной именно на учет сейсмической анизотропии. Отдельно рассматривается задача построения конечно-разностных схем для уравнения динамической теории упругости для моделей сред с резкоконтрастными границами и задача построения слабоотражающих граничных

условий для ограничения расчетной области. Из обзора современных подходов к расчету волновых полей в анизотропных средах (**раздел 2.1**) следует, что учет анизотропии неизбежно приводит к увеличению вычислительной сложности и ресурсоемкости алгоритма, по сравнению с алгоритмами, основанными на стандартной схеме на сдвинутых сетках. При этом в большинстве практически значимых случаев анизотропия выражена только в относительно небольших по объему формациях, типично субгоризонтальных слоях. Следовательно, разработка метода и алгоритмов расчета сейсмических полей в средах с анизотропными включениями, основанная на локальном использовании ресурсоемкой схемы Лебедева и ее комбинировании с вычислительно экономичной стандартной схемой на сдвинутых сетках, актуальна (**раздел 2.2**).

**Раздел 2.3.1** посвящен построению и анализу конечно-разностных аппроксимаций системы уравнений динамической теории упругости для анизотропных сред. В частности, проводится сравнительный анализ стандартной схемы на сдвинутых сетках, схемы Лебедева и схемы на повернутых сетках, основным отличием которых является пространственное распределение узлов (рис. 8), которое приводит к разным конечно-разностным аппроксимациям пространственной части дифференциальных уравнений. На рис. 8 видно, что сетка стандартной схемы наиболее разреженная, но ее геометрия не позволяет корректно аппроксимировать уравнения для модели анизотропной среды. Дисперсионный анализ схем и анализ устойчивости показывает, что схема Лебедева экономичнее схемы на повернутых сетках, поскольку позволяет использовать более грубую пространственную дискретизацию при сохранении точности решения [15].

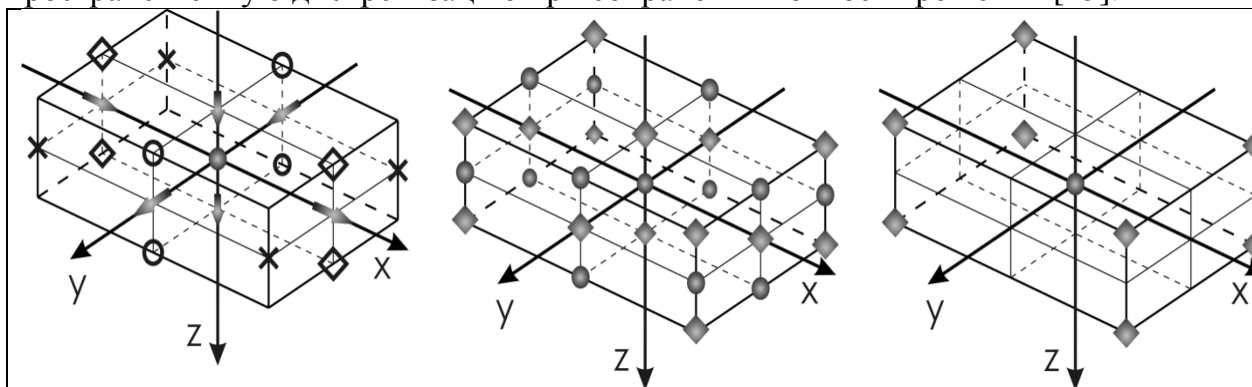


Рисунок 8 – Ячейки сеток для стандартной схемы на сдвинутых сетках (слева): в закрашенных кругах определены диагональные компоненты тензора напряжений, разные внедиагональные компоненты – в крестиках, кругах и ромбах, компоненты вектора скорости – в стрелках, указывающих в соответствующих направлениях; для схемы Лебедева (в центре); схемы на повернутых сетках (справа): все компоненты тензора напряжений определены в закрашенных кругах, все скорости – в ромбах

В силу того, что модели геологических сред всегда предполагают наличие резкоконтрастных границ, именно отраженные от этих границ волны являются основным объектом исследования в сейсмике и сейсмологии. При исследовании схем выполнен численный анализ скорости сходимости конечно-разностных решений, рассчитанных с применением разных схем в средах с границами (**раздел 2.3.2**), который показывает, что модификация плотности среды с использованием среднего арифметического значения в соседних ячейках, а тензора жесткости - с

использованием формул осреднения тонкослоистых пачек позволяет сохранить второй порядок сходимости решения в окрестности границы раздела упругих сред. В случае, если рассматривается граница между жидкостью и упругой средой, второй порядок сходимости сохраняется только для стандартной схемы на сдвинутых сетках и только в случае, если граница совпадает с линией сетки [17, 19].

Для ограничения расчетной области вводится многоосный идеально согласованный слой, или M-PML (от английского Multi-axial Perfectly Matched Layer) (разделе 2.3.3). По результатам анализа корректности задачи Коши для M-PML для модели анизотропной упругой среды получен необходимый признак устойчивости, связывающий значения демпфирующих функций по нормальному и касательным направлениям с фазовыми и групповыми скоростями распространения волн в анизотропной среде [3, 4].

В разделе 2.3.4 методом дифференциального приближения показано, что схема Лебедева аппроксимирует систему уравнений, обладающую набором из 24 характеристик (не считая вертикальных), 6 из которых совпадают с характеристиками системы уравнений динамической теории упругости, остальные отвечают нефизичным решениям. Эти решения также известны как «плюс-минус моды». Именно на основе корректного учета и подавления таких решений разработан метод комбинирования схемы Лебедева со стандартной схемой на сдвинутых сетках [9].

В разделе 2.4 описан метод комбинирования стандартной схемы на сдвинутых сетках со схемой Лебедева, основанный на требовании сходимости коэффициентов отражения/прохождения для физических решений с третьим порядком, для нефизичных – с первым. С учетом того что нефизичные моды являются ошибкой второго порядка малости, за счет корректной аппроксимации правых частей, начальных и граничных условий, в целом алгоритм сохраняет второй порядок сходимости решения в виде плоских волн. В двумерной постановке формулы расчета решения на границе раздела сеток имеют вид:

$$\rho_{i,1/2} D_t [u_3^V]_{i,1/2}^{n-1/2} = D_1 [\sigma_{13}^V]_{i,1/2}^{n-1/2} + \frac{2(\sigma_{33})_{i,3/2}^{n-1/2} + 8(\sigma_{33})_{i,1}^{n-1/2} + 6(\sigma_{33})_{i,1/2}^{n-1/2} - 8(\sigma_{33}^V)_{i,0}^{n-1/2}}{7h},$$

$$\rho_{i,1/2} D_t [u_1]_{i,1/2}^{n-1/2} = D_1 [\sigma_{11}]_{i,1/2}^{n-1/2} + \frac{8(\sigma_{12})_{i,1}^{n-1/2} - 3(\sigma_{12}^V)_{i,1/2}^{n-1/2} - (\sigma_{12}^V)_{i,-1/2}^{n-1/2}}{6h}, \quad (u_3)_{i,1/2}^n = 0.5(u_3^V)_{i,1/2}^n.$$

Здесь предполагается, что комбинирование схем проводится на линии  $x_3 = 0.5h_3$ , переменные с верхним индексом V относятся к стандартной схеме на сдвинутых сетках, переменные без индекса – к схеме Лебедева. Операторы  $D_t$  и  $D_1$  - конечно-разностные операторы, аппроксимирующие производные по времени и касательному направлению соответственно. В работе рассмотрения ограничиваются операторами второго порядка. Формулы расчета напряжений аналогичны [1, 16].

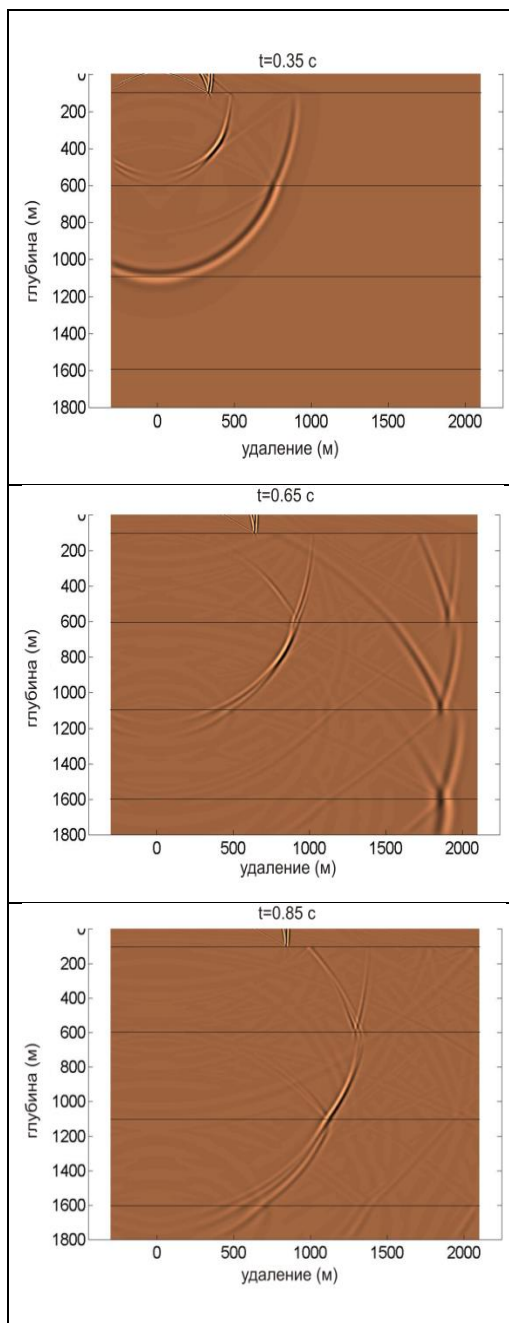


Рисунок 9 - Волновые поля в моменты времени 0.35, 0.65 и 0.85 с в плоскости, проходящей через источник, для модели среды с двумя анизотропными слоями

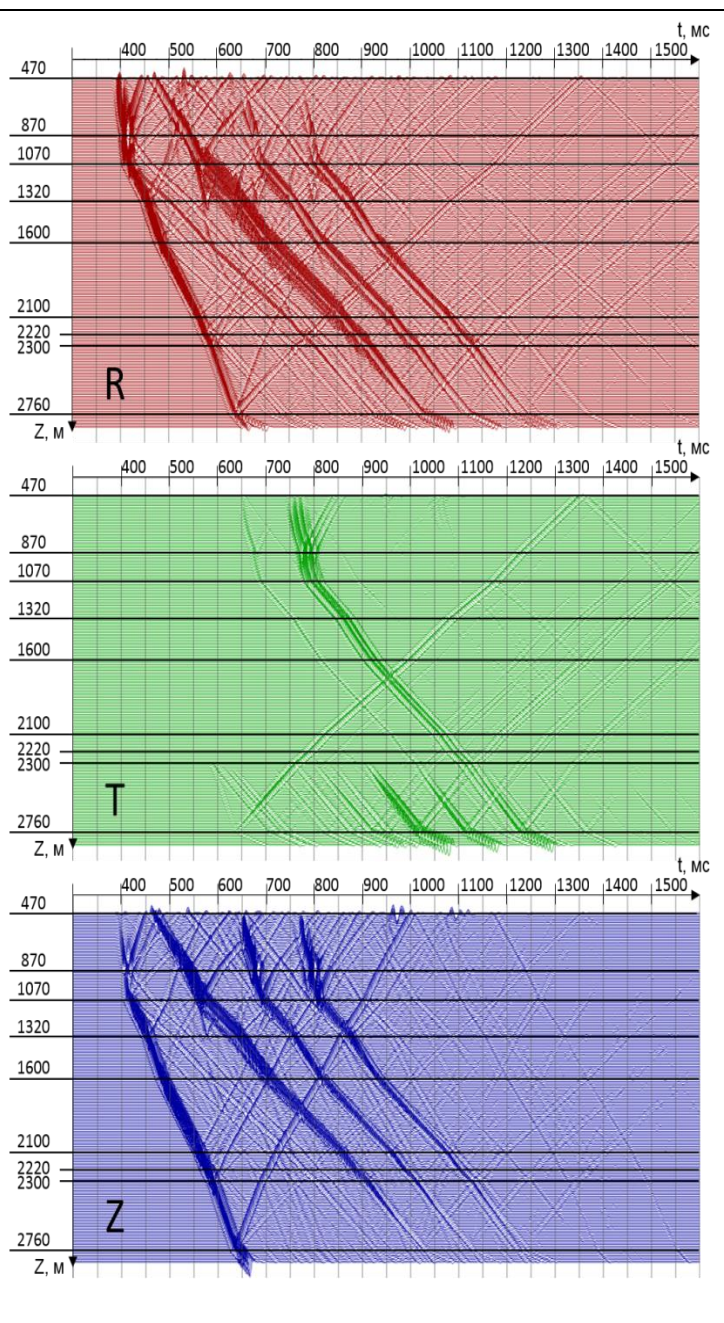


Рисунок 10 - Сейсмограммы, зарегистрированные на оси скважины (радиальная, тангенциальная и вертикальная компоненты скорости)

Численный анализ и верификация метода представлены в **разделе 2.5**, где рассматривается падение волн на границу раздела сеток и анализируются возникающие при этом проходящие и отраженные волны, как физические, так и нефизические. Результаты численного анализа подтверждают второй порядок сходимости и иллюстрируют малость нефизических отражений при использовании стандартных дискретизаций (коэффициенты отражения не превосходят 0.1 % при дискретизациях до 10 точек на минимальную длину волны) [16].

В **разделе 2.6** приводятся примеры применения метода для решения прикладных задач, в частности, для анализа проявления анизотропии верхней части разреза в данных вертикального сейсмического профилирования (ВСП), для моделей среды, характерной для Восточной Сибири. Представленные волновые поля и сейсмограммы иллюстрируют расщепление поперечных волн в верхней части разреза с последующей их конвертацией в продольные обменные волны анизотропного и изотропного слоев (рис. 9 и 10). Результаты численного моделирования использовались в Лаборатории многоволновой сейсморазведки ИНГГ СО РАН при разработке методики компенсации расщепления поперечных волн при обработке данных ВСП.

В **третьей главе** представлен алгоритм расчета волновых полей в средах с вязкоупругими включениями, основанный на комбинировании обобщенной стандартной линейной модели упругой среды с моделью идеально упругой среды. Анализ современных подходов к моделированию волновых процессов в средах с поглощением, включая известные модели и численные методы, используемые для их аппроксимации, приведен в **разделе 3.1**. Постановка задачи формализуется в **разделе 3.2**. Предполагается, что в полупространстве определена система уравнений динамической теории упругости, описывающая распространение сейсмических волн в идеально упругой среде. Начальные условия нулевые, на границе  $x_3 = 0$  - условия свободной поверхности, на бесконечности – условия предельного поглощения, с последующим ограничением расчетной области с использованием слабоотражающих граничных условий. Предполагается, что в ограниченной подобласти среда вязкоупругая, распространение волн в которой описывается обобщенной стандартной линейной моделью твердого тела.

В **разделе 3.3** анализируется применимость обобщенной стандартной модели твердого тела, или GSLS (от английского Generalized Standard Linear Solid) для описания волновых процессов в средах с поглощением. Приводится построение GSLS для трансверсально-изотропных сред и ее конечно-разностная аппроксимация с использованием стандартной схемы на сдвинутых сетках.

Алгоритм комбинирования GSLS и модели идеально упругой среды и их конечно-разностных аппроксимаций представлен в **разделе 3.4**, где основное внимание уделяется его параллельной реализации с использованием метода декомпозиции расчетной области. В силу того, что параллельный алгоритм имеет два типа точек синхронизации (после вычисления компонент вектора скорости и после расчета тензора напряжений), так что каждый из шагов для рассматриваемых моделей требует существенно различного числа операций, требуется проведение адаптивной декомпозиции области для минимизации машинного времени. Аналитическая оценка машинного времени в зависимости от объемов элементарных подобластей позволяет формализовать задачу минимизации.

Решение задачи минимизации машинного времени и выбора оптимального разбиения на подобласти верифицируется для схем разных порядков аппроксимации по пространству в зависимости от относительного объема вязкоупругой среды в **разделе 3.5**. Полученные теоретические оценки, подтвержденные численным анализом, показывают, что, если объем вязкоупругого включения составляет менее 30% от объема модели (то есть в большинстве практически значимых случаев) оптимальной является декомпозиция, обеспечивающая равенство времени расчета компонент тензора напряжений для GSLS и модели идеально упругой среды, что обеспечивается отношением подобластей при декомпозиции GSLS и идеально упругой модели равным 0.33 при использовании двух механизмов затухания. Такая декомпозиция обеспечивает снижение машинного времени в 1.7 раза для схемы второго порядка и в 1.4 раза для схемы четвертого порядка по сравнению с алгоритмом, основанным только на аппроксимации GSLS во всей расчетной области [2].

**В четвертой главе** представлена разработка метода и алгоритма расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами со сложной геометрией, основанных на комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина. Применение метода Галеркина на треугольных сетках в окрестности границы позволяет с достаточной точностью учесть ее геометрию и избежать численной дифракции волн, характерной для кусочно-постоянной аппроксимации границы при использовании регулярных прямоугольных сеток для метода конечных разностей. При этом использование конечных разностей в основной части модели существенно сокращает объем вычислительных ресурсов для проведения моделирования. Из анализа современных методов расчета волновых полей в средах с нерегулярными резкоконтрастными границами, таких как разрывный метод Галеркина, метод конечных элементов, метод спектральных элементов, метод конечных разностей на криволинейных сетках и др. (**разделе 4.1**), следует, что разрывный метод Галеркина является предпочтительным, поскольку совмещает в себе высокую точность расчета решения с низкой вычислительной сложностью.

Формальная постановка задачи: в полупространстве  $x_2 \geq X_2(x_1)$ ,  $x_1 \in R$ , где  $X_2$  - непрерывная функция, определена система уравнений динамической теории упругости с нулевыми начальными условиями, условиями предельного поглощения на бесконечности и условиями свободной поверхности на  $X_2(x_1)$ . Необходимо разработать метод расчета волновых полей такой, что в области  $\Omega_{DG} = \{(x_1, x_2) | X_2(x_1) \leq x_2 \leq X_{DG}\}$  применяется разрывный метод Галеркина на треугольной сетке, а в области  $\Omega_{FD} = \{(x_1, x_2) | X_{DG} \leq x_2\}$  - стандартная схема на сдвинутых сетках (**раздел 4.2**).

**В разделе 4.3** представлено построение конечномерной аппроксимации системы уравнений динамической теории упругости разрывным методом Галеркина и определена ее применимость для расчета волновых сейсмических полей. В частности, дисперсионный анализ метода [7] показывает, что разрывный метод Галеркина с полиномами первого порядка в качестве базисных функций не обеспечивает необходимой точности расчетов, численная дисперсия в такой постановке существенно превышает дисперсию конечно-разностного решения, рассчитываемого схемой второго порядка. Метод Галеркина, основанный на полиномах второго порядка по своим дисперсионным свойствам сопоставим со

схемой четвертого порядка аппроксимации (рис. 11). Дальнейшее повышение порядка базисных функций в методе Галеркина приводит к увеличению точности расчета решения, но, при этом, и к квадратичному росту числа степеней свободы, что неприемлемо при сейсмическом моделировании [13].

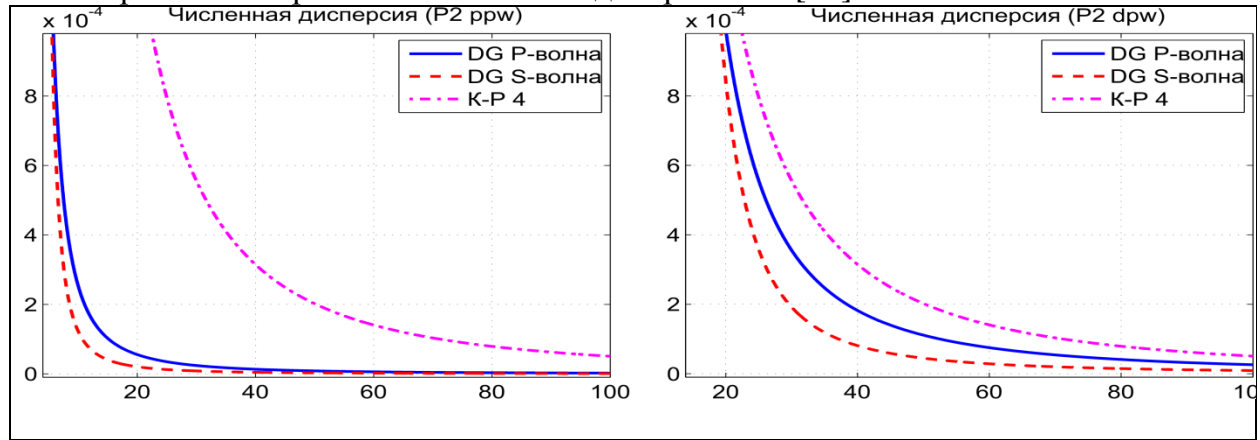


Рисунок 11 - Модуль относительной ошибки фазовой скорости для метода Галеркина второго порядка (сплошная линия соответствует Р-волне, пунктирная - S-волне), для конечно-разностной схемы четвертого порядка аппроксимации по пространству (точечно-пунктирная линия) в зависимости от числа ячеек на длину волны (слева) и от числа степеней свободы на длину волны (справа). По времени явная схема второго порядка аппроксимации.

В основе метода расчета волновых полей комбинированием метода конечных разностей с разрывным методом Галеркина, (раздел 4.4) является введение дополнительного переходного слоя, в котором используется схема на несдвинутых сетках, которая эквивалентна методу конечных объемов и разрывному методу Галеркина с базисными функциями – константами. Поскольку разрывный метод Галеркина позволяет использовать разные базисные функции в соседних ячейках, как и существенно разные ячейки, схема на несдвинутых сетках (метод Галеркина с полиномами нулевого порядка) комбинируется с методом Галеркина произвольного порядка на основе свойства р-адаптивности метода. Поскольку несдвинутые сетки являются объединением двух (в двумерном случае) непересекающихся сеток для схемы Лебедева, поэтому объединение схемы на несдвинутых сетках и стандартной схемы на сдвинутых сетках сводится к задаче, решение которой представлено во второй главе. При этом формулы расчета решения на границе комбинирования схем принимают следующий вид:

$$\rho D_t [u_2]_{i,1/2}^{n-1/2} = D_1 [\sigma_{12}]_{i,1/2}^{n-1/2} - \frac{1}{14h_2} \Sigma_{i,-1/2}^{n-1/2} - \frac{2}{7h_2} \Sigma_{i,0}^{n-1/2} - \frac{3}{14h_2} \Sigma_{i,1/2}^{n-1/2} + \frac{8}{7h_2} (\sigma_{22})_{i,1/2}^{n-1/2},$$

$$\rho D_t [u_1^b]_{i,1/2}^{n-1/2} = D_1 [\sigma_{11}^a]_{i,1/2}^{n-1/2} - \frac{4}{3h_2} (\sigma_{12}^b)_{i,0}^{n-1/2} + \frac{1}{h_2} (\sigma_{12}^b)_{i,1/2}^{n-1/2} + \frac{1}{3h_2} (\sigma_{12}^b)_{i,3/2}^{n-1/2},$$

$$\rho D_t [u_1^a]_{i+1/2,1/2}^{n-1/2} = D_1 [\sigma_{11}^b]_{i+1/2,1/2}^{n-1/2} - \frac{4}{3h_2} (\sigma_{12}^a)_{i+1/2,0}^{n-1/2} + \frac{1}{h_2} (\sigma_{12}^a)_{i+1/2,1/2}^{n-1/2} + \frac{1}{3h_2} (\sigma_{12}^a)_{i+1/2,3/2}^{n-1/2},$$

$$(u_2^a)_{i,1/2}^n = (u_2)_{i,1/2}^n, \quad (u_2^b)_{i+1/2,1/2}^n = (\hat{u}_2)_{i+1/2,1/2}^n, \quad \Sigma_{i,j}^{n-1/2} = (\sigma_{22}^a + \sigma_{22}^b)_{i,j}^{n-1/2}.$$

В этих обозначениях переменные без верхних индексов относятся к стандартной схеме на сдвинутых сетках, переменные с верхним индексом  $a$  определены в полужелтых узлах сетки по горизонтальному направлению для схемы на несдвинутых



сетках, переменные с индексом  $b$  – в целых. Крышка над переменными обозначает интерполяцию по направлению, касательному к границе раздела сеток. Как и при комбинировании стандартной схемы на сдвинутых сетках со схемой Лебедева, эти формулы получены из условия малости коэффициентов нефизичных отражений от границы раздела сеток [8].

Каждый из комбинируемых методов широко известен и детально изучен, а единственным источником дополнительной численной ошибки может стать лишь их комбинирование. При этом в силу волновой природы моделируемого процесса эта ошибка локализуется и выделяется в виде нефизичных отражений. Поэтому в **разделе 4.5** выполнен численный анализ таких отражений. Расчеты проводятся как разработанным комплексным методом, так и каждым из комбинируемых методов отдельно, затем - проводится сравнительный анализ численных решений и локализация нефизичных отражений. Использование разных частот зондирующего сигнала при фиксированном шаге сетки показывает второй порядок сходимости к нулю ошибки, вызванной комбинированием конечных разностей и разрывного метода Галеркина [12].

Затем выполняется сравнительный анализ комплексного метода при использовании разрывного метода Галеркина разного порядка для расчета волновых полей в моделях с топографией свободной поверхности (рис. 12, **раздел 4.5**), который показывает, что применение метода Галеркина с полиномами первого порядка приводит к необоснованно высокой численной дисперсии, дифракции волн на свободной поверхности и завышенным коэффициентам нефизичных отражений (рис. 13). Использование метода Галеркина с полиномами третьего порядка дает решение с высокой точностью, но время, необходимое на расчет решения в верхней части модели (5 % от общего объема), более чем в четыре раза превышает время, затраченное на расчет решения методом конечных разностей в остальной части модели. Использование метода Галеркина с полиномами второй степени является оптимальным для сейсмического моделирования, поскольку позволяет рассчитывать решение с высокой точностью при приемлемых временных затратах (рис. 13).

Применение метода и алгоритма для расчета волновых полей в моделях со сложной топографией свободной поверхности и определения влияния изменчивости профиля свободной поверхности на сейсмические волновые поля показано на численных экспериментах (**раздел 4.6**), цель которых - определить величину ошибки в данных сейсмических наблюдений, в частности, при сейсмическом мониторинге в зависимости от изменения уровня и профиля свободной поверхности. При этом свободная поверхность задается в виде плавно меняющейся трендовой составляющей и случайного возмущения, определяемого Гауссовым распределением с заданной длиной корреляции и стандартным нормальным отклонением (рис. 14). После чего генерируется набор реализаций случайного поля, для каждой из которых выполняется расчет волнового поля (рис. 15 и 16). Статистический анализ синтетических сейсмограмм показывает, в частности, что даже небольшие вариации свободной поверхности (длина корреляции до десяти метров и стандартное отклонение до полуметра) могут приводить к невязке в данных до 60-70%, что подтверждает необходимость точного учета топографии на каждой стадии сейсмического мониторинга [5].

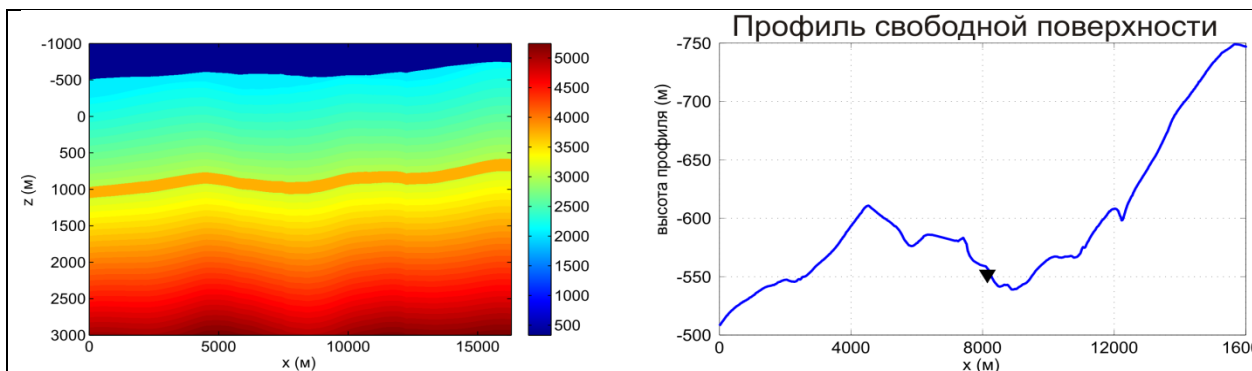


Рисунок 12 - Распределение скорости продольной волны в сейсмогеологической модели среды для численных экспериментов (слева), профиль свободной поверхности (справа)

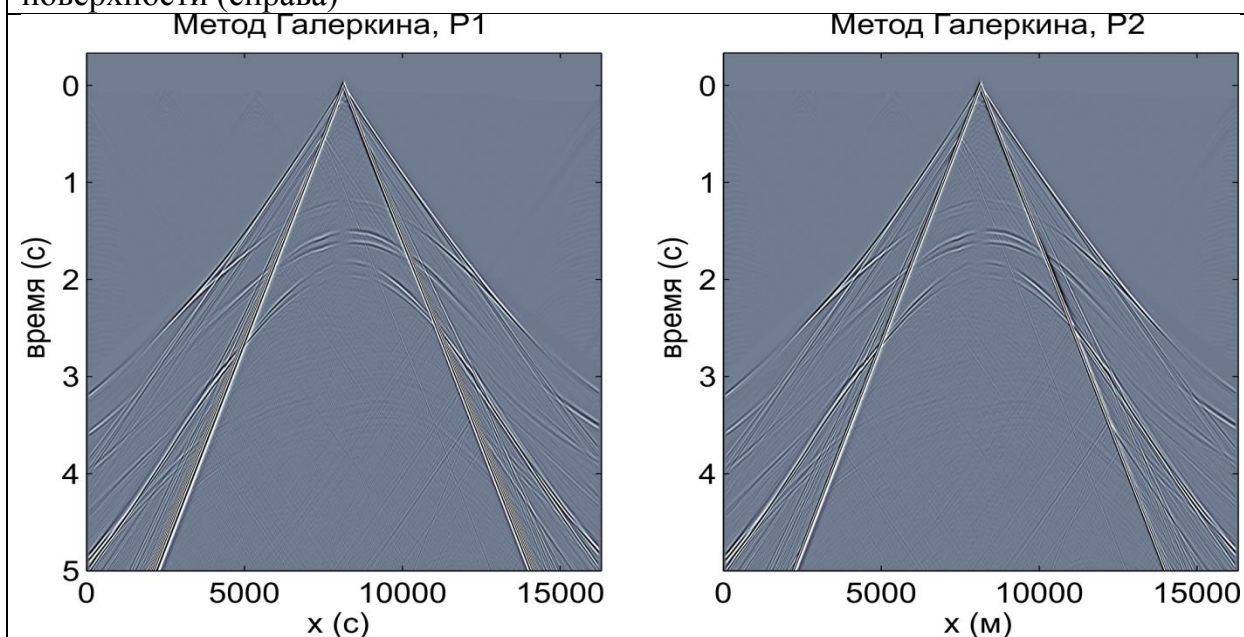


Рисунок 13 - Сейсмограммы, рассчитанные разрывным методом Галеркина с использованием полиномов первой (слева) и второй (справа) степени в качестве базисных функций

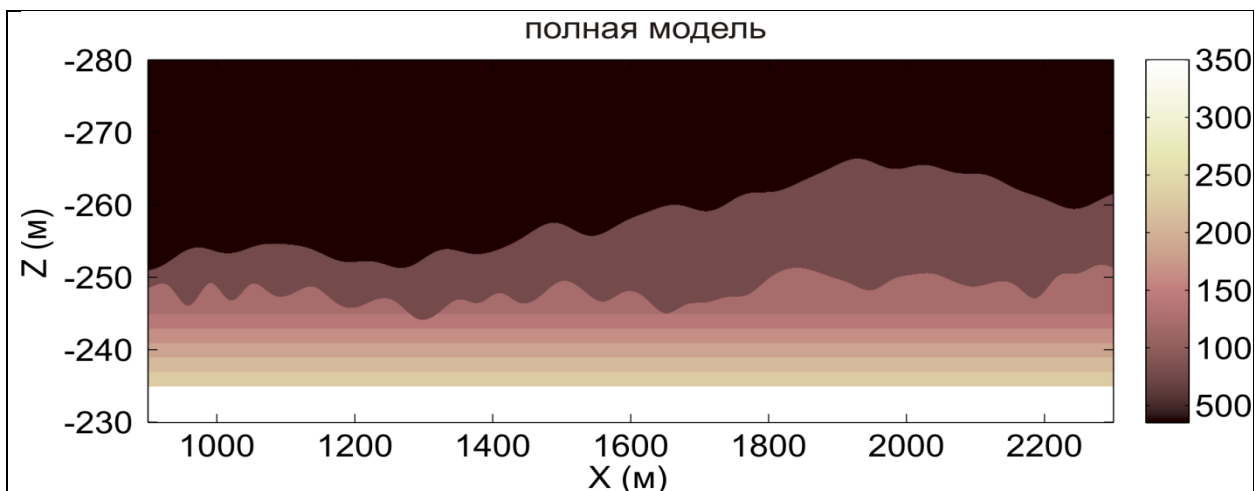


Рисунок 14 - Пример строения верхней части полной модели (скорость продольной волны). Параметры профиля свободной поверхности:  $\sigma = 1.16$  м и  $I = 46.9$  м

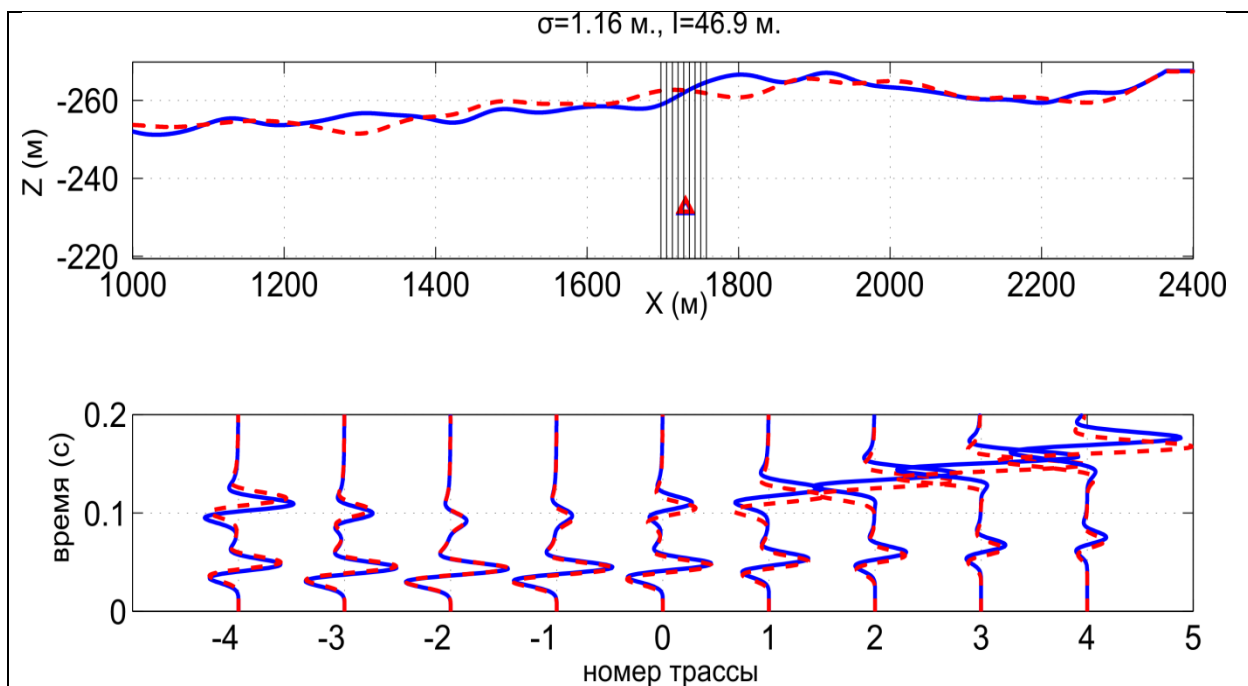


Рисунок 15 - Профили двух реализаций свободной поверхности (вверху) и рассчитанные для них сейсмограммы ранних вступлений (внизу). Стандартное отклонение и длина корреляции гауссовского случайного процесса - 1.16 м и 46.9 м соответственно

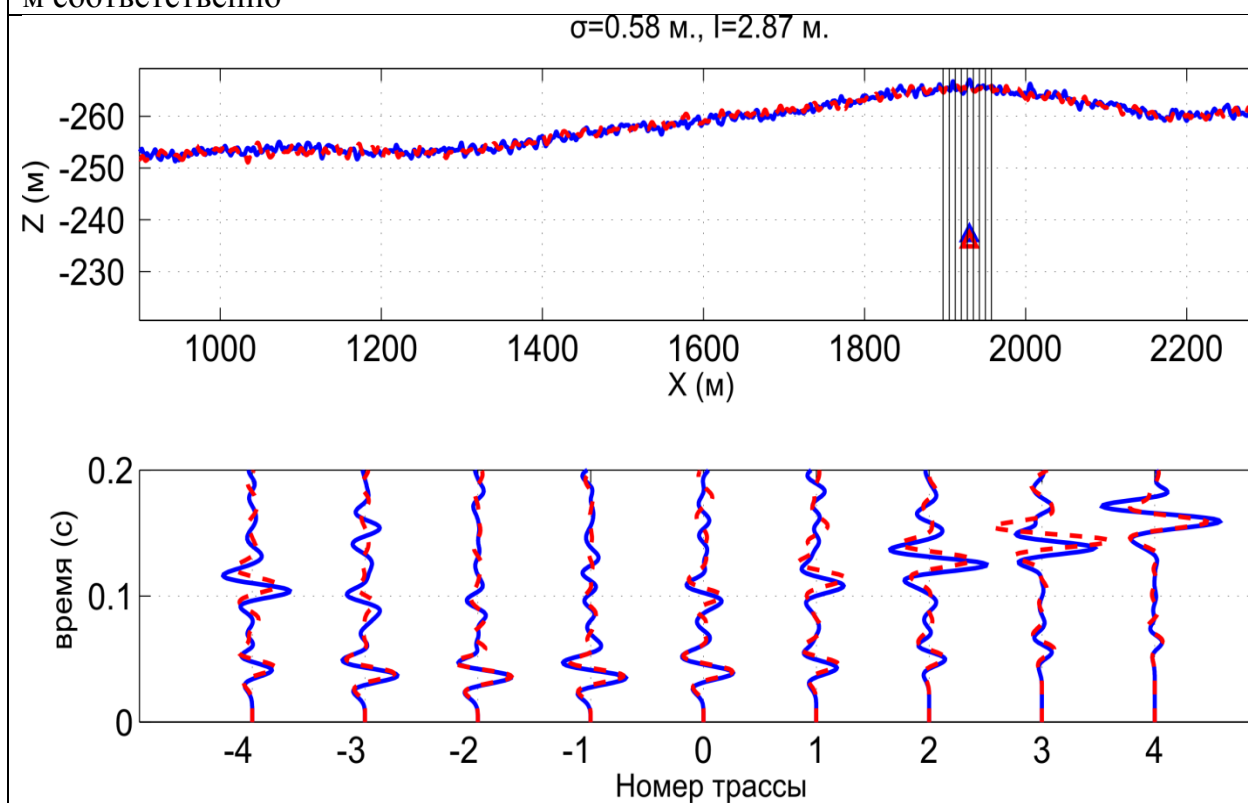


Рисунок 16 - Профили двух реализаций свободной поверхности (вверху) и рассчитанные для них сейсмограммы ранних вступлений (внизу). Стандартное отклонение и длина корреляции гауссовского случайного процесса - 0.58 м и 2.87 м соответственно

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные подходы к разработке численных методов и алгоритмов расчета волновых сейсмических полей в средах с локальными осложняющими факторами (скоплениями мелкомасштабных неоднородностей, анизотропными и вязкоупругими формациями, резкоконтрастными границами со сложной геометрией), основанные на комплексировании известных численных методов, имеют ряд преимуществ.

**Во-первых,** использование несогласованных сеток с локальным пространственно-временным измельчением шага позволяет проводить учет мелкомасштабного строения пласта и рассчитывать волновые поля в средах со скоплениями таких неоднородностей. Выгодным отличием предложенного метода является:

- проведение измельчения сеток по пространству и по времени на разных поверхностях, что обеспечивает устойчивость;

- применение техники вложенных шаблонов для расчета решения при измельчении сеток по времени, что позволяет избежать интерполяции, обеспечивает малость нефизичных отражений от границы раздела сеток (порядка 0.001 от амплитуды падающей волны) и стремление этих отражений к нулю со вторым порядком;

- применение преобразования Фурье с фильтрацией высоких частот как для пролонгации, так и для сужения решения при измельчении пространственных шагов сетки обеспечивает устойчивость решения и низкий уровень нефизичных отражений (порядка 0.001 от амплитуды падающей волны).

**Во-вторых,** Использование конечно-разностных схем, оптимизированных для расчета волновых полей в анизотропных средах (схема Лебедева) в области, окаймляющей анизотропные включения, а стандартной схемы на сдвинутых сетках в основной части модели позволяет существенно снизить вычислительное время и необходимые для проведения расчетов вычислительные ресурсы. К особенностям метода относятся:

- комбинирование конечно-разностных схем на основе требования высокого порядка сходимости коэффициентов нефизичных отражений к нулю, что обеспечивает малость этих отражений (порядка 0.001 от амплитуды падающей волны для рабочего диапазона дискретизаций 20-50 точек на доминирующую длину волны);

- использование многоосного идеально-согласованного слоя с оптимальным стабилизирующим параметром, для обеспечения минимальности нефизичных отражений от границ расчетной области для заданной анизотропной модели;

- применение модификаций коэффициентов схемы, основанных на методе осреднения анизотропных тонкослоистых пропластков, обеспечивает второй порядок сходимости численного решения для моделей сред с резкоконтрастными границами.

**В-третьих,** комбинирование обобщенной стандартной линейной модели твердого тела с моделью идеально упругой среды позволяет

- локально использовать вычислительно сложную обобщенную стандартную линейную модель твердого тела в области, охватывающей вязкоупругие включения;
- оптимизировать декомпозицию расчетной области минимизацией общего вычислительного времени в зависимости от числа переменных памяти в обобщенной стандартной линейной модели твердого тела и порядка аппроксимации схемы.

**В-четвертых,** комбинирование разрывного метода Галеркина и метода конечных разностей для расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами со сложной геометрией, включая топографию свободной поверхности дает возможность:

- в качестве метода расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами использовать разрывный метод Галеркина с центральной аппроксимацией потоков;
- комбинирование разрывного метода Галеркина на треугольной сетке и стандартной схемы на сдвинутых сетках проводить в два этапа с введением "переходного" слоя, в котором применяется классическая схема на несдвинутых сетках, совмещающая в себе свойства метода конечных разностей и метода Галеркина с базисными функциями - константами, что обеспечивает низкий уровень нефизичных отражений (порядка 0.001 от амплитуды падающей волны).

Несомненно, методы численного моделирования волновых сейсмических процессов ждут дальнейшего развития в теоретическом и практическом плане. В частности, можно выделить следующие направления:

- моделирование взаимодействия волн с мелкомасштабной структурой пласта коллектора - переход к более реалистичным моделям вмещающего пространства, например, использование модели анизотропной среды с поглощением, обусловленной наличием микротрещиноватости в резервуаре, использование моделей пороупругой среды для учета свойств высокопроницаемого материала и флюида, заполняющего коридоры трещиноватости и каверны с различной степенью вторичной минерализации, использование разрывного метода Галеркина для расчета решения в резервуаре для детального описания и учета геометрии коридоров трещиноватости.
- моделирование взаимодействия волн с нерегулярными резкоконтрастными границами - учет контакта между жидкостью и упругим телом для анализа проявлений изменчивости ледового покрова, вечной мерзлоты и зон растепления в данных сейсмических наблюдений и разработки методик компенсации таких проявлений.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК

1. Вишневский, Д. М. Комбинирование конечно-разностных схем для моделирования волновых процессов в упругих средах, содержащих анизотропные слои / Д. М. Вишневский, **В. В. Лисица**, В. А. Чеверда // Сиб. журн. вычисл. математики. - 2012. - Т. 15. - №. 2. - С. 175-181.
2. Вишневский, Д. М. Численное моделирование распространения сейсмических волн в средах с вязкоупругими включениями / Д.М. Вишневский, **В.В. Лисица**, Г.В. Решетова // Вычислительные методы и программирование. - 2013. - Т. 14. - С. 155-165.
3. Дмитриев, М.Н. Применимость слабоотражающих граничных условий М-РМЛ при моделировании волновых процессов в анизотропных средах. Часть I: Уровень отражений / М.Н. Дмитриев, **В.В. Лисица** // Сиб. журн. вычисл. математики.- 2011.- Т. 14., №. 4.- С. 333 - 345.
4. Дмитриев, М.Н. Применимость слабоотражающих граничных условий М-РМЛ при моделировании волновых процессов в анизотропных средах. Часть II: Устойчивость / М.Н. Дмитриев, **В.В. Лисица** // Сиб. журн. вычисл. математики.- 2012.- Т. 15., №. 1.- С. 45 - 55.
5. Колюхин, Д.Р. Влияние изменчивости свободной поверхности на повторяемость данных сейсмического мониторинга / Д.Р. Колюхин, **В.В. Лисица**, Г.В. Решетова // Технологии сейсморазведки. – 2016. - №1. – С.69-76
6. Конечно-разностный метод численного моделирования распространения сейсмических волн в трехмерно-неоднородных разномасштабных средах / В.И. Костин, **В.В. Лисица** [и др.] // Вычислительные методы и программирование.- 2011.- Т. 12.- С. 321 - 329.
7. **Лисица, В.В.** Дисперсионный анализ разрывного метода Галеркина в применении к уравнениям динамической теории упругости / В.В. Лисица // Вычислительные методы и программирование. - 2015. - Т. 15. - С. 387-406.
8. **Лисица, В.В.** Комбинирование разрывного метода Галеркина и метода конечных разностей для учета сложного строения верхней части разреза при численном моделировании сейсмических полей / В.В. Лисица, В.А. Чеверда // Технологии сейсморазведки. -2014. - № 4. - С. 60-67.
9. **Лисица, В.В.** Об особенностях схемы Лебедева при моделировании упругих волн в анизотропных средах / В.В. Лисица, Д.М. Вишневский // Сиб. журн. вычисл. математики.- 2011.- Т. 14.- №. 2.- С. 155-167.
10. Локальное пространственно-временное измельчение сеток для конечно-разностного моделирования упругих волн в трёхмерно-неоднородных разномасштабных средах / В.И. Костин, **В.В. Лисица** [и др.] // Сиб. журн. вычисл. математики. - 2013. - Т. 16. - №. 1. - С. 45-55.
11. Рассеянные волны: численное моделирование и построение изображений (Часть 1. Двумерные среды) / **В.В. Лисица** [и др.] // Технологии сейсморазведки. - 2013. - №. 1. - С. 46-58.
12. **Lisitsa, V.** Combination of the discontinuous Galerkin method with finite differences for simulation of seismic wave propagation / V. Lisitsa, V. Tcheverda, C. Botter // Journal of Computational Physics. - 2016. - V. 311. - С. 142-157.

13. **Lisitsa V.** Dispersion analysis of discontinuous Galerkin method on triangular mesh for elastic wave equation / V. Lisitsa // Applied Mathematical Modelling. - 2016. - V. 40. - N. 7–8. - P. 5077-5095.

14. **Lisitsa, V.** Finite-difference algorithm with local time-space grid refinement for simulation of waves / V. Lisitsa, G. Reshetova, V. Tcheverda // Computational Geosciences.- 2012.- V. 16.- N. 1.- P. 39-54.

15. **Lisitsa, V.** Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3D anisotropic elasticity / V. Lisitsa, D. Vishnevskiy // Geophysical Prospecting.- 2010.- V. 58., N. 4.- P. 619-635.

16. **Lisitsa V.** Numerical simulation of seismic waves in models with anisotropic formations: coupling Virieux and Lebedev finite-difference schemes / V. Lisitsa, V. Tcheverda, D. Vishnevsky // Computational Geosciences. - 2012. - V. 16. - N. 4. - P. 1135-1152.

17. **Lisitsa, V.** On the interface error analysis for finite difference wave simulation / V. Lisitsa, O. Podgornova, V. Tcheverda // Computational Geosciences.- 2010.- V. 14., -N. 4.- P. 769-778.

18. Local time–space mesh refinement for simulation of elastic wave propagation in multi-scale media / V. Kostin, **V. Lisitsa** [et al.] // Journal of Computational Physics. - 2015. - V. 281. - P. 669-689.

19. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves / D. Vishnevsky, **V. Lisitsa**, [et al.] // Geophysics. - 2014. - V. 79. - N. 4. - P. T219-T232.

### **Основные материалы конференций**

20. **Lisitsa, V.** Combination of finite differences with discontinuous Galerkin method for seismic modeling / V. Lisitsa, V. Tcheverda // The 12th International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation "Waves2015" (Karlsruhe, Germany, July 20-24, 2015): book of abstracts. - Karlsruhe, 2015. - P. 362 - 363.

21. **Lisitsa, V.** Influence of surface topography variation on repeatability of buried receiver data in desert environment [Text] / V. Lisitsa, D. Kolyukhin, V. Tcheverda // SEG Annual Meeting (New Orleans, USA, October 18-23, 2015) : expanded abstracts.— New Orleans, 2015.— P. 244–248.

22. **Lisitsa, V.V.** Low-cost finite-difference scheme for simulation of seismic wave propagation in models with anisotropic formations / V.V. Lisitsa, V.A. Tcheverda, D.M. Vishnevsky // 74th EAGE Conference and Exhibition (Copenhagen, Denmark, June 04-07, 2012) : Expanded Abstracts. - Copenhagen, 2012. - P. P217.

23. Manifestation of fluid saturation in scattered waves - numerical experiments and field study [Text] / G. Reshetova, **V. Lisitsa**, [et al.] // 76-th EAGE Conference and Exhibition (Amsterdam, The Netherlands, June 15-19, 2014) : abstract.— Amsterdam, 2014.— P. D201.

24. Numerical simulation of seismic wave propagation in models with complex intrusions: Anisotropy, attenuation, small-scale heterogeneities / V. Kostin, **V. Lisitsa** [et

al.] // SEG Annual Meeting (Houston, USA, September 22-27, 2013): Expanded Abstracts.— Houston, 2013.— P. 3548–3552.

25. Podgornova, O. Traveltime and reflection coefficients accuracy of staggered-grid finite-difference simulation of seismic waves [Text] / O. Podgornova, **V. Lisitsa**, D. Vishnevsky // 72-nd EAGE Conference and Exhibition (Barcelona, Spain, June 14-17, 2010) : Expanded Abstracts.— Barcelona, 2010.— P. C042.

26. Simulation of seismic wave propagation in models with complex free-surface and sea-bed topographies based on the coupling of discontinuous Galerkin method and finite differences / V. Tcheverda, ... , **V. Lisitsa**, [et al.] // SEG Annual Meeting (Denver, USA, October 26-31, 2014) : Expanded Abstracts 2014. - Denver, 2014. - P. 3518 - 3523.

---

Технический редактор Т.С. Курганова

Подписано в печать 01.12.2017

Формат 60x84/16. Бумага офсет №1. Гарнитура Таймс

Печ.л. 2,0. Тираж 200. Зак. № 164

---

ИНГГ СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3