

## **ОТЗЫВ**

официального оппонента на диссертацию Маркова Сергея Игоревича «Применение конформных и неконформных методов конечных элементов для многомасштабного моделирования процесса фильтрации в геологических средах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

### **Актуальность темы исследования.**

Я согласен с аргументами соискателя относительно актуальности темы диссертации, которые сводятся к тезису о невозможности прямого моделирования мелкомасштабной структуры среды нефтяных коллекторов при рассмотрении крупномасштабных процессов течения флюида. При этом, как правило, пласт имеет весьма сложную структуру, включающую поровые блоки, системы трещин, каверны, течение в которых подчиняется различным физическим законам из-за различных условий внутреннего и внешнего трения жидкости. Собственно трещиновато-пористая среда сама по себе является существенно неоднородной с точки зрения проницаемости флюида и, в частности, может обладать значительной анизотропией. Перспективным путем создания вычислительных моделей нефтяных месторождений является разработка алгоритмов, объединяющих в едином программном комплексе модели, реализующие различные механизмы течения с учетом сложно устроенной среды нефтяного коллектора. Разработка таких программных комплексов является актуальной задачей в области математического моделирования процессов нефтедобычи.

### **Краткий обзор содержания диссертации.**

Диссертация С.И. Маркова состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений.

Во **введении** обосновывается актуальность исследования, формулируется цель работы, указывается, какие задачи следует решить для достижения этой цели, приводится весьма внушительный список научных мероприятий, на которых обсуждались результаты исследований, дается краткое описание содержания диссертации по главам, некоторые фрагменты которого ниже я практически дословно процитирую.

**Первая глава** является, фактически, обзором литературы по теме диссертации. Рассмотрена предметная область процесса фильтрации в геологических приложениях, связанных с нефтедобычей. Формулируются задачи, возникающие при многомасштабном моделировании процесса фильтрации в геологической среде, приведён обзор основных математических моделей процесса фильтрации несжимаемого флюида на различных уровнях иерархии многомасштабной геологической среды, приведён обзор явных и неявных методов определения эффективного тензора абсолютной проницаемости породы-коллектора и методов дискретизации моделей фильтрации.

**Вторая глава** содержит всю методическую часть исследования. В ней приводятся формулировки рассматриваемых задач (уравнения Навье-Стокса, Дарси, совместная формулировка), как исходные в виде дифференциальных уравнений, так и обобщенные в виде интегральных тождеств, формулируются соответствующие дискретные задачи с использованием разрывного метода Галеркина, дан его сравнительный анализ с конформным методом конечных элементов. Начиная с п. 2.7 речь идет о решении коэффициентной обратной задачи – восстановлении тензора абсолютной проницаемости неоднородной пористой среды. Указаны границы применимости изотропной и анизотропной моделей проницаемости пласта для слоистых и пористых сред. Приведены результаты верификации всех рассмотренных моделей.

В **третьей главе** приводится описание возможностей, структуры и системных требований разработанного программного комплекса FEM\_2.0, показаны особенности реализации и взаимодействия составных частей программного комплекса и его масштабируемость.

В **заключении** сформулированы основные результаты исследования. **Список литературы** содержит 238 ссылок. В **приложении А** приведены графические изображения функций формы различных сеточных пространств. **Приложение Б** содержит копии свидетельств о регистрации разработанного программного комплекса.

#### **Краткий анализ диссертации.**

В диссертации органично связаны области **математического моделирования** и **численных методов**, и их трудно разделить – представлены новые **вычислительные модели** процессов в кавернозно-трещиновато-пористых средах. В частности использование разрывного метода Галеркина в процедуре расщепления Chorin-Temam при решении уравнений Навье-Стокса осуществлено впервые, и в диссертации продемонстрирована эффективность данного подхода для течений в каналах сложной формы. Приведены вариационные формулировки, описывающие течения в пористой среде и в кавернах (совместное решение уравнений Дарси и Навье-Стокса), представлены основанные на разрывном методе Галеркина соответствующие дискретные модели. Чрезвычайно важной составляющей исследования является решение обратной коэффициентной задачи восстановления тензора проницаемости в задаче течения флюида в неоднородной пористой среде. Большое внимание в диссертации уделяется вопросам грамотного использования методов вычислительной алгебры. Все этапы работы сопровождаются впечатляющими вычислительными экспериментами, включая сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными, что

позволило говорить не только о верификации программного продукта, но и о верификации математических моделей течений в геологических средах. Такая серьезная проверка результатов исследований стала возможной благодаря разработанному соискателем **программному комплексу FEM\_2.0**. Данная разработка осуществлена на самом высоком уровне, обеспечена современными интерфейсами ввода-вывода информации, включая графическое представление результатов. Осуществлено распараллеливание алгоритмов, по-видимому, с использованием OpenMP технологией.

### **Замечания.**

1. Большое количество совершенно избыточной для данной диссертации информации:

1.1. Избыточен, на мой взгляд, список литературы – 238 ссылок, что примерно в два раза превышает «стандартное» количество. В частности обзор методов дискретизации на стр. 26 включает информацию по бессеточным методам, никакого отношения к данному исследованию, не имеющих. Приведен большой (но далеко не полный) список литературы по разностным методам, в диссертации никак не использующихся. Много избыточной информации по МКЭ – например, имеется упоминание о виртуальных конечных элементах. Зачем? Приводится классическое определение конечного элемента в виде тройки (область, полином, функционал) – это же диссертация, а не учебник для студентов.

1.2. Вторая глава начинается с большого списка функциональных пространств, в которых разрешимы те или иные рассмотренные в диссертации задачи. Приводится ряд нетривиальных фактов типа теорем о следах, о разложении пространства векторов с квадратично суммируемыми компонентами в прямую сумму пространств соленоидальных функций и градиентов скалярных

функций. Зачем все это? В каком месте диссертации используется диаграмма Де Рама? Всю эту информацию можно было бы не приводить, а просто выписать исходные дифференциальные задачи и сеточные проекционные формулировки для указанных в диссертации конечных элементов с соответствующими ссылками. Вообще не упоминать про  $\inf\text{-sup}$  условие – все это есть в цитируемых статьях. И, как результат, сэкономить при этом порядка 10-20 страниц.

Такое впечатление, что диссертация ориентирована на не очень сведущих в современных численных методах читателей.

2. В качестве цели работы заявлено «исследование процесса фильтрации **несжимаемой** жидкости в многомасштабных гетерогенных средах на базе вычислительных схем метода конечных элементов для трёхмерного математического моделирования». С другой стороны, в п.2.5 рассматривается модель фильтрации, использующая **нестационарный** закон сохранения массы **сжимаемой** жидкости. Это касается и дискретной модели (п.2.5.2). В результате трудно понять какая же задача рассматривается.
3. В п.2.5.4. говорится о сравнении с аналитическим решением, которое в тексте диссертации отсутствует (стационарное давление на стр.58 относится к другой задаче). Из текста диссертации совершенно не ясно, зависит это аналитическое решение от времени, или нет. Если зависит, какому моменту времени соответствуют таблицы на стр. 82-83?
4. На стр. 55 имеется странная (совершенно неправильная) фраза: «Двуслойная **неявная** схема для производной имеет вид (2.97)», где (2.97) – это просто разностная производная по времени. Неявность определяется не разностной производной по времени, а номером слоя, на котором аппроксимируется пространственный оператор. На этой же

странице при обсуждении расщепления Chorin-Teman говорится о **явном** интегрировании по времени на втором шаге расщепления для учета давления и закона сохранения массы. Но на стр. 56 приводится **неявная** схема для этого шага расщепления – решается седловая задача (2.98).

5. В тексте диссертация встречается термин «однофазная фильтрация жидкости» (например, на стр.129). Жидкость однофазная, а не фильтрация – правильней писать «фильтрация однофазной жидкости». Следует отметить, что автор активно использует и правильное словосочетание.

#### **Резюмирующая часть.**

Приведенные выше замечания не затрагивают суть представленного исследования и не снижают его научной значимости. Работа выполнена на высоком научном уровне и содержит важные результаты по всем трем направлениям, указанным в паспорте специальности.

Все эти результаты опубликованы в изданиях из списка ВАК, а программные разработки снабжены свидетельствами о государственной регистрации. Автореферат достаточно полно и точно отражает содержание диссертации. Следует отметить прекрасное оформление работы.

Считаю, что исследование С.И. Маркова вносит существенный вклад в развитие проблематики, связанной как с вычислительным моделированием в области процессов фильтрации в сильно неоднородных средах, так и с совершенствованием реализаций разрывного метода Галеркина для «трудного» класса задач. Представленная диссертация соответствует паспорту специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, и критериям п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым ВАК к

кандидатским диссертациям, а Сергей Игоревич Марков заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент:

главный научный сотрудник лаборатории математических задач химии  
Федерального государственного бюджетного учреждения науки  
Института вычислительной математики и математической геофизики  
Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН),  
630090, г. Новосибирск, пр-т Академика Лаврентьева, 6,  
рабочий телефон: +7 (383) 330-83-74,  
электронный адрес: [laev@labchem.sccc.ru](mailto:laev@labchem.sccc.ru),  
д.ф.-м.н. по специальности 01.01.07 – вычислительная математика,

профессор

Юрий Миронович Лаевский

Подпись Ю.М. Лаевского удостоверяю,  
Ученый секретарь ИВМиМГ СО РАН  
к.ф.-м.н.

Л.В. Вшивкова