

## Отзыв

официального оппонента на диссертацию Маркова Сергея Игоревича «Применение конформных и неконформных методов конечных элементов для многомасштабного моделирования процесса фильтрации в геологических средах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы исследования** обуславливается невозможностью прямого моделирования течения жидкости в пористой среде на базе уравнений Навье-Стокса, и необходимостью использования моделей фильтрации. Анизотропность и неоднородность нефтяного пласта, которые с необходимостью должны отражаться при моделировании движения жидкости в нем, требуют определения соответствующих параметров. Определение этих параметров экспериментальным путем на основе гидродинамических методов достаточно дорого, поэтому используемый автором подход, включающий в себя описание движения жидкости на основе моделей различных уровней и решение обратной коэффициентной задачи, имеет практическую ценность. Об актуальности разработки и реализации численных методов конечных элементов для решения задач движения жидкости свидетельствует большой объем современной отечественной и зарубежной литературы.

Диссертация С.И. Маркова состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений.

**Введение** содержит описание актуальности темы исследования, цели и задач работы, приводится список конференций и семинаров, где обсуждались результаты работы, приводится содержание диссертации.

**В первой главе** приведен обзор, описанных в современной литературе, математических моделей процесса движения жидкости в каналах сложной геометрии и фильтрации. Формулируются задачи фильтрации (описание фильтрации жидкости по известным параметрам среды и определения характеристик среды по параметрам течения) и существующие методы их решения. Ставится задача определения эффективного тензора абсолютной проницаемости в случае, когда гетерогенная геологическая среда трактуется как гомогенная, анизотропная среда.

**Во второй главе** приводятся вариационные формулировки метода конечных элементов для математических моделей различного уровня для описания процесса движения жидкости в пористой среде: уравнений Навье-Стокса, применяемых для описания

движения жидкости в пористом материале (микроуровень), закона Дарси (макроуровень) и Стокса-Дарси для описания фильтрации жидкости из каверны в среду (мезоуровень). Приведен обзор и сравнение различных вариантов метода конечных элементов для решения этих задач, выполнены их верификация и валидация. Предложен и верифицирован метод определения абсолютной проницаемости геологической среды и вычисления тензора проницаемости для неоднородной пористой среды. На основе результатов нескольких серий вычислительных экспериментов определены границы применимости изотропной и анизотропной моделей проницаемости пласта, проведен анализ чувствительности результатов моделирования к уровню зашумленности исходных данных.

**В третьей главе** приводится описание программного комплекса, построенного на основе описанных моделей и численных методов

**В заключении** сформулированы основные результаты работы.

**Список литературы** содержит 238 ссылок. **В приложении А** приведено описание базисных функций. **Приложение Б** состоит из копий свидетельств о регистрации разработанных программ.

Диссертация содержит следующие новые результаты из области **математического моделирования**:

- - показано наличие порогового значения пористости, при которой возможен переход от анизотропной модели пласта к изотропной;
- - получен предельный уровень зашумленности данных, при котором возможно получение устойчивого решения обратной коэффициентной задачи для определения эффективного тензора абсолютной проницаемости.

В области **вычислительных методов** среди новых результатов следует отметить

- - применение к решению уравнений Навье-Стокса расщепления по физическим процессам Choin-Temam в сочетании с разрывным методом Галеркина в симметричной и несимметричной постановках,
- - алгоритм выбора параметра стабилизации и введение стабилизирующего слагаемого для границ с неоднородными краевыми условиями при использовании несимметричной вариационной формулировки разрывного метода Галеркина для решения задачи фильтрации.

Описанные в диссертации **вычислительные методы и алгоритмы реализованы в виде комплекса программ**, с помощью которого проведено несколько серий вычислительных

экспериментов. Проведено тестирование работы комплекса, верификация численных методов и валидация предложенных моделей путем сравнения с аналитическими решениями и результатами экспериментов.

Необходимо указать следующие **замечания**

1. Верификация методов проведена путем сравнения с аналитическими решениями и результатами, полученными самим автором. Сравнения с результатами других исследователей не проводилось, что делает заключение о превосходстве выбранных автором вычислительных методов неочевидным. Выполнено сравнение результатов, полученных с использованием элементов разного порядка, но вычислительные эксперименты на серии сгущающихся сеток не проводились. Такие эксперименты могли бы подтвердить порядок аппроксимации метода, что с учетом довольно высоких погрешностей, полученных при решении большинства задач ( $>2\%$ ), было бы полезно.
2. Большое внимание уделено описанию движения жидкости в каналах сложной формы в приближении несжимаемой жидкости, тогда как моделирование фильтрации в пористой среде выполняется в предположении о сжимаемости жидкости, при формулировке мезомасштабной модели жидкость снова считается несжимаемой. Считаю, что базовые предположения, лежащие в основе моделей, должны быть четко сформулированы на каждом шаге исследования.
3. При исследовании чувствительности эффективного тензора проницаемости к зашумленности данных для каждого уровня зашумленности использовалось свое значение параметра регуляризации. Не изменятся ли выводы о чувствительности эффективного тензора при варьировании этого параметра?
4. Общий высокий уровень оформления работы незначительно снижается следующими моментами
  - a. На стр. 36 присутствует фраза «Введём векторное пространство  $[L^2(\Omega)]^3$ », хотя это пространство уже использовалось в формуле (2.3) на стр. 35.
  - b. Постановки задач не сопровождаются иллюстрациями.
  - c. На рис. 24 присутствуют три кривые, а подписаны из них только две. Было бы хорошо дополнить этот рисунок численно рассчитанными профилями скорости в дополнение к таблицам относительной погрешности.

**Заключение.** Отмеченные замечания не снижают значимость полученных соискателем Марковым С.И. результатов, а носят рекомендательный характер. Работа выполнена на высоком научном уровне и содержит важные результаты в необходимых трех областях

исследований, указанных в паспорте специальности. Результаты исследований опубликованы в изданиях из списка ВАК в достаточном объеме, программы зарегистрированы надлежащим образом. Автореферат полно и точно отражает содержание диссертации.

Подробность описания методов, и качество проведения исследований свидетельствует о научной культуре и высокой квалификации диссертанта. Результаты имеют существенное значение в развитии вычислительных методов и моделей фильтрации. Считаю, что диссертация «Применение конформных и неконформных методов конечных элементов для многомасштабного моделирования процесса фильтрации в геологических средах» соответствует специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ и удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а Марков Сергей Игоревич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт вычислительных технологий

Сибирского отделения Российской академии наук

630090 Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6

Тел.: (383) 330-61-50

Факс: (383) 330-63-42

E-mail: [ict@ict.nsc.ru](mailto:ict@ict.nsc.ru)

Сайт <http://www.ict.nsc.ru>

Официальный оппонент

Старший научный сотрудник лаборатории

математического моделирования

к.ф.-м.н. Лапин Василий Николаевич

3 июня 2019 г.

*Подпись к.ф.-м.н. Лапина В.Н. удовлетворено.*  
*Ученый секретарь СВТ СО РАН Я.А. Родион*

*03.06.2019*

