На правах рукописи

ПАНОВ ЛЕОНИД ВЛАДИМИРОВИЧ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ГИДРОТУРБИНАХ

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск.

Научный руководитель:

Официальные оппоненты:

Кандидат физико-математических наук Чирков Денис Владимирович

Семенов Георгий Александрович кандидат физико-математических наук, СКБ «Гидротурбомаш», ОАО «Силовые машины», г. Санкт-Петербург, ведущий инженер-конструктор

Мошкин Николай Павлович

доктор физико-математических наук, доцент, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, научный сотрудник

Ведущая организация

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск

Защита состоится 20 февраля 2015 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета ДМ003.046.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6, конференц-зал ИВТ СО РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук http://www.ict.nsc.ru/ru/Structure/disCouncil/panov2014

Автореферат разослан «__» ____ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета к.ф.-м.н.

Seda

А.С. Лебедев

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Кавитация – явление образования парогазовых областей (каверн) в жидкости в зонах, в которых давление p ниже давления парообразования p_V ($p < p_V$). Кавитация наблюдается при работе многих инженерно-технических устройств – насосов, гидротурбин, гидрокрыльев, гребных винтов. В гидравлических турбинах кавитация наблюдается на многих режимах работы и вызывает снижение мощности и КПД, шумы и вибрации, кавитационную эрозию (разрушение) обтекаемых поверхностей. Кроме того, наличие больших кавитационных полостей в потоке является причиной возникновения низкочастотных пульсаций давления, распространяющихся по всему проточному тракту ГЭС. По этим причинам разработка математической модели и эффективного численного алгоритма для её решения, способных описывать трехмерные стационарные и нестационарные кавитационные течения вязкой жидкости в гидротурбинах, является актуальной задачей.

Целями диссертационной работы являются:

1. Построение эффективного численного алгоритма для моделирования стационарных и нестационарных пространственных турбулентных кавитационных течений вязкой жидкости, применимого к течениям в гидравлических турбинах.

2. Разработка методики для прогнозирования кавитационных характеристик гидравлических турбин.

3. Исследование нестационарных явлений в проточном тракте гидравлических турбин, связанных с кавитацией.

Объектом исследования является движение смеси жидкости-пара в проточных трактах гидравлических турбин.

На защиту выносятся следующие результаты, соответствующие четырём пунктам (1, 3, 4, 5) паспорта специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по физико-математическим наукам:

1) Метод численного моделирования пространственных стационарных и нестационарных кавитационных течений вязкой жидкости, который применим к течениям в гидротурбинах. В методе реализованы современные модели кавитации, основанные на уравнении переноса объемной доли жидкости с источником, отвечающим за парообразование и конденсацию. При отсутствии кавитации метод трансформируется в хорошо зарекомендовавший себя алгоритм расчета течения несжимаемой жидкости.

2) Методика прогнозирования кавитационных характеристик гидротурбин - зависимостей КПД от кавитационного коэффициента. Методика включает способ постановки граничных условий на входной и выходной границе, соответствующий международному стандарту проведения кавитационных испытаний.

3) Методика моделирования пульсационных процессов в проточном тракте ГЭС в режимах неполной и максимальной нагрузки на основе гибридной одномерной-трехмерной модели течения в области водовод-гидротурбина.

4) Программный комплекс, предназначенный для расчетов пространственных стационарных и нестационарных кавитационных течений в гидротурбинах.

5) Результаты расчетов кавитационных характеристик радиально-осевых и поворотно-лопастных гидротурбин. Результаты расчетов пульсационных процессов в режимах неполной и максимальной нагрузки.

Научная новизна работы заключается в разработке эффективного метода моделирования течения смеси жидкость-пар в проточном тракте гидротурбин. Разработке методики прогноза КПД установки, момента рабочего колеса, расхода жидкости от кавитационного коэффициента. Разработке трехмерного метода для моделирования пульсационных процессов в проточном тракте ГЭС, связанных с динамикой кавитационной полости в отсасывающей трубе.

Практическая значимость. Разработанные численные методы расчета нестационарных кавитационных течений жилкости стационарных И гидротурбинах реализованы в виде программного комплекса. Комплекс может этапе проектирования перспективных проточных частей применяться на гидротурбин. частности, позволяет без проведения дорогостоящего В эксперимента оценить интегральные характеристики (КПД, мощность) и особенности кавитационного течения.

Комплекс применяется в филиале «Ленинградский металлический завод» ОАО «Силовые машины» г. Санкт-Петербург при проектировании гидротурбин для оценки влияния кавитации на КПД и мощность. Предполагается применение комплекса для моделирования пульсационных процессов в режимах полной и максимальной нагрузки.

Достоверность полученных результатов подтверждена проведением многочисленных тестовых расчетов. Результаты проведенных в настоящей работе тестовых расчетов качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными.

Личное участие получении представленных научных автора В результатов заключается в разработке, реализации и тестировании численного алгоритма расчета кавитационных течений вязкой жидкости; разработке, реализации и методики тестировании прогнозирования кавитационных характеристик гидротурбин; проведении нестационарных кавитационных расчётов гидротурбин в неоптимальных режимах работы, анализе полученных результатов.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации Всероссийских конференциях докладывались на: молодых ученых по моделированию информационным математическому технологиям И (Новосибирск 2012, Томск 2013); Международной 2011. конференции проблемы прикладной математики и механики: "Современные теория. эксперимент и практика", посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко. (Новосибирск, 2011); 26-м международном симпозиуме по гидравлическим машинам и системам (26th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Beijing, China, 2012); 27-м международном симпозиуме по гидравлическим машинам и системам (27th IAHR Symposium on Hydraulic

Масhinery and Systems, Montreal, Canada, 2014); Всероссийском семинаре «Динамика многофазных сред» (ИТПМ СО РАН, Новосибирск, 2013); Всероссийской конференции «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения» (Бийск, 2014); обсуждались на семинарах в Институте вычислительных технологий СО РАН, Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН.

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 9-ти печатных работах, в их числе три статьи в изданиях, рекомендованных ВАК для представления основных результатов диссертации [1-3], пять работ в трудах международных и всероссийских конференций [4-8], одно свидетельство о государственной регистрации программы на ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения. Список литературы содержит 85 наименования. Общий объем диссертации составляет 135 страниц, включая 4 таблицы и 70 рисунков.

Содержание работы

Во введении дана классификация кавитационных течений жидкости, обоснована актуальность выбранной темы, сформулированы цели исследования.

Модели и методы расчета гидродинамики кавитационных течений жидкости представлены в работах Рождественского В.В., Иванова А.Н., Нигматулина Р.И., Перника А.Д., Шепеленко В.Н., Антонцева С.Н., Васильева О.Ф., Кузнецова Б.Г., Яненко Н.Н., Гузевского Л.Г., Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф., Уоллис Г., Singhal A.K., Senocak I., Kunz R.F., Reboud J.L. и др. Проведенный обзор позволяет выделить три основных подхода к описанию кавитационных течений жидкости: метод выделения границы парогазовой каверны, моделирование движения квазигомогенной смеси, моделирование движения квазигомогенной смеси.

Метод выделения границы парогазовой каверны основан на том, что численно или аналитически определяется форма границы каверны. Расчет проводится только в области, занятой жидкостью с использованием уравнений движения несжимаемой жидкости. Метод хорошо подходит для плоских и осесимметричных развитых кавитационных течений и не подходит для трехмерных течений, а также течений с отрывом и перемещением каверн.

Метод моделирования движения квазигомогенной смеси основан на решении уравнений Навье-Стокса для сжимаемой смеси жидкость-пар. Кавитация в этом подходе описывается либо баротропным уравнением, либо уравнением переноса объемной (массовой) доли одной из фаз – жидкости или пара – с источниковым членом, отвечающим за парообразование и конденсацию. В литературе есть около десяти различных моделей, которые сводятся к виду уравнения переноса объемной доли жидкости и отличаются только видом источникового члена. В настоящее время метод моделирования движения квазигомогенной смеси широко используется для описания трехмерных кавитационных течений жидкости, поскольку дает хорошее качественное и количественное согласование с экспериментом на тестовых задачах. Метод моделирования движения гетерогенной смеси развитый в работах Нигматулина Р.И. основан на модели раздельного движения жидкости и пара. В модели учитывается не только парообразование и конденсация, но также силы межфазного взаимодействия, неравенство скоростей жидкости и пара. Эта модель применима лишь при малых концентрациях паровой фазы. Не удалось найти в литературе применение этой модели для численного решения задач кавитационного течения жидкости в двухмерном и трехмерном случае.

Проводится обзор работ, посвященных расчету и анализу кавитационных течений жидкости в гидротурбинах. Эта тема отражена в работах Дектерева А.А., Гаврилова А.А., Минакова А.В., Топажа Г.И., Румахеранга В.М., Doerfler P.K., Alligne S., Nicolet C., Koutnik J., Kurosawa S. Практически во всех этих работах используется модель квазигомогенной смеси.

Сформулированы актуальные задачи, связанные с описанием кавитации в гидротурбинах. Первая задача состоит в прогнозировании кавитационных характеристик гидротурбин – зависимостей КПД, момента, расхода от кавитационного коэффициента. В литературе есть несколько работ, в которых на основании численных расчетов строятся кавитационные характеристики. Недостатком этих работ является необоснованность постановки граничных условий на входной и выходной границе. Кроме того в них не рассчитывается течение в отсасывающей трубе гидротурбины и рассматриваются только стационарные постановки.

Вторая актуальная задача состоит в моделировании нестационарных процессов в гидротурбинах в неоптимальных режимах работы, которые тесно связаны с кавитацией. Это динамика вихревого жгута с кавитационным ядром в режимах неполной нагрузки и автоколебания кавитационной полости в конусе отсасывающей трубы в режиме максимальной нагрузки. Для моделирования последнего явления в литературе встречаются только одномерные подходы, основанные на одномерном уравнении гидроакустики. Недостатком этих подходов является неопределенность в выборе коэффициентов описывающих кавитацию – кавитационной податливости (cavitation compliance), коэффициента усиления по расходу (mass flow gain factor), скорости звука в отсасывающей трубе; не учитывается реальная геометрия проточного тракта, которая безусловно влияет на гидродинамику течения жидкости.

В главе 1 строится численный метод для решения задач расчета кавитационного течения вязкой жидкости.

В §1.1 изложена замкнутая система уравнений движения, состоящая из осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для квазигомогенной смеси жидкость-пар, двухпараметрической модели турбулентности и модели кавитации на основе баротропного уравнения состояния или на основе уравнения переноса фазы.

Система уравнений Навье-Стокса для квазигомогенной смеси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \mathbf{v}) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + div(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla \hat{p} = div(\mathbf{\tau}) + \rho \mathbf{f}. \tag{2}$$

Здесь ρ – плотность смеси [кг/м³], $\mathbf{v} = (u_1, u_2, u_3)$ – скорость [м/с], t – время [c], $\hat{p} = p + \frac{2}{3}\rho k$, p – давление [Па], k – кинетическая энергия турбулентных пульсаций [м²/c²], $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$ – вектор массовых сил, $\tau = \{\tau_{ij}\}$ – тензор вязких напряжений,

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_T) \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right].$$
(3)

Здесь μ – динамический коэффициент вязкости смеси, который предлагается вычислять по формуле

$$\mu = \alpha_L \mu_L + (1 - \alpha_L) \mu_V, \tag{4}$$

где μ_L , μ_V – динамические коэффициенты вязкости жидкости и насыщенного пара, соответственно.

Турбулентная вязкость смеси μ_T вычисляется по формуле

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon},\tag{5}$$

где є – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности.

Для определения k, є система уравнений движения (1)-(2) дополняется двухпараметрической моделью турбулентности. В данной работе использовались две модели турбулентности: стандартная k-є и k-є модель Кима-Чена.

Для замыкания системы необходимо определить плотность смеси *р*. Для этого используется баротропное уравнение

$$\rho = \rho(p) \tag{6}$$

либо плотность смеси восстанавливается через объемную долю жидкости

$$\rho = \rho_L \alpha_L + \rho_V (1 - \alpha_L), \tag{7}$$

где α_L – объёмная доля жидкости. Для определения α_L используется уравнение переноса с источниковым членом, отвечающим за парообразование m^- и конденсацию m^+ :

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_L u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho_L} \left(m^+ + m^- \right).$$
(8)

В работе используются пять известных моделей кавитации с уравнением переноса доли жидкости – модель Сингхала (1997 г.), Кунца (2001 г.), Сингхала (2002 г.), Сеночака (2002 г.), Зварта-Гербера-Беламри (2004 г.). Модели отличаются только способом вычисления источникового члена m^+ и m^- . Эти модели получены либо из уравнения Релея-Плессета эволюции одиночного пузырька, либо из условий на границе раздела жидкость-пар, либо из других соображений.

В §1.2 представлены граничные условия на входных и выходных границах, на твердой стенке для задач протекания вязкой и невязкой жидкости с учетом кавитации. На входе в расчетную область задаётся вектор скорости \vec{v} и предполагается, что пар на входе отсутствует, т.е. $\alpha_L = 1$. На твердой стенке для

вязких течений ставится условие прилипания $\vec{v} = 0$, для невязких расчетов – условие непротекания $\partial \vec{v} / \partial n = 0$. Для объемной доли жидкости на твердой стенке ставятся условия $\partial \alpha_L / \partial n = 0$. На выходной границе ставится распределение давления и тангенциальной компоненты скорости. Кроме того, предполагается, что на входной границе $\alpha_L = 1$.

В §1.3 последовательно построен метод численного моделирования стационарных и нестационарных кавитационных течений вязкой жидкости для модели кавитации с уравнением переноса фазы. Важно отметить, что в гидравлических турбинах явление кавитации локализовано только в определённых областях течения (областях, где давления близко к давлению парообразования), в остальной же области течет несжимаемая жидкость. Поэтому при построении алгоритма автор активно опирался на подходы, хорошо работающие для численного описания динамики несжимаемой жидкости:

•метод искусственной сжимаемости;

•неявный метод конечных объемов;

•аппроксимация невязких потоков по MUSCL схеме третьего порядка аппроксимации;

•аппроксимация вязких потоков по центрально-разностной схеме второго порядка;

•линеаризация нелинейной системы дискретных уравнений;

•приближенная LU факторизация неявного оператора.

Вначале с использованием уравнения переноса (8), преобразуется уравнение неразрывности (1) к виду

$$div(\mathbf{v}) = (m^{+} + m^{-}) \left(\frac{1}{\rho_{L}} - \frac{1}{\rho_{V}} \right).$$
(9)

Затем, следуя методу искусственно сжимаемости, в каждое из уравнений (9), (2), (8) добавляется производная по псевдовремени τ. Полученная система записывается в векторной форме:

$$\mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} + \mathbf{R}^{t}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial \mathbf{F}_{i}}{\partial x_{i}} = \mathbf{H},$$
(10)

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} & & \\ & 1 & \\ & & 1 & \\ & & 1 & \\ & & & 1 & \\ & & & 1 & \\ & & & \frac{\alpha_L}{\rho\beta} & & & 1 \end{pmatrix}, \quad \overline{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \hat{p} \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \alpha_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{pmatrix} \beta u_i \\ \rho u_1 u_i + \delta_{1i} \hat{p} - \tau_{1i} \\ \rho u_2 u_i + \delta_{2i} \hat{p} - \tau_{2i} \\ \rho u_3 u_i + \delta_{3i} \hat{p} - \tau_{3i} \\ \alpha_L u_i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \beta \left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V} \right) (m^+ + m^-) \\ \rho f_1 \\ \rho f_2 \\ \rho f_3 \\ \frac{1}{\rho_L} (m^+ + m^-) \end{pmatrix}$$

 $\mathbf{R}^{t} = diag(0,1,1,1,1).$

Вводятся искомые переменные $\mathbf{Q} = (\hat{p}, u, v, w, \alpha_L)^T$ и (10) преобразуется к виду

$$\mathbf{P}^{-1}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} + \mathbf{R}^{t}\frac{\partial \overline{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial \mathbf{F}_{i}}{\partial x_{i}} = \mathbf{H},$$
(11)

где

$$\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{M} \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} & & & \\ & \rho & & (\rho_L - \rho_V)u \\ & & \rho & (\rho_L - \rho_V)v \\ & & & \rho & (\rho_L - \rho_V)w \\ \frac{\alpha_L}{\rho\beta} & & & 1 \end{pmatrix}.$$
(12)

Следуя методу конечных объемов, (11) преобразуется к форме интегральных законов сохранения

$$\mathbf{P}^{-1}\frac{\partial}{\partial\tau}\int_{V}\mathbf{Q}dV + \mathbf{R}^{t}\frac{\partial}{\partial t}\int_{V}\overline{\mathbf{Q}}dV + \oint_{\partial V}\mathbf{K}\cdot dS = \int_{V}\mathbf{H}dV,$$
(13)

где $\mathbf{K} = (\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3), \partial V$ – замкнутая поверхность произвольного фиксированного объёма $V, d\mathbf{S} = \mathbf{n} \cdot dS = (dS_1, dS_2, dS_3)$ – элемент поверхности S, умноженный на единичную внешнюю нормаль \mathbf{n} к ней. Вектор потоков представляется как сумма невязкого и вязкого потоков

$$\mathbf{K} \cdot d\mathbf{S} = (\mathbf{K}^{in} + \mathbf{K}^{vis}) \cdot d\mathbf{S},\tag{14}$$

$$\mathbf{K}^{in} = \begin{pmatrix} \beta u_1 & \beta u_2 & \beta u_3 \\ \rho u_1^2 + \hat{p} & \rho u_1 u_2 & \rho u_1 u_3 \\ \rho u_2 u_1 & \rho u_2^2 + \hat{p} & \rho u_2 u_3 \\ \rho u_3 u_1 & \rho u_3 u_2 & \rho u_3^2 + \hat{p} \\ \alpha_L u_1 & \alpha_L u_2 & \alpha_L u_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^{vis} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$
(15)

Интегральное уравнение (13) аппроксимируется полностью неявной по псевдовремени разностной схемой

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1}((\mathbf{Q}^{n+1})^{s}) \frac{(\mathbf{Q}^{n+1})^{s+1} - (\mathbf{Q}^{n+1})^{s}}{\Delta \tau} + \mathbf{R}^{t} \frac{3(\overline{\mathbf{Q}}^{n+1})^{s+1} - 4\overline{\mathbf{Q}}^{n} + \overline{\mathbf{Q}}^{n-1}}{2\Delta t} \end{bmatrix} V_{ijk} = \left(\mathbf{RHS}^{n+1}\right)^{s+1}, \quad (16)$$

где $\Delta \tau$ – шаг по псевдовремени, Δt - шаг по времени, n – номер слоя по времени, s – по псевдовремени. При сходимости итераций по псевдовремени τ мы получим полностью неявную схему, аппроксимирующую исходные уравнения (1), (2), (8) со вторым порядком по времени t. Порядок аппроксимации по пространству определяется способом вычисления потоков в правой части **RHS**, которая имеет вид:

$$\mathbf{RHS}_{ijk} = -[(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} - (\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{i-1/2} + (\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{j+1/2} - (\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{j-1/2} + (\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{k+1/2} - (\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{k-1/2}] + \mathbf{H}V_{ijk},$$
(17)

где $(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}$, $(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{j+1/2}$, $(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{k+1/2}$ – разностные потоки (невязкие и вязкие) через грани (i+1/2,j,k), (i,j+1/2,k), (i,j,k+1/2) ячейки с номером (i,j,k) и объёмом V_{ijk} . Вязкие потоки аппроксимируются по схеме центральных разностей.

Для определения невязких потоков **К**^{*in*} · **S** используется MUSCL схема третьего порядка аппроксимации с модификацией искусственной вязкости

$$\left(\mathbf{K}^{in}\cdot\mathbf{S}\right)_{m+1/2} = \frac{1}{2} \left[\left(\mathbf{K}^{in}(\mathbf{Q}_L) + \mathbf{K}^{in}(\mathbf{Q}_R)\right)\mathbf{S}_{m+1/2} - \mathbf{P}_{m+1/2}^{-1} \left|\mathbf{P}\mathbf{A}\right|_{m+1/2} (\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L) \right], (18)$$

$$\mathbf{Q}_{L} = \mathbf{Q}_{m} + \frac{1}{4} (1 - \nu_{m}) [(1 - \theta) \Delta_{m - 1/2} \mathbf{Q} + (1 + \theta) \Delta_{m + 1/2} \mathbf{Q}],$$
(19)

$$\mathbf{Q}_{R} = \mathbf{Q}_{m+1} - \frac{1}{4} (1 - \nu_{m+1}) [(1 - \theta) \Delta_{m+1/2} \mathbf{Q} + (1 + \theta) \Delta_{m+3/2} \mathbf{Q}],$$
(20)

$$v_m = \frac{\left|\alpha_{L,m-1} - 2\alpha_{L,m} + \alpha_{L,m+1}\right|}{\alpha_{L,m-1} + 2\alpha_{L,m} + \alpha_{L,m+1}}.$$
(21)

Модификация искусственной вязкости состоит в том, что вычисляется вектор $\mathbf{P}_{m+1/2}^{-1} |\mathbf{PA}|_{m+1/2} (\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L)$ вместо вектора $|\mathbf{A}|_{m+1/2} (\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L)$, где \mathbf{P} – матрица предобуславливания. Сглаживающий коэффициент v_m снижает порядок аппроксимации невязкого потока до первого в областях больших градиентов α_L , однако существенно улучшает свойства сходимости численного метода.

В п.1.3.3 выведены формулы экономичного вычисления невязких потоков, не требующие перемножения матриц, которые позволили на 30% сократить время счета. В п.1.3.4 предлагается использовать неявную аппроксимацию источникового члена, которая позволяет существенно улучшить свойство устойчивости численного алгоритма.

Для численного решения схема (16) линеаризуется по методу Ньютона, после чего производится приближённая LU-факторизация неявного оператора. Полученная схема разрешается за два дробных шага бегущим счётом.

В §1.4 строится численный метод моделирования кавитационных течений для модели кавитации с баротропным уравнением состояния. При этом используются те же подходы, что и в §1.3.

Глава 2 посвящена тестированию численного метода. Тестирование проводилось на модельной стационарной задаче осесимметричного обтекания затупленного сферой цилиндра турбулентным потоком жидкости с Re =1.36*10⁵. Продемонстрирована сходимость численного метода на последовательности сеток. В литературе упоминается о проблемах сходимости при расчете с физической плотностью пара ρ_V =0.01 кг/м³. В данной работе также обнаружена неустойчивость метода при ρ_V =0.01, однако показано, что при $\rho_V \le 10$ кг/м³ результат решения перестаёт зависеть от ρ_V .

На рисунке 1 показано сравнение результатов, полученных по баротропной модели кавитации и по модели кавитации с уравнением переноса фазы (Сингхала 1997), с экспериментом. Результаты, полученные по модели с уравнением переноса, ближе к эксперименту.



Рисунок 1 – Сравнение коэффициента давления *C_p* с экспериментом для баротропной модели (слева) и для модели с уравнение переноса фазы Сингхала 1997 (справа) при разных кавитационных коэффициентах *σ*.

На рисунке 2 показано сравнение результатов, полученных по различным моделям кавитации с уравнением переноса фазы. Все модели дают очень близкие к эксперименту результаты. На рисунке 3 показано распределение давления и объёмной доли жидкости вблизи поверхности цилиндра для расчета по модели кавитации Сингхала 1997. За кавитационной каверной образуется ярко выраженная зона возвратного течения. Расчеты по другим моделям кавитации с уравнением переноса дают близкие результаты.





Рисунок 2 – Влияние модели кавитации на распределение C_p по поверхности цилиндра. ЗГБ - модель Зварта-Гербера-Беламри.

Рисунок 3 – Распределение давления вблизи поверхности цилиндра (сверху), распределение доли жидкости (снизу), полученное в расчете по модели Сингхала 1997.

В разделе 2.1.2 продемонстрирована неустойчивость численного метода при явной аппроксимации источникового члена, а также показана устойчивость при неявной аппроксимации.

Глава 3 посвящена численной методике прогнозирования кавитационных характеристик гидравлических турбин – зависимостей КПД, момента, расхода от числа кавитации σ . Типичный вид кавитационной характеристики представлен на рисунке 4. Можно выделить область, в которой КПД и расход практически не меняются ($\sigma >> \sigma_s$) и область, в которой происходит существенно изменение расхода и падение КПД ($\sigma < \sigma_s$).



— КПД, *Q* — расход.

Для экспериментального построения таких кривых проводят серию испытаний модели турбины на стенде, в которых фиксируется режим работы гидротурбины и меняется σ (через давление на выходе из отсасывающей трубы).

Согласно международному стандарту электротехнической комиссии 60193:

$$\sigma = \frac{NPSH}{H},\tag{22}$$

$$NPSH = \frac{p_{abs,2} - p_V}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + (z_r - z_2),$$
(23)

$$H = \frac{p_{\text{abs},1} - p_{\text{abs},2}}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - (z_1 - z_2).$$
(24)

В (23)–(24) индекс «1» соответствует входному сечению S_1 спиральной камеры, индекс «2» — выходному сечению S_2 отсасывающей трубы (рисунок 5). Давление p_{abs} — среднее абсолютное давление в соответствующем сечении, p_V — абсолютное давление насыщенного водяного пара при данной температуре воды, z_r — опорный уровень, за который для радиально-осевых гидротурбин принимается уровень расположения средней линии направляющего аппарат, для поворотно-лопастных – высота осей поворота лопастей. Величины скорости v в сечениях 1, 2 определяются, согласно стандарту, как средние расходные: $v_i = Q/S_i$, i = 1, 2.

В общем случае при проведении кавитационных расчетов меняется расход в следствие сжимаемости смеси жидкость-пар. Поэтому классические граничные

условия, в которых расход фиксирован, не подходят. В работе удалось получить новый способ постановки граничных условий – через полную энергию потока во входном и выходном сечении.

Входное сечение турбины располагается на входе в спиральную камеру (рисунок 5). Однако для упрощения расчетов течение в спиральной камере и статоре не рассчитывалось, но учитывались потери энергии в этих элементах, рассчитанные по инженерным формулам. Входное сечение располагалось на входе в направляющий аппарат. Выходное сечение располагалось на выходе из отсасывающей трубы (сечение 2, рисунок 5).

Полная энергия потока в выходном сечении отсасывающий трубы вычисляется по формуле

$$E_{2,\text{IEC}} = \frac{p_{\text{abs},2}}{\rho g} - z_2 + \frac{v_2^2}{2g}, \qquad v_2 = \frac{Q}{S_2}.$$
 (25)

Тогда из (22) получим:

$$E_{2,\text{IEC}} = \sigma H + \frac{p_V}{\rho g} - z_r.$$
(26)

На входе в направляющий аппарат держался угол входа потока δ_{cn} и величина полной энергии E_{H_4} , равная

$$E_{HA} = E_{2,\text{IEC}} + (H - h_{SP}),$$
 (27)

где h_{SP} – потери энергии в спиральной камере и статоре. Угол входа потока δ_{cn} определяется углом установки статорных колонн и предполагается известным.

Таким образом, методика прогнозирования кавитационных характеристик заключается в проведении серии стационарных кавитационных расчетов гидротурбины для различных σ . На входе и на выходе задаются полные энергии потока, вычисленные через коэффициент σ по формулам (26), (27).

В расчетах гидротурбин использовалась циклическая постановка, т.е. расчет проводился для одного канал НА, одного канала РК и во всей отсасывающей трубе.

Раздел 3.3.1 посвящен методическим расчетам кавитационных характеристик гидротурбин. Показано, что все модели кавитации, основанные на уравнении переноса фазы дают очень близкие друг к другу результаты; показана сеточная сходимость метода; показано, что в численном методе достаточно задавать плотность пара $\rho_V = 10$ кг/м³, поскольку при меньших ρ_V результат расчета кавитационных характеристик перестаёт зависеть от ρ_V .

В разделах 3.3.2, 3.3.3, 3.3.4 изложены результаты прогнозирования кавитационных характеристик трех гидротурбин – двух радиально-осевых и одной поворотно-лопастной. Показано, что численная методика качественно и количественно согласуется с экспериментом (рисунок 6). Однако для одной из гидротурбин протестированных методика дает завышенное значение критического коэффициента σ_{s} . Здесь необходимы дополнительные исследования с привлечением расширенных экспериментальных данных.



Рисунок 6 – Кавитационные характеристики η(σ) гидротурбин: радиально-осевой (слева), поворотно-лопастной (справа). Ехр – данные экперимента, Sing97 – расчеты по модели Сингхала 1997, ZGB – расчеты по модели Зварта-Гербера-Беламри, Sing97 mesh fine – расчеты на подробной сетке.

Глава 4 посвящена моделированию нестационарных кавитационных течений в гидротурбинах в режимах частичной и полной (а также максимальной) нагрузки на универсальной характеристике (рисунок 7).



Рисунок 7 – Режимы частичной и полной нагрузки на универсальной характеристике.

В режимах неполной нагрузки $Q = 0.5 \div 0.85 Q_{opt}$ в конусе отсасывающей прецессирующий кавитационный трубы наблюдается вихревой ЖГУТ, вызывающий пульсации давления на стенках трубы. В режимах полной (а также максимальной) нагрузки $Q > 1.1 Q_{opt}$ в конусе отсасывающей трубы наблюдается «дышащая» кавитационная полость сигарообразной или бочкообразной формы. В ряде случаев стационарное течение в режимах полной нагрузки является экспериментах наблюдаются неустойчивым. В автоколебания объема кавитационной каверны. При этом пульсации давления распространяются назад по потоку, причем амплитуда пульсаций давления на входе в турбину, как правило, выше, чем в ОТ.

Для аккуратного моделирования таких явлений необходимо учитывать инерцию потока и конечность скорости распространения возмущений в напорном водоводе. Поэтому для моделирования течений в таких режимах предлагается гибридная постановка расчета «водовод-гидротурбина» (рисунок 8), в которой в области водовода решаются одномерные уравнения гидроакустики без учета трения, а в области гидротурбины решаются трехмерные уравнения движения смеси жидкость-пар с использованием метода из главы 1.



Рисунок 8 – Постановка задачи моделирования течения в водоводе и гидротурбине.

Одномерные уравнения гидроакустики без учёта трения имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{1}{gS_p} \frac{\partial Q}{\partial t} = 0; \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{a^2}{gS_p} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad x \in [0, l_p], \tag{28}$$

где t – время [c], x - координата вдоль проточного тракта [м], l_p – длинна водовода [м], Q(t,x) – расход жидкости [m^3/c], $m(t,x) = p/(\rho_L g) - z$ – пьезометрический напор [м], p(t,x) – давление, z(x) – высота точки x проточного тракта [м], g – ускорение свободного падения [m/c^2], S_p – площадь сечения трубы [m^2], a – скорость распространения возмущений давления [m/c], ρ_L – плотность жидкости [$\kappa r/m^3$]. Уравнения (28) решаются по неявной конечно-разностной схеме первого порядка.

На каждом шаге по псевдовремени решаются уравнения (16), затем производится передача параметров из выходного сечения водовода во входное сечение направляющего аппарата. А именно, расход Q, полученный на выходе из водовода, и угол потока δ_{sp} =const подаются на вход в НА. Решаются уравнения движения в гидротурбине. Давление из входного сечения НА $p_{WG,in}$ передаётся на выходное сечение водовода $p_{p,out}$, с учетом потерь энергии в спиральной камере Δh_{sp} :

$$\frac{p_{p,out}}{\rho_L g} = \frac{p_{WG,in}}{\rho_L g} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\sin^2 \delta_{sp} \cdot S_{WG,in}^2} - \frac{1}{S_p^2} \right) + \Delta h_{sp} , \qquad (29)$$

где *S_{WG,in}* – площадь входного сечения НА.

В §4.3 проведено моделирование течения в гидротурбине в режиме неполной нагрузки. Акцент сделан на сравнение результатов, получаемых по модели кавитационного течения и по модели течения несжимаемой жидкости. На рисунке 9 представлены пульсации давления, а также спектр пульсаций на стенке конуса ОТ. В целом в кавитационном и некавитационном расчете частоты пульсаций хорошо согласуются с экспериментом, однако амплитуды пульсаций в кавитационном расчете меньше, чем в эксперименте. При расчете на более подробной сетке (сгущенной в 1.5 раза по каждому направлению в ОТ) амплитуды пульсаций в кавитационном расчете возрастают примерно в 1.5 раза. На рисунке 10 представлено качественное сравнение кавитационной полости, полученной в кавитационном расчете с зарисовкой из эксперимента.







Рисунок 10 – Качественное сравнение вихревого жгута, полученного в кавитационном расчете (слева) с зарисовкой эксперимента (справа).

§4.4 посвящен моделированию автоколебательных процессов в проточном тракте, которые имеют место в режимах полной и максимальной нагрузки. Следует заметить, что в литературе для исследования таких процессов используются пока только одномерные подходы, изложенные кратко в п.4.4.1. В п.4.4.2 - п.4.4.5 изложены результаты трехмерного моделирования этих явлений.

Методические расчеты (п.4.4.3) проводились на примере двух модельных (лабораторных) гидротурбин РО5016м и РО833, отличающихся формой рабочего колеса. В расчетах наблюдается периодический нестационарный процесс, связанный с колебаниями кавитационной полости в ОТ. Полость образуется за рабочим колесом и локализована вблизи оси симметрии конуса ОТ. Пульсации полости вызывают пульсации давления в конусе ОТ, которые распространяются вверх по потоку, в частности доходят до направляющего аппарата и водовода. При этом амплитуда пульсаций давления в НА в несколько раз выше, чем в конусе ОТ. Отметим, что для двух гидротурбин в расчетах получены разные частоты и амплитуды пульсаций. Для PO5016м частота пульсаций составляет f=3.63Hz=0.315 f_n , для PO833 f=6.09Hz=0.528 f_n , где f_n – частота вращения PK. Для

РО5016м амплитуда пульсаций давления в НА составляет 5.4% от напора, в ОТ – 3.86% от напора. Для РО833 амплитуда пульсаций в НА - 5.3% от напора, в ОТ – 3% от напора.

В п.4.4.3 исследовано влияние модели кавитации на пульсации. Проведены расчеты по модели кавитации Сингхала 1997 и Зварта-Гербера-Беламри. Оказалось, что модель кавитации слабо влияет на амплитуду и частоту пульсаций.

Проведена проверка выполнения в расчетах закона сохранения массы. Закон сохранения массы выполняется с хорошей точностью, чего не наблюдалось при попытках других авторов смоделировать подобное явление с использованием ANSYS CFX.

В п.4.4.4 – 4.4.5 представлены результаты трехмерного моделирования пульсаций для натурных гидротурбин РО5016м и РО833. Проточный тракт натурных гидротурбин геометрически подобен проточному тракту модельных гидротурбин, однако течения в натурных и модельных гидротурбинах не подобны по числам Re и Fr. В расчетах течений в натурных гидротурбинах получены результаты аналогичные модельным. А именно, в проточном тракте образовались колебания давления, распространяющиеся по всему проточному тракту. При этом в водоводе колебания «стихают», а на входе в водовод пульсации практически отсутствуют. Частота пульсаций для РО5016м $f=0.862\Gamma$ ц= $0.362f_n$, для РО833 - $f=1.115\Gamma$ ц= $0.468f_n$. Амплитуда пульсации в НА для РО5016м – 4.5%, для РО833 – 6% от напора.

На рисунке 11 приведен характерный пример пульсаций давления и кавитационной полости в ОТ для натурной турбины РО5016м. Пульсации давления на входе в НА, на стенке конуса ОТ, а также объема кавитационной полости в ОТ происходят с одной частотой.

Исследована гидродинамика течения в водоводе. Амплитуда пульсаций давления на входе в водовод низкая, однако она возрастает вдоль длинны водовода. Наибольшая амплитуда пульсаций наблюдается на входе в направляющий аппарат. Что касается пульсаций расхода, то расход почти не меняется вдоль длинны водовода.

Исследовано влияние числа кавитации σ и расхода жидкости Q на пульсации. Чем больше σ , тем частота пульсаций больше. Чем больше расход Q, тем частота пульсаций меньше (рисунок 12). Данные результаты согласуются с обобщением экспериментальных данных¹.

Для натурной турбины PO833 имеются экспериментальные данные – частоты и амплитуды пульсаций давления. Проведено сравнение с этими данными. Численный метод удовлетворительно согласуется с экспериментом (рисунок 12, 13).

¹ Doerfler, P.K. Francis full-load surge mechanism identified by unsteady 2-phase CFD / P.K. Doerfler, M. Keller, O. Braun // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems. – Timisoara, Romania, 2010. – 10 p.



Рисунок 11 – Натурная турбина РО5016м. σ =0.08. Пульсации давления на входе в НА (сверху), на стенке конуса ОТ (по центру), объем кавитационной полости V_c в ОТ (снизу).



Рисунок 12 – Сверху – зависимость частоты пульсаций *f* от σ. Снизу - *f* от расхода Q. ■ – расчет, ▲ - эксперимент.



Рисунок 13 – Сравнение амплитуд пульсации ∆р/Н в НА и ОТ с экспериментом: • – расчет, ■ – эксперимент, Н – напор, Q – расход.

В целом разработанный в главах 1 и 4 численный метод представляется перспективным инструментом для изучения пульсационных процессов в проточном тракте гидроэлектростанций, связанных с кавитацией. Метод лишен недостатков присущих одномерным подходам для описания подобных явлений. Предполагается применение этого метода на этапе проектирования гидротурбины для прогнозирования резонансных явлений и области устойчивой работы ГЭС.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Публикации автора по теме диссертации

1. Панов, Л.В. Численные алгоритмы моделирования кавитационных течений вязкой жидкости / Л.В. Панов, Д.В. Чирков, С.Г. Чёрный // Вычислительные технологии. – 2011. – Т. 16, № 4. – С. 96–113.

2. Панов, Л.В. Численное моделирование стационарных кавитационных течений вязкой жидкости в гидротурбине Френсиса / Л.В. Панов, Д.В. Чирков, С.Г. Черный, И.М. Пылев, А.А. Сотников // Теплофизика и аэромеханика. – 2012. – Т. 19, № 4. – С. 461-473.

3. Панов, Л.В. Численное моделирование продольных пульсаций в проточном тракте гидротурбины на основе трехмерной модели кавитационного течения / Л.В. Панов, Д.В. Чирков, С.Г. Черный, И.М. Пылев // Теплофизика и аэромеханика. – 2014. – Т.21, № 1. – С. 33-45.

4. Панов, Л.В. Численное моделирование стационарных кавитационных течений в проточном тракте гидротурбины / Л.В. Панов, Д.В. Чирков // Труды международной конференции «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика», посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко. – Новосибирск, 2011. – 6 с.

5. Панов, Л.В. Численное моделирование стационарных кавитационных течений вязкой жидкости в радиально-осевой гидротурбине / Л.В. Панов, Д.В. Чирков // Труды XII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. – Новосибирск, 2011. – 13 с.

6. Chirkov, D. CFD simulation of pressure and discharge surge in Francis turbine at off-design conditions / D. Chirkov, A. Avdyushenko, L. Panov, D. Bannikov, S. Cherny, V. Skorospelov, I. Pylev // Proc. of 26th IAHR Symposium on hydraulic machinery and systems. — Beijing, China, 2012. – 8 p.

7. Панов, Л.В. Численное моделирование кавитационных течений в гидротурбине в режимах частичной и полной загрузки / Л.В. Панов, Д.В. Чирков // Труды XIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. – Новосибирск, 2012. – 7 с.

8. Панов, Л.В. Численное моделирование пульсационных процессов в проточном тракте гидротурбины на основе трехмерной модели кавитационного течения / Л.В. Панов, Д.В. Чирков, С.Г. Черный, И.М. Пылев // Труды XIII Всероссийского семинара «Динамика многофазных сред». – Новосибирск, 2013. – С. 117-120.

9. Черный С.Г. Программа расчета течений воды или кавитационной смеси воды с паром в проточных частях различных типов гидротурбин в циклической постановке CADRUN/2013 / Чирков Д.В., Лапин В.Н., Панов Л.В., Скороспелов В.А., Авдюшенко А.Ю. // Свид. о гос. рег. прогр. для ЭВМ. Рег. №2013611576. Роспатент.

Панов Леонид Владимирович

Численное моделирование кавитационных течений вязкой жидкости в гидротурбинах.

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

Подписано в печать 01.12.2014 г. Печать цифровая.

Бумага офсетная. Формат 60х84/16. Усл. печ. л. 1.

Тираж 81 экз.