ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Сидельников Олег Сергеевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ОДНО- И МНОГОМОДОВЫХ ОПТОВОЛОКОННЫХ ЛИНИЯХ СВЯЗИ

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н.
Федорук Михаил Петрович

Новосибирск – 2017

Оглавление

Введение

Актуальность темы исследования.

Волоконно-оптические линии связи являются самыми эффективными линиями связи для передачи больших объёмов данных на большие расстояния с минимальными задержками, они лежат в основе всех современных сетей связи. Волоконно-оптические системы связи претерпели длительные и значительные улучшения в скорости передачи данных, протяженности и функциональности с момента их появления в 1960-х годах [1, 2]. В первые десятилетия скорость передачи данных была увеличена за счет использования физических технологий, к которым относятся волокна с малыми потерями, активные компоненты, работающие на окнах прозрачности, например, лазеры, модуляторы и легированные эрбием волоконные усилители (Erbium Doped Fiber Amplifier – EDFA) [3].

Более близкая к современности волна роста пропускной способности началась в 1993 году, когда началось широко применяться спектральное уплотнение каналов (Wavelength-Division Multiplexing – WDM). И в 1996 году, когда весь спектр был почти использован, были выполнены первые эксперименты со скоростью передачи данных в 1 Тбит/с [4]. С того времени и по сей день исследования направлены на повышение спектральной эффективности (Spectral Efficiency – SE) оптических линий связи.

В современных дальнемагистральных системах, основанных на стандартном одномодовом волокне (Standard Single-Mode Fiber – SSMF), задействуются все имеющиеся степени свободы – время, частота, фаза и поляризация, которые могут быть использованы для модуляции и уплотнения сигналов. При временном мультиплексировании (Time-Division Multiplexing – TDM) несколько сигналов или битовых потоков передаются одновременно как подканалы в одном коммуникационном канале [5]. Передача данных в таком канале разделена на временные интервалы (таймслоты) фиксированной длины, отдельные для каждого канала. Квадратурная амплитудная модуляция (Quadrature Amplitude

Modulation – QAM) в простейшей форме представляет собой сумму двух несущих колебаний одной частоты, но сдвинутых по фазе относительно друг друга на 90°, каждое из которых модулировано по амплитуде своим модулирующим сигналом [6]. Генерирование более сложных QAM-созвездий может быть использовано для повышения производительности формата модуляции, например, итеративная полярная модуляция (Iterative Polar Modulation – IPM), которая позволила добиться спектральной эффективности в лабораторных условиях [7] в 11.15 бит/с/Гц. Спектральное уплотнение каналов – технология, позволяющая одновременно передавать несколько информационных каналов по одному оптическому волокну на разных несущих частотах [8]. Коммерческие системы WDM, введённые в 2010 году, работают с каналами 100 Гбит/с с частотным разнесением 50 ГГц и спектральной эффективностью 2.0 бит/с/Гц и позволяют добиться скорости передачи данных в 10 Тбит/с [9]. В настоящее время идут разработки WDM-систем, работающих с каналами со скоростью свыше 1 Тбит/с [10]. Технология поляризационного разделения каналов (Polarization-Division Multiplexing – PDM) использует для одновременной передачи двух независимых информационных потоков две ортогональные поляризации электромагнитной волны, что позволяет удвоить пропускную способность [11]. Использование корреляции между символами в двух поляризациях позволяет разрабатывать четырёхмерные форматы модуляции, которые могут оптимизировать производительность передачи за счет спектральной эффективности [12].

Нынешний рекорд скорости для SSMF в 101.7 Тбит/с достигнут со спектральной эффективностью 11 бит/с/Гц [13] с использованием когерентного детектирования, автономной обработки и формата модуляции 128-QAM. Соотношение “сигнал-шум” в данном эксперименте, в сочетании с ухудшениями, связанными с оптической нелинейностью волокна, сделали возможной передачу только на три относительно коротких пролёта с рамановским усилением. Что же касается передачи на большое расстояние, недавние эксперименты показали, что, используя современную цифровую обработку сигналов в сочетании с низким уровнем нелинейности волокна, данные со скоростью 400 Гбит/с на канал могут быть переданы более чем на 3000 км с разнесением каналов 50 ГГц [14], и на 12000 км с разнесением каналов 100 ГГц [15].

Однако системы связи, использующие SSMF, ввиду различных ограничений уже приближаются к своему пределу пропускной способности. Наиболее значимым ограничением, выступающим на пути дальнейшего развития описанных систем, является технологическое препятствие по обеспечению высокой скорости работы устройств, задействованных в столь высокоскоростных системах. С физической же точки зрения все эти системы принципиально ограничены только шумом оптического усилителя и волоконной нелинейностью [16]. Технические параметры для дальнейшего повышения потенциала систем SSMF ограничены, и дальнейшие нововведения в таких системах, скорее всего, будут направлены на снижение затрат, простоту развертывания и гибкость управления.

Развитие систем с использованием пространственного разделения каналов (Spatial Division Multiplexing – SDM) в волокнах [17] рассматривается в настоящее время в качестве перспективного технологического пути для дальнейшего увеличения пропускной способности оптических сетей. Развивающиеся системы SDM требуют разработки волокон, которые поддерживают распространение в нескольких пространственных модах или ядрах. К этим волокнам можно отнести маломодовые волокна (Few-Mode Fiber – FMF), многомодовые волокна (Multi-Mode Fiber – MMF), многосердцевинные волокна (Multi-Core Fiber – MCF) с различным количеством ядер, гибрид MCF и MMF и особый тип фотонно-кристаллических оптических волокон, то есть волокна с полым ядром (Hollow-Core Fiber – HCF) [18]. На сегодняшний день для систем передачи данных, основанных на технологии SDM, уже поставлены рекорды скорости, значительно превосходящие максимальную скорость, полученную для SSMF [19, 20].

За счет ряда преимуществ (цена по сравнению с MCF и HCF, удобство при монтаже, интегрируемость в большинство существующих систем передачи данных) многомодовые системы связи в настоящее время являются наиболее перспективным направлением для увеличения пропускной способности оптических сетей. Многомодовые волокна изготавливаются из одного ядра достаточно большого диаметра для поддержки более чем одной пространственной моды. Количество пространственных мод, поддерживаемых MMF, быстро растёт с диаметром ядра и может исчисляться сотнями.

Исследование систем передачи данных, основанных на многомодовых волокнах, началось совсем недавно, и большинство результатов получено в лабораторных условиях и не применимо для передачи данных на большие расстояния, потому что в этом случае возникают новые эффекты, влияющие на передаваемые сигналы, такие как линейная связь мод, дифференциальная групповая задержка и нелинейные межмодовые эффекты. В последнее время стали появляться работы, посвящённые использованию многомодовых волокон в реальных линиях связи [21–23]. Однако авторы данных работ либо рассматривают распространение на слишком короткие дистанции, либо используют неполные модели, учитывающие лишь малое число эффектов. Поэтому в настоящее время являются актуальными исследования, посвящённые использованию многомодовых волокон в линиях связи в качестве способа увеличения пропускной способности.

Хотя технологии производства подобных волокон позволяют сегодня выпускать качественные образцы световодов, проведение экспериментальных исследований в этом направлении до сих пор остаётся затратным и не всегда возможным мероприятием. Математическое моделирование в настоящее время является мощным, а иногда и единственным возможным инструментом для исследования новых физических явлений и оптимизации сложных технологических объектов в той области параметров, в которой физический эксперимент невозможен в силу финансовых, временных или других ограничений. Однако современные численные исследования в области нелинейной оптики световодов требуют проведения большого числа сложных вычислительных расчётов, что является весьма ресурсозатратным процессом. В связи с этим, исследования и разработка эффективных численных методов и вычислительных технологий для математического моделирования современных телекоммуникационных систем на основе многомодовых оптических волокон является актуальной и значимой задачей.

Цели диссертационной работы: исследование влияния нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов в многомодовых линиях связи в режимах сильной и слабой связи мод и разработка численных алгоритмов для решения уравнений распространения в многомодовых волокнах.

Решаемые задачи:

1. Разработка численного алгоритма для решения уравнений распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах.

2. Разработка комплекса программ для моделирования многомодовых волоконно-оптических линий связи, ориентированного на вычисления на высокопроизводительных вычислительных комплексах.

3. Исследование влияния нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах со ступенчатым и градиентным профилем показателя преломления с “траншеей” в оболочке.

4. Сравнение качества передачи данных при распространении сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод.

5. Численное исследование особенностей искажения квадратурно-амплитудного оптического сигнала в нелинейном режиме.

6. Разработка схемы компенсации нелинейных искажений в приемнике системы связи, основанной на динамических нейронных сетях.

На защиту выносятся следующие положения, соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.18 — “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”:

Пункт 3: "Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий"

1. Компактная схема повышенного порядка точности для решения нелинейного уравнения Манакова с первой производной по времени, описывающего распространение сигналов в многомодовых волокнах, движущихся с различной групповой скоростью;

2. Схема обработки сигналов и компенсации нелинейных искажений, основанная на динамических нейронных сетях;

Пункт 4: "Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента"

1. Программный комплекс, предназначенный для нахождения пространственного распределения мод и вычисления констант распространения всех мод оптического волокна с произвольным профилем показателя преломления;

2. Программный комплекс для моделирования распространения оптических сигналов в системах передачи данных, основанных на многомодовых волокнах;

Пункт 5: "Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента"

1. Обеспечивающий наилучшее качество передачи данных режим связи мод, определённый с помощью математического моделирования;

2. Оценка улучшения качества передачи квадратурно-амплитудного сигнала при использовании методов адаптивной модуляции;

3. Определённые с помощью методов математического моделирования оптимальные параметры схемы компенсации нелинейных искажений, основанной на динамических нейронных сетях, необходимые для повышения качества передачи данных.

Научная новизна.

1. Разработана компактная схема повышенного порядка точности для решения нелинейного уравнения Манакова с первой производной по времени, описывающего распространение сигналов в многомодовых волокнах, движущихся с различной групповой скоростью.

2. На основе проведённого сравнения коэффициентов битовых ошибок при передаче сигнала по многомодовым волокнам в зависимости от режима связи показано превосходство случая слабой связи мод над случаем сильной связи.

3. Продемонстрировано существенное повышение качества передачи данных при использовании схемы адаптивной модуляции для передачи 16-QAM сигналов по оптическим линиям связи.

4. Применение впервые предложенной схемы обработки оптических сигналов и компенсации нелинейных искажений, основанной на динамических нейронных сетях, позволило повысить качество передачи данных и увеличить длину распространения.

Практическая значимость. Разработанные методы моделирования нелинейного распространения оптического сигнала в системах связи, основанных на многомодовых волокнах, а также реализующий их комплекс программ, могут быть применены для проектирования, анализа и оптимизации современных волоконно-оптических линий связи. Предложенная компактная схема повышенного порядка точности позволяет значительно сократить время расчётов при моделировании нелинейного распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах в промежуточных режимах связи мод.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении гранта РНФ 14-21-00110 “Моделирование сложных нелинейных лазерных и телекоммуникационных систем” (2014-2016 гг.), Гранта Министерства образования и науки РФ 14.B25.31.0003 “Физическая платформа нелинейных фотонных технологий и систем” (2013-2017 гг.), проекта ФЦП “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы” №14.578.21.0029 “Технология суперканалов в волоконных линиях связи” (2014-2016 гг.) и Гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских учёных “Моделирование и применение многомодовых волокон в задачах увеличения пропускной способности волоконно-оптических линий связи”, договор №14.W01.16.9240-МК (2016-2017 гг.).

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на следующих мероприятиях:

– Семинар Института вычислительных технологий СО РАН “Информационно-вычислительные технологии в задачах поддержки и принятия решений” (Новосибирск, 2015, 2016);

– V Всероссийская конференция по волоконной оптике “ВКВО-2015” (Пермь, 2015);

– XVI и XVII Всероссийские конференции по математическому моделированию и информационным технологиям (Красноярск, 2015; Новосибирск, 2016);

– 7-й Российский семинар по волоконным лазерам (Новосибирск, 2016);

– Международная конференция “Математические и информационные технологии, MIT-2016” (Сербия, Врнячка Баня и Черногория, Будва, 2016);

– II Международная научная конференция “Наука будущего” (Казань, 2016);

– Международная конференция “European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference, CLEO-2017” (Мюнхен, 2017).

Личный вклад автора. Представленное исследование является самостоятельной авторской работой. Личный вклад автора состоит в постановке, обсуждении и обосновании решаемых задач, а также в разработке, тестировании и реализации предложенных алгоритмов и компьютерных программ. Весь объём численных расчётов проводился автором лично. Кроме того, автор принимал активное участие в анализе и интерпретации полученных данных, оформлении публикаций в виде научных статей и докладов.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 12-ти работах, 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [24–28], 6 — в тезисах международных и всероссийских конференций [29–34], 1 — свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ (см. Приложение А).

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 125 страниц с 46 рисунками и 9 таблицами. Список литературы содержит 118 наименований.

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках настоящей диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **Главе 1** дано краткое введение в проблематику задачи, представлена основная терминология и описаны ключевые этапы развития волоконно-оптических линий связи. Приведены основные уравнения, описывающие нелинейное распространение оптических сигналов в одно- и многомодовых волокнах. Описаны эффекты, возникающие при таком распространении, и их влияние на оптические импульсы. Приведено краткое описание численных методов, использующихся для решения уравнений распространения. Далее представлено устройство многомодовых волоконно-оптических линий связи. Подробно описаны этапы формирования оптических сигналов на основе входной битовой последовательности в передатчике многомодовой линии связи. Приведено устройство оптического канала системы передачи данных. Далее представлена процедура обработки и детектирования сигналов в приёмнике линии связи. Кроме того, в главе описаны особенности исследования многомодовых оптических линий связи. Представлены два основных профиля показателя преломления оптического волокна, исследуемые в данной работе. Описаны некоторые особенности, возникающие при решении уравнений распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод.

В **Главе 2** представлены основные численные методы решения уравнений распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах. Описан наиболее распространённый метод решения уравнений волоконной оптики – метод расщепления по физическим процессам с использованием преобразования Фурье на линейном шаге. Показано, что при решении уравнений распространения сигналов в многомодовых волокнах в промежуточных режимах связи метод расщепления требует больших вычислительных затрат. Также предложена компактная схема повышенного порядка точности для решения уравнения Манакова с первой производной по времени, которая не обладает данным недостатком. Для рассмотренных методов проведены тестовые расчёты и подтвержден порядок точности схем. Кроме того, проведено сравнение времени расчётов компактной схемы повышенного порядка точности и метода расщепления по физическим процессам при решении уравнения распространения в промежуточных режимах связи и продемонстрировано, что компактная схема позволяет значительно сократить время вычислений при использовании большого числа мод.

В **Главе 3** представлены результаты численного исследования влияния нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах. Проведено сравнение режимов сильной и слабой связи мод при передаче сигналов по волокну со ступенчатым профилем показателя преломления и выявлено, что режим слабой связи обеспечивает лучшее качество передачи данных. Показано, что при передаче данных по многомодовому волокну сигнал, распространяющийся в моде с малым дисперсионным параметром больше подвержен нелинейным искажениям, что значительно ухудшает качество передачи данных. Также проведены исследования влияния нелинейных эффектов на распространение сигналов в многомодовых волокнах с градиентным профилем показателя преломления с "траншеей" в оболочке в режиме слабой связи мод. Продемонстрирован и обоснован рост параметра качества Q-фактор при увеличении числа задействованных мод в случае передачи сигнала по такому волокну. Показано ухудшение до некоторого предела качества передаваемого сигнала с ростом числа используемых мод за счет межмодовой нелинейности в случае, когда все моды движутся с одинаковой скоростью.

Главе 4 посвящена методам компенсации нелинейных искажений в волоконно-оптических линиях связи. Проведен анализ влияния нелинейных эффектов на статистику символьных ошибок при передаче 16-QAM сигналов по оптическим линиям связи. Реализована схема адаптивной модуляции в волоконно-оптических линиях связи, которая по текущему распределению ошибок изменяет вероятность попадания символов на каждый из кругов сигнального созвездия так, чтобы уменьшить число передаваемых ошибок. Продемонстрировано повышение качества передачи данных и дальности распространения сигналов при сохранении того же уровня ошибок в случае использования адаптивной схемы модуляции. Также предложена схема обработки оптических сигналов и компенсации нелинейных искажений в приемнике системы связи, основанная на динамических нейронных сетях. Для данной схемы определена зависимость длины задержки от количества пролётов системы связи. Продемонстрировано повышение качества передачи оптических сигналов по сравнению с другими методами компенсации нелинейных искажений в случае использования схемы обработки сигналов на основе динамических нейронных сетей. Показано уменьшение количества требуемых операций на один переданный бит при использовании для компенсации нелинейных искажений динамической нейронной сети по сравнению с методом обратного распространения сигнала при использовании 2 шагов в каждом пролёте.

В **заключении** приводятся основные результаты диссертационной работы.

Глава 1

Математическое моделирование многомодовых волоконно-оптических линий связи

На сегодняшний день волоконно-оптические линии связи (ВОЛС) являются самыми эффективными решениями для передачи больших объёмов данных на большие расстояния, они лежат в основе всех современных сетей связи. По современным меркам волоконная оптика имеет совсем недавнюю историю. Однако использование света для передачи информации началось ещё в давние времена. Так в Европе начиная с античности горящий костер или клубы дыма традиционно обозначали беду, тревогу или набег врагов. В Китае с помощью запуска фейерверков разных цветов можно было дать сигналы отрядам для наступления, отступления или перегруппировки. Даже в настоящее время с помощью дыма, который идет из трубы Сикстинской капеллы, объявляют об избрания очередного Папы Римского.

Использование света для передачи сообщений в современном понимании телекоммуникаций началось в начале 90-х годов XVIII века, когда русский изобретатель И.П. Кулибин и француз К. Шапп независимо друг от друга разработали оптический телеграф. Протяженность линий оптического телеграфа могла составлять несколько сотен километров, а использовался такой телеграф главным образом для передачи военных и правительственных сообщений.

Следующий этап развития оптической связи начался в 1880 году, когда Александр Белл запатентовал фотофон, в котором направленный свет использовался для передачи голоса. Действие прибора основано на свойстве селена изменять электропроводность под действием световых лучей, отражаемых от зеркала, вибрирующего под влиянием звука. Фотофон позволял передавать речевой сигнал на расстояние более 200 м, однако был сильно подвержен внешним помехам.

Следующим крупным событием, которое послужило началом развития волоконно-оптических линий связи, стало изобретение лазера во второй половине 20-го века [35]. В 1960 году Т. Мейманом был продемонстрирован первый прототип твердотельного лазера [36], а спустя два года был разработан первый полупроводниковый лазер [37]. Лазеры такого типа широко используются в линиях оптоволоконной связи. В 1966 году вышла работа, в которой было предложено использовать оптическое волокно для передачи сигнала [38]. Авторы данной работы обозначили минимальные требования к затуханию в оптоволокне – 20 дБ/км. Однако на тот момент технология получения чистого стекла не позволяла получить затухание менее 1000 дБ/км. В 1970 году сотрудники лаборатории Corning Glass Works получили первое волокно с затуханием менее 20 дБ/км [39]. А в 1972 году был достигнут уровень в 4 дБ/км. В настоящее время оптические волокна имеют уровень потерь в 0.2 дБ/км.

В 1977 году была запущена 2-км система со скоростью передачи информации 20 Мб/сек, связавшая наземную спутниковую станцию с центром управления [40]. Примерно с этого времени оптоволоконные линии связи становятся объектом активных исследований. И уже в 1990 году была продемонстрирована возможность передачи сигнала без регенерации со скоростью 2.5 Гб/сек на расстояние около 7500 км.

Дальнейшее развитие ВОЛС было обусловлено разработкой оптических волокон с нулевой или смещённой дисперсией, применением эрбиевых усилителей [41] и внедрением технологии спектрального уплотнения каналов [42]. С помощью когерентного детектирования, автономной обработки и формата модуляции 128-QAM был достигнут нынешний рекорд скорости в 101.7 Тбит/с при передаче сигналов по стандартному одномодовому волокну [13]. Однако дальнейшее увеличение пропускной способности таких систем затруднено ввиду различных ограничений, наиболее значимыми из которых являются шум оптических усилителей и волоконная нелинейность [16]. Таким образом дальнейшее развитие SSMF систем, скорее всего, будет направлено на снижение затрат, простоту развертывания и гибкость управления.

В настоящее время все более широкую популярность обретает технология пространственного уплотнения каналов, первое упоминание о которой было в работе [43]. Данная технология рассматривается в качестве перспективного пути для дальнейшего увеличения пропускной способности за счет одновременной передачи сигналов в разных модах или ядрах волокна [18]. В основе SDM систем могут лежать маломодовые волокна, многомодовые волокна, многосердцевинные волокна с различным количеством ядер, гибрид MCF и MMF и волокна с полым ядром. Большинство современных исследований посвящены многомодовым и многосердцевинным волокнам и гибридам таких волокон. С помощью MCF и гибридов MCF и MMF поставлены современные рекорды скорости, значительно превосходящие максимальную скорость, полученную для SSMF [44, 45]. Однако за счет цены по сравнению с MCF и HCF, удобства при монтаже и интегрируемости в большинство существующих систем передачи данных именно многомодовые системы связи в настоящее время являются наиболее перспективным направлением для увеличения пропускной способности оптических сетей. Многомодовые волокна изготавливаются из одного ядра достаточно большого диаметра для поддержки более чем одной пространственной моды. Количество пространственных мод, поддерживаемых MMF, быстро растёт с диаметром ядра и может исчисляться сотнями.

Данная глава носит обзорный характер и посвящена математическим моделям нелинейного распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах и устройству волоконно-оптических линий связи.

1.1. Теоретические основы моделирования волоконно-оптических систем связи

В данном разделе описываются основные модели нелинейного распространения сигналов в оптических волокнах и рассматриваются численные методы, используемые для решения уравнений распространения.

В общем случае распространение света в оптическом волокне описывается системой уравнений Максвелла. Однако, если представить электрическое поле в виде $E(x, y, z, t) = F(x, y)A(z, t)\exp(i\beta z)$, где $F(x, y)$ – распределение поля моды, $A(x, y)$ – медленная меняющаяся амплитуда и β_0 – постоянная распространения, то для задач телекоммуникаций система уравнений Максвелла может быть сведена к уравнению Шредингера [46]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = i\gamma|A|^2 A, \tag{1.1}$$

где z – пространственная переменная, t – временная переменная, β_2 – коэффициент дисперсии, γ – параметр нелинейности волокна. Представленное уравнение Шредингера описывает распространение импульсов шириной более 5 пс в одномодовом волокне. Для исследования распространения сверхкоротких импульсов длительностью менее 100 фс уравнение (1.1) следует модифицировать путём добавления членов, описывающих дисперсионные эффекты более высокого порядка.

Распределение поля моды в данном случае будет удовлетворять следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \left[\epsilon(\omega)k_0^2 - \beta^2\right] F = 0, \tag{1.2}$$

где $\epsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость, а k_0 – волновое число. С помощью данного уравнения находятся распределение поля моды и соответствующая ему постоянная распространения. Для одномодового световода $F(x, y)$ будет соответствовать фундаментальной моде.

Уравнение Шредингера хорошо описывает эффекты хроматической дисперсии (β_2) и нелинейности (γ). Параметр β_2 характеризует дисперсию групповых скоростей (ДГС) и может быть положительным или отрицательным в зависимости от длины волны λ. В области аномальной дисперсии (длина волны больше длины волны нулевой дисперсии) величина β_2 отрицательная, и в волоконном световоде могут распространяться оптические солитоны [47]. В общем же случае ДГС изменяет фазу в каждой спектральной компоненте импульса на величину, зависящую от частоты и длины распространения. Хотя такие изменения не влияют на спектр, они приводят к уширению импульса.

Нелинейная часть в уравнении Шредингера характеризует эффект фазовой самомодуляции (ФСМ), являющийся результатом зависимости показателя преломления от интенсивности синала. ФСМ обусловлена набегом фазы, которое оптическое поле приобретает при распространении в волоконном световоде. Кроме того, вследствие фазовой модуляции происходит спектральное уширение оптических импульсов. Совместное действие ДГС и ФСМ приводит к изменению формы импульса и формы спектра и может использоваться для сжатия импульсов или генерации солитонов.

Если уравнение (1.2) будет иметь несколько корней, то оптическое волокно будет являться многомодовым, и распространение сигналов в этом случае будет описываться уже другими уравнениями, которые также получаются из системы уравнений Максвелла. Полное электрическое поле в многомодовом волокне можно записать как сумму по M различным пространственным модам в частотной области [48]:

$$\tilde{E}(x,y,z,w) = \sum_{m}^{M} e^{i\beta_m(\omega)z} \tilde{A}_m(z,\omega) F_m(x,y)/\sqrt{(}N_m), \qquad (1.3)$$

где $\tilde{A}_m(z,\omega) = [\tilde{A}_{mx}(z,\omega), \tilde{A}_{my}(z,\omega)]^T$ является преобразованием Фурье медленно меняющейся огибающей поля во временной области m-ой моды. Данное выражение включает в себя медленно меняющиеся амплитуды обеих компонент поляризации пространственной моды m с пространственным распределением $F_m(x,y)$ и константой распространения $\beta_m(\omega)$. Константа нормализации N_m представляет мощность, переносимую m-ой модой, и может быть выражена как $N_m = \frac{1}{2}\epsilon_0 \bar{n}_{eff} c I_m$, где $I_m = \bar{n}_m/\bar{n}_{eff} \iint F_m^2(x,y)dxdy$, ϵ_0 – электрическая постоянная, $\bar{n}_{eff}$ – эффективный показатель преломления фундаментальной моды и $\bar{n}_m$ – эффективный показатель преломления m-ой моды.

В работе рассматривались два важных случая распространения сигналов в многомодовых волокнах, представляющие практический интерес, – режимы слабой и сильной связи мод. В режиме слабой связи связь между различными пространственными модами слаба по сравнению со связью между двумя поляризационными компонентами одной пространственной моды. В режиме сильной связи оба типа связи являются величинами одного порядка. На практике некоторые пространственные моды многомодового волокна могут быть слабо связаны, в то время как другие могут быть связаны более сильно.

В этом случае нелинейное распространение сигналов в многомодовых волокнах в режиме слабой связи мод описывается следующим уравнением Манакова [48]:

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} + \beta_{1p}\frac{\partial A_p}{\partial t} + i\frac{\beta_{2p}}{2}\frac{\partial^2 A_p}{\partial t^2} = i\gamma \left(f_{pppp}\frac{8}{9}|A_p|^2 + \sum_{m\neq p} f_{mmpp}\frac{4}{3}|A_m|^2 \right) A_p \tag{1.4}$$

где $A_p(z,t)$ – медленно меняющаяся огибающая во временной области p-ой моды, β_{1p} и β_{2p} – обратная групповая скорость и дисперсия групповой скорости p-ой пространственной моды, соответственно. $\gamma = \omega_0 n_2/cA_{eff}$ – нелинейный параметр волокна, где n_2 – коэффициент Керра стекла и A_{eff} – эффективная площадь фундаментальной моды при центральной частоте ω_0, f_{lmnp} – коэффициенты нелинейной связи между пространственными модами, которые имеют следующий вид:

$$f_{lmnp} = \frac{A_{eff}}{(I_l I_m I_n I_p)^{1/2}} \iint F_l F_m F_n F_p dxdy, \tag{1.5}$$

.

В случае сильной связи мод, уравнение распространения сигналов описывается следующим уравнением Манакова [48, 49]:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + \beta'\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + i\frac{\beta''}{2}\frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = i\gamma\kappa|\bar{A}|^2\bar{A}, \tag{1.6}$$

где

$$\kappa = \sum_{k\leq l}^{M} \frac{32}{2^{\delta_{kl}}}\frac{f_{kkll}}{6M(2M+1)}, \tag{1.7}$$

$\bar{A}$ – вектор медленных амплитуд мод, β' – средняя обратная групповая скорость и $\beta'' = trace(\mathcal{B}_2)/2M$ – средняя дисперсия групповой скорости.

Здесь в отличии от уравнения Шредингера в уравнениях также присутствуют члены, соответствующие обратной групповой скорости и фазовой кросс-модуляции (ФКМ). Параметр β_{1p} характеризует скорость, с которой распространяется огибающая импульса в моде p ($v_g = 1/\beta_{1p}$). ФКМ соответствует членам вида $|A_m|^2 A_p$ ($m \neq p$) в правой части уравнения и обусловлена нелинейным набегом фазы, наведённым оптическим полем, распространяющимся в другой моде.

Ещё одним эффектом, воздействующим на сигнал при распространении по оптическому волокну, являются потери, которые приводят к уменьшению мощности сигнала. Для учёта эффекта потерь в правую часть уравнений распространения (1.4) и (1.6) необходимо добавить член $-\alpha A_p$, где α – коэффициент оптических потерь.

Рассматриваемые уравнения распространения (1.4) и (1.6) являются нелинейными дифференциальными уравнениями с частными производными, которые в общем случае нельзя решить аналитически. Поэтому при решении телекоммуникационных задач применяются методы численного моделирования. Используемые для решения уравнений распространения численные методы можно разделить на два класса: псевдоспектральные методы и конечно-разностные схемы. В общем случае псевдоспектральные методы оказываются на порядок быстрее, чем разностные схемы, при той же точности счёта [50].

Наиболее распространённым методом решения уравнений распространения в оптических волокнах является метод расщепления по физическим процессам с использованием преобразования Фурье на линейном шаге (Split-Step Fourier Method, SSFM) [51, 52]. Данный метод прост в реализации, быстр и имеет высокую точность по временной переменной. Большая скорость счёта метода расщепления достигается благодаря использованию алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) [53]. Однако при решении задач математического моделирования линий связи необходимо использовать порядка $10^6 - 10^7$ точек по временной переменной, что приводит к большим затратам машинного времени. Решением данной проблемы может оказаться параллельная реализация численного метода, тем не менее, хорошо известно, что алгоритмы БПФ обладают низкой эффективностью распараллеливания. В то же время конечно-разностные методы легко допускают параллельную реализацию, хотя и уступают методу расщепления по физическим процессам в точности расчёта на фиксированной сетке по временной переменной.

Кроме того, в ряде телекоммуникационных задач нелинейный оператор в уравнении распространения может быть не диагональным. Такая ситуация возникает, например, при моделировании распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах в промежуточных режимах связи. При решении таких уравнений с помощью метода расщепления необходимо вычислять матричную экспоненту на каждом шаге по z, что является весьма трудозатратной операцией. При увеличении числа используемых мод сложность метода расщепления в данном случае будет расти как $O(M^3)$. Решением данной проблемы может также являться использование конечно-разностных методов, для которых сложность при увеличении числа мод будет расти как $O(M)$. Численные методы, используемые в настоящей работе для решения уравнений Манакова, более подробно рассматриваются в Главе 2.

1.2. Структурный состав программных решений для моделирования ВОЛС

На рисунке 1.1 схематически изображена система передачи данных, состоящая из передатчика, канала и приемника. Здесь Tx_i – передатчик для моды i, MUX и $DEMUX$ – мультиплексор и демультиплексор мод, соответственно, и Rx_i – приемник для моды i.

Передатчик формирует оптический сигнал на основе поступающей в него

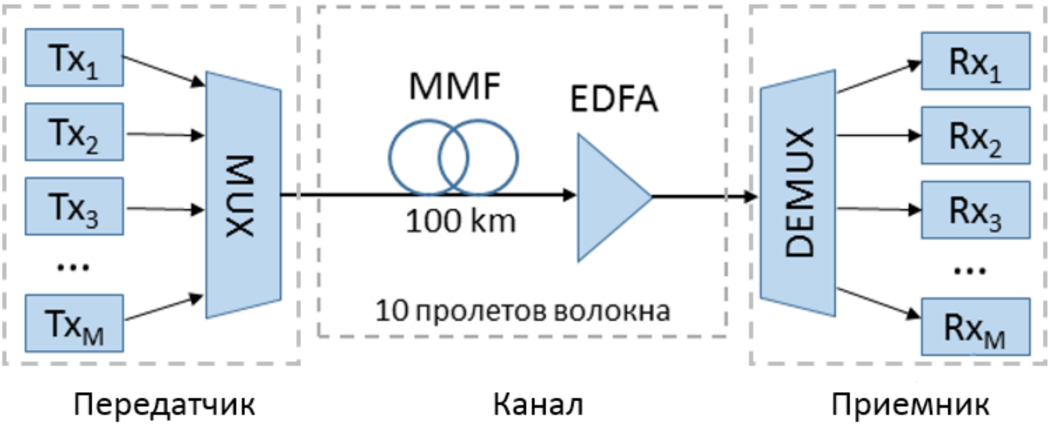


Рисунок 1.1 – Схема многомодовой системы передачи данных.

битовой последовательности, кодирующей некоторую информацию (текст, аудио, видео). Затем данный сигнал, поступает в канал, который состоит из нескольких пролётов многомодового волокна и усилителей, компенсирующих потери после каждого пролёта. Сигналы при прохождении по каналу искажаются под воздействием дисперсии и нелинейности, а затем приемник на основе принятых сигналов пытается предсказать информацию, которая была отправлена в передатчике. Рассмотрим подробнее каждый компонент системы передачи данных.

1.2.1. Передатчик

В передатчике формируется последовательность оптических импульсов на основе поступающей в него информации. Сперва последовательность битов, представляющая некоторую информацию, преобразуются в последовательность символов с использованием некоторого формата модуляции. Модуляция – это процесс преобразования одного или нескольких информационных параметров несущего сигнала в соответствии с мгновенными значениями информационного сигнала. Изменяемыми параметрами несущего сигнала для различных форматов модуляции могут быть фаза, амплитуда и частота сигнала [54]. Наиболее простым примером формата модуляции сигнала является бинарная амплитудная модуляция (On–Off Keying – OOK). Для данной модуляции единичному биту ставится в соответствие импульс ненулевой амплитуды, а нулевому – отсутствие импульса. В данной работе используется квадратурная амплитудная модуляция, в которой информация кодируется с помощью амплитуды и фазы сигнала.

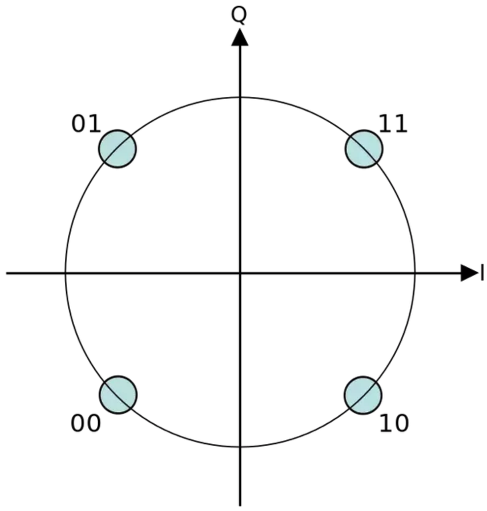


Рисунок 1.2 – Сигнальное созвездие формата модуляции QPSK.

Например, на рисунке 1.2 представлено сигнальное созвездие квадратурной фазовой манипуляции (Quadrature Phase Shift Keying – QPSK), при которой на один символ приходится два бита. Здесь последовательность битов “11” соответствует импульс единичной амплитуды с фазой $\pi/4$, паре битов “01” соответствует импульс с фазой $3\pi/4$, “00” – импульс с фазой $5\pi/4$, “10” – $7\pi/4$.

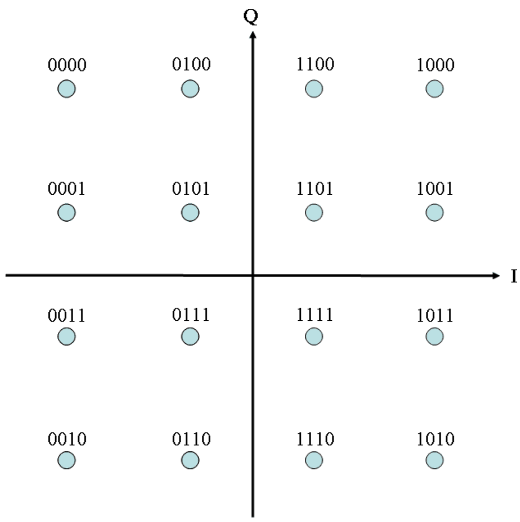


Рисунок 1.3 – Сигнальное созвездие формата модуляции 16-QAM.

Наиболее же часто, в том числе в данной работе, используется 16-позиционная квадратурная амплитудная модуляция (16-QAM), для которой на один символ уже приходится четыре бита. Сигнальное созвездие формата модуляции 16-QAM изображено на рисунке 1.3. В данном случае используется кодировка Грея, для которой две соседние точки сигнального созвездия различаются только в одном разряде [55]. Это позволяет при неверном детектировании символа минимизировать возникающие битовые ошибки.

Таким образом, в передатчике из некоторой последовательности битов “0100 0111 0001 1111” первым делом формируется последовательность символов формата модуляции “$-1+3j, -1-j, -3+j, 1-j$”, где j – мнимая единица.

Далее данная последовательность символов проходит через формообразующий фильтр для придания формы оптическим сигналам. Для проведения исследований использовался фильтр с характеристикой типа “приподнятого косинуса”. Импульсный отклик данного фильтра изображен на рисунке 1.4 и описывается формулой [56]:

$$h(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \frac{\cos\left(\frac{\pi \beta t}{T_s}\right)}{1 - \frac{4\beta^2 t^2}{T_s^2}}, \tag{1.8}$$

где β – коэффициент сглаживания, T_s – длительность символа.

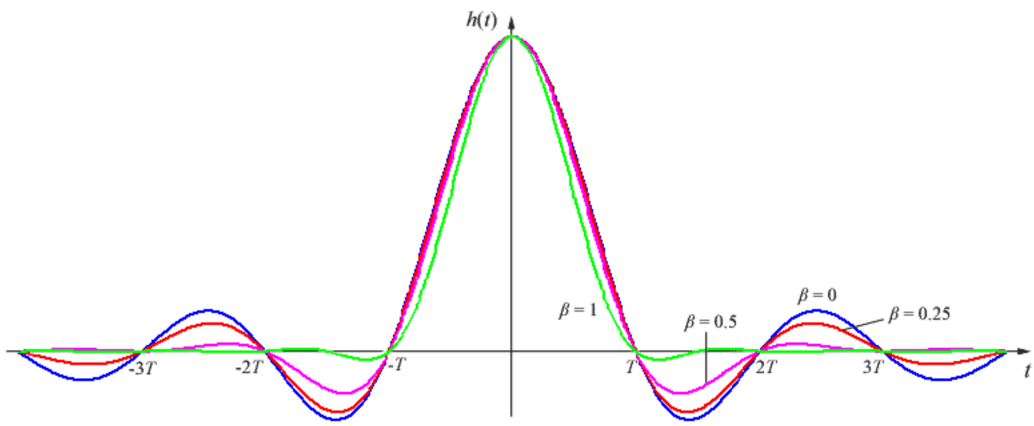
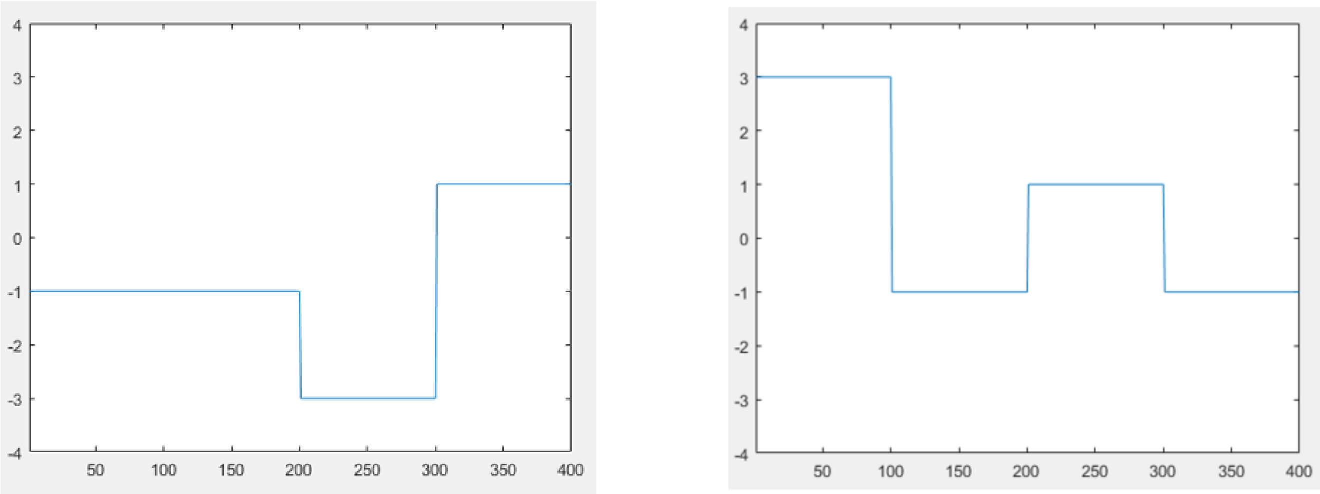


Рисунок 1.4 – Импульсный отклик фильтра с характеристикой типа “приподнятого косинуса”.

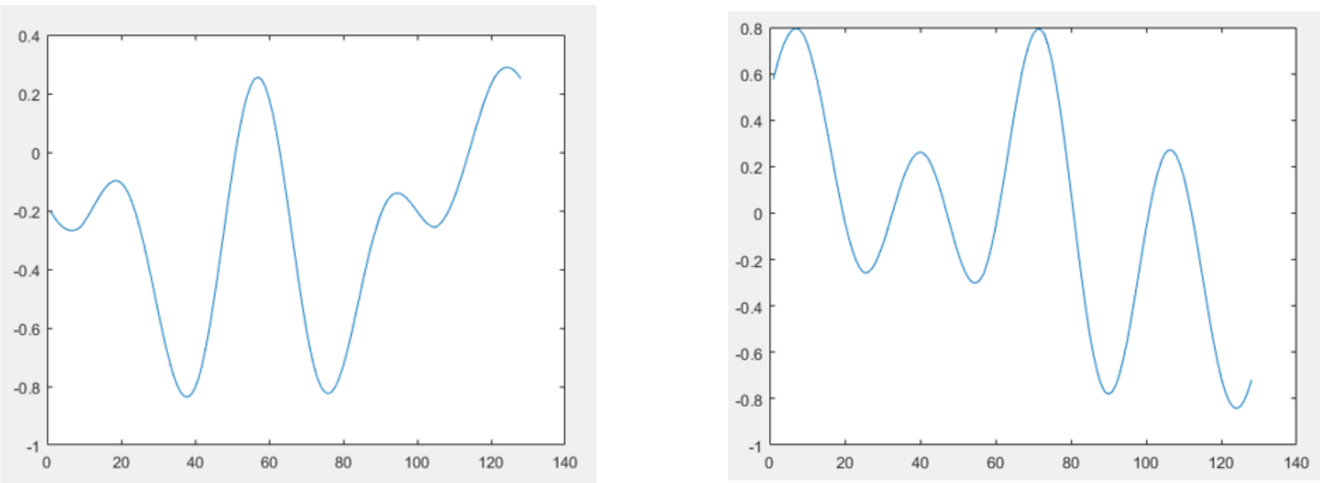
Фильтр с характеристикой типа “приподнятого косинуса” широко применяется в современных системах передачи данных благодаря возможности минимизировать межсимвольные искажения (Intersymbol Interference – ISI). Таким



(а) (б)

Рисунок 1.5 – Действительная (а) и мнимая (б) части последовательности символов перед формообразующим фильтром.

образом, последовательность 16-QAM символов, изображенная на рисунке 1.5, после прохождения через формообразующий фильтр преобразуется в последовательность импульсов, изображенную на рисунке 1.6. Здесь левые и правые рисунки соответствуют действительной и мнимой частям импульсов.



(а) (б)

Рисунок 1.6 – Действительная (а) и мнимая (б) части последовательности импульсов после формообразующего фильтра.

В обобщённом виде последовательность импульсов может быть представлена следующим образом:

$$A(t) = \sum_{n=1}^{N_s} c_n f(t - nT_s), \qquad (1.9)$$

где N_s – число передаваемых символов, c_n – коэффициент модуляции 16-QAM, $f(t)$ – форма импульса, задающаяся фильтром с характеристикой типа “приподнятого косинуса”.

Иногда в работе для формирования сигнала будет использоваться технология спектрального уплотнения канала. В данном случае несколько сигналов передаются через канал на разных несущих частотах ω_i. В таком случае результирующий сигнал, полученные в результате суммирования всех сигналов на разных длинах волн, может быть представлен в следующем виде:

$$A(t) = \sum_{m=1}^{N_{ch}} \sum_{n=1}^{N_s} c_n f(t - nT_s) e^{j\omega_m t}, \qquad (1.10)$$

где N_{ch} – количество частотных каналов, а экспонента отвечает за перевод сигнала на его несущую частоту.

Затем для полученного сигнала задаётся средняя мощность путём нормирования на единицу и умножения на $\sqrt{P_0}$, где P_0 – заданная мощность.

Далее сигналы формируются описанным образом в каждом из приемников для всех мод, затем объединяются с помощью мультиплексора и подаются на вход многомодового волокна.

1.2.2. Канал

Канал системы передачи данных состоит из нескольких пролётов многомодового волокна с усилителем после каждого пролёта.

Оптическое волокно представляет собой сердцевину из светопередающего материала, окруженного защитной оболочкой. В случае световодов со ступенчатым профилем показатель преломления сердцевины постоянен по сечению и немного превосходит показатель преломления оболочки. В случае же градиентного профиля показатель преломления сердцевины плавно уменьшается от её центра к границе. Это приводит к явлению рефракции в сердцевине, благодаря чему снижается влияние дисперсии на искажение оптического импульса. На рисунке 1.7 изображены поперечное сечение волокна и профили показателя преломления градиентного и ступенчатого волоконного световода.

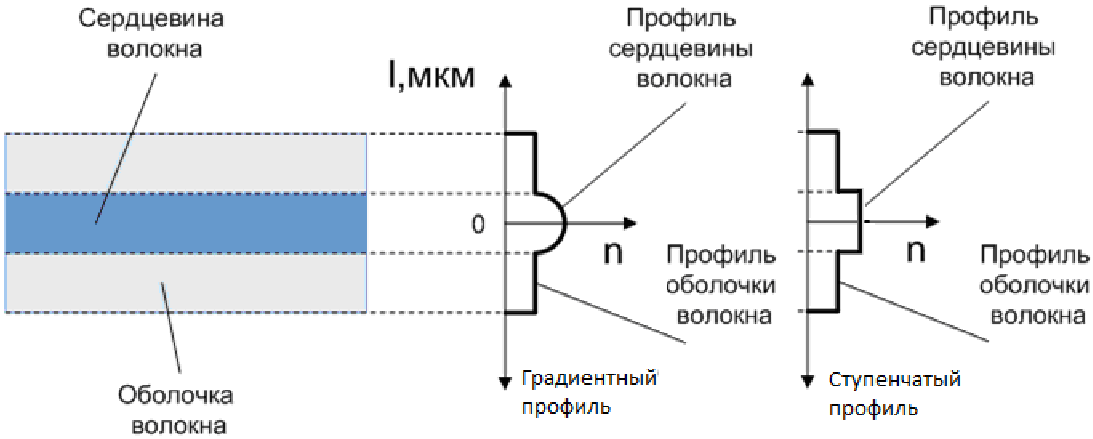


Рисунок 1.7 – Поперечное сечение волокна и профиль показателя преломления.

Оптическое волокно можно охарактеризовать двумя параметрами: относительной разностью показателей преломления сердцевины и оболочки:

$$\triangle = \frac{n_{co} - n_{cl}}{n_{co}} \tag{1.11}$$

и параметром V (нормированная частота):

$$V = k_0 a \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}. \tag{1.12}$$

Здесь n_{co} и n_{cl} – показатели преломления сердцевины и оболочки, соответственно, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, a – радиус сердцевины и λ – длина волны света. Параметр V определяет количество мод, поддерживаемых волокном. С формальной точки зрения, мода – это устойчивое состояние электромагнитного поля внутри световода, одно из решений уравнений Максвелла для заданной структуры. Условно моду можно определить как траекторию распространения света в оптическом волокне. Для $V < 2.405$ волокно поддерживает только одну моду. Такие световоды называются одномодовыми. Многомодовые волноводы могут иметь параметр V намного больше, чем 2.405. Для больших значений V

число мод, поддерживаемых волокном, может быть приблизительно вычислено как [57]:

$$M \approx \frac{V^2}{2}. \tag{1.13}$$

Распространение оптических сигналов по многомодовому волокну описывается с помощью уравнений Манакова (1.4) и (1.6). Основными эффектами, воздействующими на сигнал при распространении по оптическому волокну, являются дисперсия, нелинейность и потери. Дисперсия приводит к уширению импульса при распространении, нелинейность проявляется в искажении спектра сигнала, а вследствие оптических потерь падает мощность сигнала.

Затухание сигнала вследствие потерь может в конечном счёте привести к тому, что в приемнике невозможно будет детектировать сигнал. Поэтому в оптический канал через равные промежутки добавляются усилители EDFA, которые полностью компенсируют все потери, возникшие за время распространения сигнала между усилителями. Однако помимо восстановления мощности сигнала такие усилители также вносят шумовую добавку. Модель шума в данном случае соответствует модели аддитивного белого гауссовского шума (Additive White Gaussian Noise – AWGN), которая согласно многим исследованиям хорошо описывает генерацию шума в натурных экспериментах [16, 58]. Спектральная плотность мощности шума описывается следующим уравнением:

$$N_{ASE} = \left(e^{\alpha L_s} - 1\right) h_p v_s n_{sp}, \tag{1.14}$$

где L_s – длина пролёта, h_p – постоянная Планка, v_s – оптическая частота сигнала, n_{sp} – фактор спонтанной эмиссии [59].

Таким образом, после восстановления мощности оптического сигнала в усилителе к нему добавляется белый гауссовский шум, которой представляет собой случайную величину с нулевым средним и дисперсией σ^2. Для AWGN дисперсия шума σ связана со спектральной плотностью мощности шума следующим образом:

$$\sigma = \frac{N_{ASE}}{2} q R_s, \tag{1.15}$$

где q – количество отсчётов на символ, R_s – символьная скорость сигнала.

1.2.3. Приёмник

После распространения по оптическому каналу сигналы проходят через демультиплексор, который выделяет сигнал каждой конкретной моды и отправляет его в соответствующий данной моде приёмник Rx_i. В каждом таком приёмнике на основе поступающих оптических сигналов формируется выходная битовая последовательность, которая затем сравнивается с входной последовательностью.

Схема приёмника для одной моды представлена на рисунке 1.8 и состоит из полосового фильтра (Band-Pass Filter – BPF), блока компенсации хроматической дисперсии (Chromatic Dispersion – CD), схемы компенсации нелинейных эффектов (Nonlinear Equalization – NLE), блока демодуляции и вычисления коэффициента битовых ошибок (Bit-Error Rate – BER).

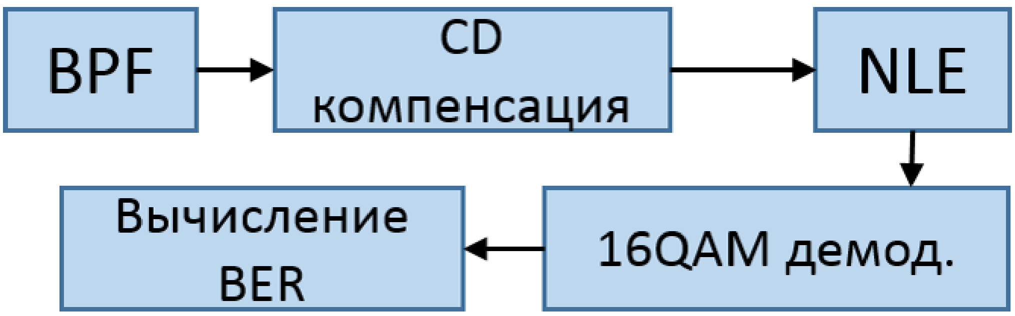


Рисунок 1.8 – Схема приёмника.

Сперва поступивший в приёмник сигнал проходит через полосовой фильтр, который используется для очистки сигналов от шумов [60]. Такой фильтр пропускает только частоты, в которых расположен спектр принятого сигнала, а остальные частоты, содержащие только шум, обрезает. Как правило ширина полосового фильтра берется равной или немного большей, чем ширина полосы, занимаемой передаваемым сигналом.

Далее сигнал поступает в блок компенсации хроматической дисперсии.

Компенсация проводится в частотной области и реализуется путём домножения спектра сигнала на $e^{-j\beta_2/2\omega^2 L}$, где ω – оптическая частота, L – полная длина распространения [61]. Показатель экспоненты соответствует хроматической дисперсии, накопленной при распространении сигнала по каналу.

Затем сигнал проходит через схему компенсации нелинейных эффектов. В основном для этих целей используют линейные схемы обработки сигнала, которые для компенсации нелинейных искажений выполняют линейные операции над принятыми сигналами. Такие схемы, как правило, лишь восстанавливают фазу принятого сигнала и плохо компенсируют сами нелинейные искажения, однако они требуют малых вычислительных затрат. К линейным схемам относятся алгоритмы по критерию наименьшего среднего квадрата (Least Mean Square – LMS) [62], алгоритм постоянного модуля (Constant Modulus Algorithm – CMA) [63] и различные схемы компенсации фазы сигнала [64, 65]. Для компенсации нелинейных эффектов в приёмнике также используются методы обратного распространения сигнала [66] и схемы, основанные на методах машинного обучения [67] и на использовании функционального ряда Вольтерра [68]. Однако такие схемы используются не так часто, как линейные, так как они либо требуют больших вычислительных затрат, либо ещё мало изучены.

Затем из символов, полученных на выходе из блока NLE, формируется последовательность битов с помощью процесса демодуляции. Для каждого символа находится ближайшая точка сигнального созвездия, которая в случае формата модуляции 16-QAM соответствует четырём битам. Данным образом формируется вся выходная битовая последовательность, которая в идеальном случае должна совпадать с входной последовательностью, поступившей в передатчик соответствующей моды. Однако в силу хроматической дисперсии, нелинейных эффектов и шумов оптические сигналы при распространении по каналу подвергаются сильным искажениям и восстановить их правильно в приёмнике не всегда оказывается возможным. Поэтому после прохождения через все блоки приёмника для сигнала вычисляется коэффициент битовых ошибок, который равен отношению числа битов, принятых с ошибкой, к общему числу переданных битов. С использованием современных методов коррекции ошибок для уровня $BER = 2 \cdot 10^{-2}$ можно добиться безошибочной передачи информации [69]. Коэффициент битовых ошибок является основным параметром, по которым сравниваются между собой различные системы передачи данных. Соответственно, чем он ниже, тем меньше возникает ошибок и тем лучше качество передачи данной линии связи.

1.3. Особенности исследования многомодовых оптических линий связи

В настоящее время для телекоммуникационных задач используются два основных вида многомодовых волокон: ступенчатые и градиентные волокна. Профиль показателя преломления ступенчатого волокна изображен на рисунке 1.9. Показатели преломления ядра и оболочки такого волокна постоянны вдоль сечения.

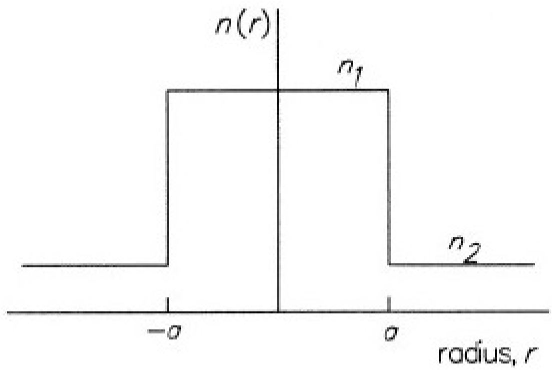


Рисунок 1.9 – Ступенчатый профиль показателя преломления.

Для ступенчатого волокна в ряде случаев значения дисперсионных параметров D некоторых пространственных мод могут оказаться значительно меньше, чем дисперсионные параметры остальных мод. В этом случае сигналы, распространяющиеся в таких модах, будут испытывает меньшее дисперсионное уширение и, следовательно, будут больше подвержены нелинейным искажениям. Передача информации по таким модам может значительно повысить количество ошибок в передаваемых данных.

В градиентных волокнах показатель преломления сердцевины плавно возрастает от края к центру. В современных линиях связи большой дальности широко применяется многомодовое волокно с градиентным профилем показателя преломления с "траншеей" в оболочке (Graded-Core with a Cladding Trench – GCCT). Профиль показателя преломления такого волокна представлен на рисунке 1.10 и аналитически описывается как

$$n(\rho) = \begin{cases} n(0)[1 - \Delta n_{co}(\rho/\omega_1)^{\alpha}_{gr}], & |\rho| < \omega_1 \\ n_{cl}, & \omega_1 < |\rho| < \omega_1 + \omega_2 \\ n_{tr}, & \omega_1 + \omega_2 < |\rho| < \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \\ n_{cl}, & |\rho| > \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \end{cases} \tag{1.16}$$

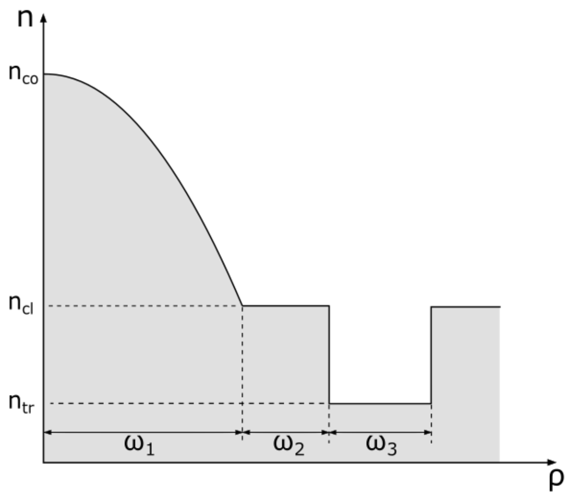


Рисунок 1.10 – Профиль показателя преломления волокна GCCT.

При передаче данных на большие расстояния по многомодовым волокнам в случае распространения сигналов в разных модах с различными скоростями и при наличии линейной связи между ними эквалайзеру для детектирования принятых символов требуется большой объем памяти, что значительно замедляет цифровую обработку сигналов. Использование GCCT волокон позволяет уменьшить разницу групповых скоростей всех мод и значительно уменьшить сложность обработки оптических сигналов [70, 71]. Кроме того, для такого типа волокна дисперсионные параметры всех мод будут, как правило, достаточно высоки и одного порядка, а значит в данном случае не будет возникать проблем, как в случае мод с малым дисперсионным параметром.

Как говорилось ранее, распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод описывается уравнениями Манакова (1.4) и (1.6). Следует отметить некоторые особенности, возникающие при решении уравнений распространения. Например, в режиме слабой связи мод сигналы в разных модах волокна распространяются с различными скоростями, то есть коэффициенты β_{1p} будут различными для разных мод. Это приводит к тому, что пики импульсов по ходу распространения движутся относительно друг друга и нелинейное взаимодействие между ними уменьшается. В режиме сильной связи мод параметр β' является скаляром, а значит моды будут двигаться с одной и той же скоростью, и нелинейное взаимодействие между ними будет оставаться высоким. Кроме того, в случае сильной связи мод перед второй производной по времени стоит усреднённая дисперсия групповой скорости β'', а значит в этом случае не будет происходить ухудшение качества передачи данных, вызванное малым дисперсионным параметром.

Что касается нелинейных эффектов, то в случае слабой связи при увеличении числа мод нелинейное воздействие на распространяющийся сигнал будет увеличиваться, так как будет расти сумма в правой части уравнения (1.4). В случае же сильной связи мод нелинейный параметр κ (1.7) в уравнении (1.6) будет уменьшаться с ростом числа мод, так как в знаменателе стоит член порядка M^2. Более подробно влияние нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод рассматривается в Главе 3.

Глава 2

Численные методы решения уравнений Манакова, описывающих нелинейное распространение сигналов в многомодовых волокнах

Как уже говорилось ранее, распространение оптических сигналов по многомодовым волокнам описывается с помощью уравнений Манакова. В частных случаях решения данных уравнений можно выписать аналитически. Например, при распространении сигналов по одномодовому волокну уравнения Манакова сводятся к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ), частным решением которого является фундаментальный солитон [46]. Кроме того, точное аналитическое решение имеют связанные нелинейные уравнения Шредингера для двух поляризационных компонент, которые также являются частным случаем уравнений Манакова [50]. Однако для передачи информации по каналу используется как правило большая последовательность сигналов, каждый из которых в общем случае может иметь произвольный набор параметров. Такая последовательность импульсов уже не будет являться точным решением уравнений Манакова и для неё не существует аналитической теории, описывающей нелинейное распространение в оптическом канале. Поэтому для решения такого рода задач широко применяются численные методы.

Большинство численных методов, используемых для решения нелинейного уравнения Шредингера, описывающего нелинейное распространение в одномодовом волокне, применимы также для численного решения уравнений Манакова. Поэтому для данных уравнений в первую очередь рассматривались численные методы решения НУШ. В работе [50] был проведен сравнительный анализ различных численных методов, использующихся для решения нелинейного уравнения Шредингера, и было показано, что метод расщепления по физическим процессам является оптимальным в плане быстроты счёта и точности по временной переменной.

Численные методы решения уравнений распространения рассматриваются на примере уравнения Манакова для режима слабой связи мод (1.4). Рассмотренные численные методы могут быть аналогичным образом распространены и на случай сильной связи мод. В качестве начальных данных для уравнений распространений берутся сигналы, сгенерированные в приемнике моды p.

2.1. Метод расщепления по физическим процессам с использованием преобразования Фурье на линейном шаге

Наиболее распространённым методом решения уравнений распространения в многомодовых волокнах является метод расщепления по физическим процессам с использованием преобразования Фурье на линейном шаге (SSFM) [48, 49, 72]. Данный метод прост в реализации, быстр и имеет высокую точность по временной переменной. Для использования метода SSFM удобно записать уравнение распространения в виде:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left(\hat{D} + \hat{N}\right) A, \tag{2.1}$$

$$\hat{D} = diag\left\{-\beta_{1p}\frac{\partial}{\partial t} - i\frac{\beta_{2p}}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right\},$$

$$\hat{N} = diag\left\{f_{pppp}\frac{8}{9}|A_p|^2 + \sum_{m\neq p} f_{mmpp}\frac{4}{3}|A_m|^2\right\},$$

где $A = [A_1, A_2, \cdots, A_M^T]$ – вектор медленных амплитуд мод, $\hat{D}$ – диагональный оператор, соответствующий дисперсионной части уравнения и $\hat{N}$ – диагональный оператор, учитывающий нелинейные эффекты распространения. Метод расщепления по физическим процессам основан на предположении, что при распространении оптического поля на малую длину h дисперсионные и нелинейные эффекты могут действовать независимо. Таким образом, распространение с z до $z+h$ происходит в два шага. На первом шаге действуют только нелинейные эффекты, а $\hat{D}=0$. На втором шаге действуют только дисперсионные эффекты и $\hat{N}=0$. Математически это можно описать так:

$$A(z+h,T) \approx \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})A(z,T). \tag{2.2}$$

Действие экспоненциального оператора $exp(h\hat{D})$ можно выполнить в Фурье-представлении, следуя формуле:

$$\exp(h\hat{D})B(z,T) = F_T^{-1}\exp\left[h\hat{D}(-i\omega)\right]F_T B(z,T), \tag{2.3}$$

где F_T обозначает оператор Фурье-преобразования, $\hat{D}(-i\omega)$ получается из $\hat{D}$ заменой дифференциального оператора $\frac{\partial}{\partial t}$ на $-i\omega$ и ω – частота в спектральном представлении. Метод расщепления по физическим процессам имеет первый порядок точности по шагу h.

Точность данного метода можно улучшить, применив другую процедуру прохождения оптическим импульсом одного шага с z до $z+h$. В данном случае уравнение (2.2) заменяется следующим уравнением:

$$A(z+h,T) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp\left(\int\limits_{z}^{z+h}\hat{N}(z')dz'\right)\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z,T). \tag{2.4}$$

Из-за симметричной формы экспоненциального оператора данный метод называется симметричным. Если шаг h достаточно мал, интеграл, соответствующий нелинейной части, можно приближенно записать как $exp(h\hat{N})$, так же, как в уравнении (2.2). Таким образом, получается симметричный метод расщепления по физическим процессам [46]:

$$A(z+h,T) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp(h\hat{N})\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z,T). \tag{2.5}$$

Эта схема имеет уже второй порядок точности по шагу h.

Метод расщепления позволяет решать все основные уравнения нелинейного распространения сигналов в оптических волокнах. Использование алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) на линейном шаге (2.3) делает решение уравнения относительно быстрым. Именно поэтому метод расщепления по физическим процессам обходит по времени счёта большинство разностных методов. Однако при решении задач математического моделирования многомодовых линий связи необходимо использовать порядка $10^6 - 10^7$ точек по временной переменной, что приводит к большим затратам машинного времени. Решением данной проблемы может оказаться параллельная реализация численного метода, тем не менее, хорошо известно, что алгоритмы БПФ обладают низкой эффективностью распараллеливания. В то же время конечно-разностные методы легко допускают параллельную реализацию, хотя и уступают методу расщепления по физическим процессам в точности расчёта на фиксированной сетке по временной переменной.

Следует также отметить, что с помощью метода расщепления по физическим процессам можно также решать уравнения распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах в промежуточных режимах связи, которое может иметь следующий вид [48]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_p}{\partial z} &= -\delta\beta_{1p}\frac{\partial A_p}{\partial t} - i\frac{\beta_{2p}}{2}\frac{\partial^2 A_p}{\partial t^2} + \\ &+ i\sum_{lmn} f_{lmnp}\frac{\gamma}{3}\left[\left(A_l^T R_l^T R_m A_m\right) R_p^H R_n^* A_n^* + 2\left(A_l^H R_l^H R_m A_m\right) R_p^H R_n A_n\right], \quad (2.6)\end{aligned}$$

где $R_m(z)$ – случайные унитарные матрицы, которые изменяются на каждом шаге вдоль всего волокна. Однако в данном случае нелинейный оператор $\hat{N}$ метода расщепления уже не будет диагональным. Одним из способов применения такого оператора является вычисление матричной экспоненты на каждом шаге по z, что является весьма трудозатратной операцией. При увеличении числа используемых мод сложность метода расщепления в данном случае будет расти как $O(M^3)$.

2.2. Компактная схема повышенного порядка точности для решения уравнения Манакова с первой производной по времени

Для преодоления трудностей с вычислением матричной экспоненты на каждом шаге и для увеличения эффективности распараллеливания имеет смысл для решения уравнений распространения в многомодовых волокнах использовать конечно-разностные схемы. Однако данные схемы будут уступать методу расщепления в точности расчёта по временной переменной. Для решения уравнения Манакова в режиме слабой связи (1.4) была разработана компактная схема повышенного порядка точности, вывод которой представлен в данном разделе.

Рассмотрим для начала скалярный случай, то есть уравнение Манакова для одной моды. Полученное в данном случае уравнение можно рассматривать как нелинейное уравнение Шредингера с первой производной по времени:

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = i\beta_1\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \gamma f, \qquad f = |A|^2 A, \tag{2.7}$$

где A – комплексная функция, зависящая от переменных z и t, i – мнимая единица, β_1, β_2, γ – вещественные постоянные.

Для нахождения компактной схемы повышенного порядка точности для данного уравнения воспользуемся методом неопределённых коэффициентов:

$$\frac{\partial A}{\partial z} \approx \frac{A_j^{n+1} - A_j^n}{h}, \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} \approx a_1 A_{j+1}^{n+1} + a_2 A_j^{n+1} + a_3 A_{j-1}^{n+1} + a_4 A_{j+1}^n + a_5 A_j^n + a_6 A_{j-1}^n, \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \approx b_1 A_{j+1}^{n+1} + b_2 A_j^{n+1} + b_3 A_{j-1}^{n+1} + b_4 A_{j+1}^n + b_5 A_j^n + b_6 A_{j-1}^n, \tag{2.10}$$

$$f \approx c_1 f_j^{n+1} + c_2 f_{j+1}^n + c_3 f_j^n + c_4 f_{j-1}^n, \tag{2.11}$$

где a_i, b_i, c_i – неизвестные комплексные постоянные.

Будем искать схему с порядком аппроксимации $O(h^2+\tau^4)$, где h и τ шаги по z и t, соответственно. Предположим, что члены a_i будут порядка $\frac{1}{\tau}$, а b_i порядка $\frac{1}{\tau^2}$, тогда для $\frac{\partial A}{\partial t}$ будем расписывать члены аппроксимации в ряд Тейлора до слагаемых порядка τ^4, h и $h\tau^2$, а для $\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$ до слагаемых порядка τ^5, h и $h\tau^3$. Таким образом, расписывая в ряд Тейлора члены, соответствующие первой производной по времени, имеем:

$$\frac{\partial A}{\partial t} \approx a_1 A_{j+1}^{n+1} + a_2 A_j^{n+1} + a_3 A_{j-1}^{n+1} + a_4 A_{j+1}^{n} + a_5 A_j^{n} + a_6 A_{j-1}^{n} =$$
$$= (a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6)A + (a_1-a_3+a_4-a_6)\tau A_t + (a_1+a_3+a_4+a_6)\frac{\tau^2}{2}A_{t^2} +$$
$$+ (a_1-a_3+a_4-a_6)\frac{\tau^3}{3!}A_{t^3} + (a_1+a_3+a_4+a_6)\frac{\tau^4}{4!}A_{t^4} + (a_1+a_2+a_3)hA_z +$$
$$+ (a_1-a_3)h\tau A_{z,t} + (a_1+a_3)h\frac{\tau^2}{2}A_{z,t^2}. \quad (2.12)$$

Отсюда получаем следующие соотношения на a_i:

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6 = 0, \quad (2.13)$$
$$a_1-a_3+a_4-a_6 = \frac{1}{\tau}, \quad (2.14)$$
$$a_1+a_2+a_3 = 0. \quad (2.15)$$

Теперь проделаем те же самые операции для второй производной по времени и функции f:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \approx b_1 A_{j+1}^{n+1} + b_2 A_j^{n+1} + b_3 A_{j-1}^{n+1} + b_4 A_{j+1}^{n} + b_5 A_j^{n} + b_6 A_{j-1}^{n} =$$
$$= (b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6)A + (b_1-b_3+b_4-b_6)\tau A_t +$$
$$+ (b_1+b_3+b_4+b_6)\frac{\tau^2}{2}A_{t^2} + (b_1-b_3+b_4-b_6)\frac{\tau^3}{3!}A_{t^3} +$$
$$+ (b_1+b_3+b_4+b_6)\frac{\tau^4}{4!}A_{t^4} + (b_1-b_3+b_4-b_6)\frac{\tau^5}{5!}A_{t^5} + (b_1+b_2+b_3)hA_z +$$
$$+ (b_1-b_3)h\tau A_{z,t} + (b_1+b_3)h\frac{\tau^2}{2}A_{z,t^2} + (b_1-b_3)h\frac{\tau^3}{3!}A_{z,t^3}. \quad (2.16)$$

$$f \approx c_1 f_j^{n+1} + c_2 f_{j+1}^{n} + c_3 f_j^{n} + c_4 f_{j-1}^{n} = (c_1+c_2+c_3+c_4)f +$$
$$+ (c_2-c_4)\tau f_t + (c_2+c_4)\frac{\tau^2}{2}f_{t^2} + (c_2-c_4)\frac{\tau^3}{3!}f_{t^3} + c_1 h f_z. \quad (2.17)$$

Отсюда получаем соотношения на b_i и c_i:

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = 0, \tag{2.18}$$

$$b_1 - b_3 + b_4 - b_6 = 0, \tag{2.19}$$

$$b_1 + b_3 + b_4 + b_6 = \frac{2}{\tau^2}, \tag{2.20}$$

$$b_1 + b_2 + b_3 = 0, \tag{2.21}$$

$$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 1. \tag{2.22}$$

Введем следующие обозначения:

$$a_1 + a_3 + a_4 + a_6 = q, \tag{2.23}$$

$$a_1 - a_3 = k, \tag{2.24}$$

$$a_1 + a_3 = l \tag{2.25}$$

$$b_1 + b_3 = u, \tag{2.26}$$

$$b_1 - b_3 = w, \tag{2.27}$$

$$c_2 - c_4 = p, \tag{2.28}$$

$$c_2 + c_4 = s. \tag{2.29}$$

Таким образом, из разностной схемы:

$$\begin{gathered} i\frac{A_j^{n+1} - A_j^n}{h} = i\beta_1 \left(a_1 A_{j+1}^{n+1} + a_2 A_j^{n+1} + a_3 A_{j-1}^{n+1} + a_4 A_{j+1}^n + a_5 A_j^n + a_6 A_{j-1}^n\right) + \\ + \frac{\beta_2}{2}\left(b_1 A_{j+1}^{n+1} + b_2 A_j^{n+1} + b_3 A_{j-1}^{n+1} + b_4 A_{j+1}^n + b_5 A_j^n + b_6 A_{j-1}^n\right) - \\ - \gamma\left(c_1 f_j^{n+1} + c_2 f_{j+1}^n + c_3 f_j^n + c_4 f_{j-1}^n\right) \end{gathered} \tag{2.30}$$

получаем следующее соотношение на неизвестные коэффициенты:

$$\begin{gathered} iA_z + i\frac{h}{2}A_{z^2} = i\beta_1\left(A_t + q\frac{\tau^2}{2}A_{t^2} + \frac{\tau^2}{6}A_{t^3} + q\frac{\tau^4}{24}A_{t^4} + kh\tau Az, t + lh\frac{\tau^2}{2}A_{z,t^2}\right) + \\ + \frac{\beta_2}{2}\left(A_{t^2} + \frac{\tau^2}{12}A_{t^4} + wh\tau A_{z,t} + uh\frac{\tau^2}{2}A_{z,t^2} + wh\frac{\tau^3}{6}A_{z,t^3}\right) - \\ - \gamma\left(f + p\tau f_t + s\frac{\tau^2}{2}f_{t^2} + p\frac{\tau^3}{6}f_{t^3} + c_1 h f_z\right) + O(h^2 + \tau^4). \end{gathered} \tag{2.31}$$

Воспользуемся исходным уравнением (2.7):

$$
\begin{aligned}
\frac{h}{2}\left(i\beta_1 A_{z,t} + q\frac{\beta_2}{2}A_{z,t^2} - \gamma f_z\right) = \\
= i\beta_1\left(q\frac{\tau^2}{2}A_{t^2} + \frac{\tau^2}{6}A_{t^3} + q\frac{\tau^4}{24}A_{t^4} + kh\tau Az,t + lh\frac{\tau^2}{2}A_{z,t^2}\right) + \\
+ \frac{\beta_2}{2}\left(\frac{\tau^2}{12}A_{t^4} + wh\tau A_{z,t} + uh\frac{\tau^2}{2}A_{z,t^2} + wh\frac{\tau^3}{6}A_{z,t^3}\right) - \\
- \gamma\left(p\tau f_t + s\frac{\tau^2}{2}f_{t^2} + p\frac{\tau^3}{6}f_{t^3} + c_1 h f_z\right) + O(h^2+\tau^4). \quad (2.32)
\end{aligned}
$$

Сгруппируем слагаемые и ещё раз воспользуемся исходным уравнением (2.7) для $A_{z,t}$ и для A_{z,t^2}:

$$A_{z,t} = \beta_1 A_{t^2} - i\frac{\beta_2}{2}A_{t^3} + i\gamma f_t, \quad (2.33)$$

$$A_{z,t^2} = \beta_1 A_{t^3} - i\frac{\beta_2}{2}A_{t^4} + i\gamma f_{t^2} \quad (2.34)$$

Получаем

$$
\begin{aligned}
i\beta_1 q\frac{\tau^2}{2}A_{t^2} + i\beta_1\frac{\tau^2}{6}A_{t^3} + \left(i\beta_1 q\frac{\tau^4}{24} + \frac{\beta_2}{2}\frac{\tau^2}{12}\right)A_{t^4} + \\
+ \left(i\beta_1 kh\tau + \frac{\beta_2}{2}wh\tau - \frac{h}{2}i\beta_1\right)\left(\beta_1 A_{t^2} - i\frac{\beta_2}{2}A_{t^3} + i\gamma f_t\right) + \\
+ \left(i\beta_1 lh\frac{\tau^2}{2} + \frac{\beta_2}{2}uh\frac{\tau^2}{2} - \frac{h}{2}\frac{\beta_2}{2}\right)\left(\beta_1 A_{t^3} - i\frac{\beta_2}{2}A_{t^4} + i\gamma f_{t^2}\right) + \\
+ \frac{\beta_2}{2}wh\frac{\tau^3}{6}A_{z,t^3} - \gamma\left(p\tau f_t + s\frac{\tau^2}{2}f_{t^2} + p\frac{\tau^3}{6}f_{t^3} + (c_1 - \frac{1}{2})hf_z\right) = 0. \quad (2.35)
\end{aligned}
$$

Из данного соотношения получаем систему уравнений для неизвестных коэффициентов:

$$c_1 = \frac{1}{2}, \quad (2.36)$$

$$iq\frac{\tau^2}{2} + i\beta_1 kh\tau + \frac{\beta_2}{2}wh\tau - \frac{h}{2}i\beta_1 = 0, \quad (2.37)$$

$$i\beta_1\frac{\tau^2}{6} + \beta_1\frac{\beta_2}{2}kh\tau - i\frac{\beta_2^2}{4}wh\tau - h\beta_1\frac{\beta_2}{2} + i\beta_1^2 lh\frac{\tau^2}{2} + \beta_1\frac{\beta_2}{2}uh\frac{\tau^2}{2} = 0, \quad (2.38)$$

$$i\beta_1 q\frac{\tau^4}{24} + \frac{\beta_2}{2}\frac{\tau^2}{12} + \beta_1\frac{\beta_2}{2}lh\frac{\tau^2}{2} - i\frac{\beta_2^2}{4}uh\frac{\tau^2}{2} + i\frac{h}{2}\frac{\beta_2^2}{4} = 0, \quad (2.39)$$

$$p\tau + \beta_1 kh\tau - i\frac{\beta_2}{2}wh\tau - \frac{h}{2}\beta_1 = 0, \tag{2.40}$$

$$s\frac{\tau^2}{2} + \beta_1 lh\frac{\tau^2}{2} - i\frac{\beta_2}{2}uh\frac{\tau^2}{2} + i\frac{h}{2}\frac{\beta_2}{2} = 0. \tag{2.41}$$

При решении получившейся системы можно заметить, что p и w являются величинами порядка τ и $\frac{1}{\tau}$, соответственно, а значит слагаемые $\frac{\beta_2}{2}wh\frac{\tau^3}{6}A_{z,t^3}$ и $\gamma p\frac{\tau^3}{6}f_{t^3}$ можно отнести к $O(h^2+\tau^4)$. Также из данной системы можно точно получить значение переменной q:

$$q = \frac{i\beta_1\beta_2}{\beta_2^2 - \beta_1^2\tau^2}. \tag{2.42}$$

Можно заметить, что q является величиной порядка 1, а значит в уравнении (2.31) слагаемое $i\beta_1 q\frac{\tau^4}{24}A_{t^4}$ можно также отнести к $O(h^2+\tau^4)$. Тогда уравнение (2.38) будет иметь следующий вид:

$$\frac{\beta_2}{2}\frac{\tau^2}{12} + \beta_1\frac{\beta_2}{2}lh\frac{\tau^2}{2} - i\frac{\beta_2^2}{4}uh\frac{\tau^2}{2} + i\frac{h}{2}\frac{\beta_2^2}{4} = 0 \tag{2.43}$$

Из получившейся системы можно найти новое значение q и выразить через него u, k, p, s:

$$q = i\frac{\beta_1}{3\beta_2}, \tag{2.44}$$

$$k = \frac{1}{2\tau} - \frac{q\tau}{2\beta_1 h} + i\frac{\beta_2 w}{2\beta_1}, \tag{2.45}$$

$$u = \frac{1}{\tau^2} - i\frac{1}{3\beta_2 h} - i\frac{2\beta_1 l}{\beta_2}, \tag{2.46}$$

$$p = \frac{q\tau}{2}, \tag{2.47}$$

$$s = \frac{1}{6}. \tag{2.48}$$

Положим $l = 0$ и $w = 0$ и найдем точные значения u, k, p, s:

$$q = i\frac{\beta_1}{3\beta_2}, \tag{2.49}$$

$$k = \frac{1}{2\tau} - i\frac{\tau}{6\beta_2 h}, \tag{2.50}$$

$$u = \frac{1}{\tau^2} - i\frac{1}{3\beta_2 h}, \qquad (2.51)$$

$$p = i\frac{\beta_1 \tau}{6\beta_2}, \qquad (2.52)$$

$$s = \frac{1}{6}. \qquad (2.53)$$

Таким образом, получаем компактную схему порядка точности $O(h^2+\tau^4)$:

$$i\frac{A^{n+1}-A^n}{h} = i\beta_1\left(T\left(\alpha_1 A^{n+1} + (1-\alpha_1)A^n\right) + \alpha_2 \Lambda A^n\right) + \\ + \frac{\beta_2}{2}\Lambda\left(\alpha_3 A^{n+1} + (1-\alpha_3)A^n\right) - \gamma\left(\frac{f^{n+1}-f^n}{2} + \alpha_2 T f^n + \alpha_4 \Lambda f^n\right), \quad (2.54)$$

где $\alpha_1 = k\tau$, $\alpha_2 = \frac{\tau^2 q}{2}$, $\alpha_3 = \frac{\tau^2 u}{2}$, $\alpha_4 = \frac{s\tau^2}{2}$, T – оператор центральной разности по времени, Λ – разностный оператор, аппроксимирующий вторую производную по времени.

Определим устойчивость однородного варианта полученной компактной схемы (2.54):

$$i\frac{A^{n+1}-A^n}{h} = i\beta_1\left(T\left(\alpha_1 A^{n+1} + (1-\alpha_1)A^n\right) + \alpha_2 \Lambda A^n\right) + \\ + \frac{\beta_2}{2}\Lambda\left(\alpha_3 A^{n+1} + (1-\alpha_3)A^n\right). \quad (2.55)$$

Для исследования устойчивости воспользуемся методом гармоник. Представим численное решение в виде $A_j^n = \lambda^n e^{ij\tau}$ и подставим в схему (2.54):

$$i\frac{\lambda-1}{h} = i\beta_1\left(\frac{\alpha_1}{2\tau}\lambda\cdot 2i\sin j\tau + \frac{1-\alpha_1}{2\tau}\cdot 2i\sin j\tau + \frac{\alpha_2}{\tau^2}\left(-4\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)\right) + \\ + \frac{\beta_2}{2}\left(\frac{\alpha_3}{\tau^2}\lambda\left(-4\sin^2\frac{j\tau}{2}\right) + \frac{1-\alpha_3}{\tau^2}\left(-4\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)\right), \quad (2.56)$$

Соберем все члены, содержащие λ:

$$\lambda\left(\frac{i}{h} + \beta_1\frac{\alpha_1}{\tau}\sin j\tau + 2\beta_2\frac{\alpha_3}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right) = \\ = \frac{i}{h} - \beta_1\frac{1-\alpha_1}{\tau}\sin j\tau - 4i\beta_1\frac{\alpha_2}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2} - 2\beta_2\frac{1-\alpha_3}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}. \quad (2.57)$$

Распишем α_i на действительные и мнимые части:

$$\alpha_1 = \alpha_{11} + i\alpha_{12}, \quad \alpha_2 = \alpha_{12} + i\alpha_{22}, \quad \alpha_3 = \alpha_{31} + i\alpha_{32}, \qquad (2.58)$$

где α_{ij} – действительные числа. Получаем:

$$\lambda\left(\frac{i}{h}+\beta_1\frac{\alpha_{11}}{\tau}\sin j\tau+i\beta_1\frac{\alpha_{12}}{\tau}\sin j\tau+2\beta_2\frac{\alpha_{31}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}+2i\beta_2\frac{\alpha_{32}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)=$$
$$=\frac{i}{h}-\beta_1\frac{1-\alpha_{11}}{\tau}\sin j\tau+i\beta_1\frac{\alpha_{12}}{\tau}\sin j\tau-4i\beta_1\frac{\alpha_{21}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}+$$
$$+4\beta_1\frac{\alpha_{22}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}-2\beta_2\frac{1-\alpha_{31}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}+2i\beta_2\frac{\alpha_{32}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}. \quad (2.59)$$

Найдем модуль λ:

$$|\lambda|^2=\frac{\left(-\beta_1\frac{1-\alpha_{11}}{\tau}\sin j\tau+4\beta_1\frac{\alpha_{22}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}-2\beta_2\frac{1-\alpha_{31}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2+}{\left(\beta_1\frac{\alpha_{11}}{\tau}\sin j\tau+2\beta_2\frac{\alpha_{31}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2+}\cdots$$
$$\cdots\frac{+\left(\frac{1}{h}+\beta_1\frac{\alpha_{12}}{\tau}\sin j\tau-4\beta_1\frac{\alpha_{21}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}+2\beta_2\frac{\alpha_{32}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2}{+\left(\frac{1}{h}+\beta_1\frac{\alpha_{12}}{\tau}\sin j\tau+2\beta_2\frac{\alpha_{32}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2} \quad (2.60)$$

Разностная схема устойчива, если $|\lambda|$ не превышает единицу, то есть, если

$$\left(-\beta_1\frac{1-\alpha_{11}}{\tau}\sin j\tau+4\beta_1\frac{\alpha_{22}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}-2\beta_2\frac{1-\alpha_{31}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2+$$
$$+\left(\frac{1}{h}+\beta_1\frac{\alpha_{12}}{\tau}\sin j\tau-4\beta_1\frac{\alpha_{21}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}+2\beta_2\frac{\alpha_{32}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2\le$$
$$\le\left(\beta_1\frac{\alpha_{11}}{\tau}\sin j\tau+2\beta_2\frac{\alpha_{31}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{h}+\beta_1\frac{\alpha_{12}}{\tau}\sin j\tau+2\beta_2\frac{\alpha_{32}}{\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\right)^2. \quad (2.61)$$

Раскроем квадраты и сгруппируем члены:

$$\sin^4\frac{j\tau}{2}\left(16\beta_1^2\frac{\alpha_{22}^2}{\tau^4}+4\beta_2^2\frac{1}{\tau^4}+16\beta_1\beta_2\frac{\alpha_{22}\alpha_{31}}{\tau^4}-8\beta_2^2\frac{\alpha_{31}}{\tau^4}-16\beta_1\beta_2\frac{\alpha_{22}}{\tau^4}+16\beta_1^2\frac{\alpha_{21}^2}{\tau^4}-\right.$$
$$\left.-16\beta_1\beta_2\frac{\alpha_{21}\alpha_{32}}{\tau^4}\right)+\sin j\tau\sin^2\frac{j\tau}{2}\left(-4\beta_1\beta_2\frac{\alpha_{31}}{\tau^3}+8\beta_1^2\frac{\alpha_{11}\alpha_{22}}{\tau^3}-4\beta_1\beta_2\frac{\alpha_{11}}{\tau^3}-8\beta_1^2\frac{\alpha_{22}}{\tau^3}+\right.$$
$$\left.+4\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3}-8\beta_1^2\frac{\alpha_{12}\alpha_{21}}{\tau^3}\right)+\sin^2 j\tau\left(\beta_1^2\frac{1}{\tau^2}-2\beta_1^2\frac{\alpha_{11}}{\tau^2}\right)-8\beta_1\frac{\alpha_{21}}{h\tau^2}\sin^2\frac{j\tau}{2}\le 0. \quad (2.62)$$

Выразим α_{ij} через решения получившейся системы уравнений (2.44)–(2.48) при условии, что $l = 0$ и $w = 0$:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2} - \frac{q_1\tau^2}{2\beta_1 h} \quad \alpha_{12} = -\frac{q_2\tau^2}{2\beta_1 h} \tag{2.63}$$

$$\alpha_{21} = \frac{q_1\tau^2}{2} \quad \alpha_{22} = \frac{q_2\tau^2}{2} \tag{2.64}$$

$$\alpha_{31} = \frac{1}{2} \quad \alpha_{32} = -\frac{\tau^2}{6\beta_2 h}. \tag{2.65}$$

Заметим, что $q_1 = 0$, тогда, подставив данные выражения в неравенство (2.62), получим:

$$\sin^2 j\tau \left(\beta_1^2\frac{1}{\tau^2} - \beta_1^2\frac{1}{\tau^2}\right) + \sin^4\frac{j\tau}{2}\left(4\beta_1^2 q_2^2 + 4\beta_2^2\frac{1}{\tau^4} + 4\beta_1\beta_2\frac{q_2}{\tau^2} - 4\beta_2^2\frac{1}{\tau^4} - 8\beta_1\beta_2\frac{q_2}{\tau^2}\right) + \\ + \sin j\tau\sin^2\frac{j\tau}{2}\left(-2\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3} + 2\beta_1^2\frac{q_2}{\tau} - 2\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3} - 4\beta_1^2\frac{q_2}{\tau} + 4\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3}\right) \le 0. \tag{2.66}$$

Отсюда получаем следующее неравенство:

$$\sin^4\frac{j\tau}{2}\left(4\beta_1^2 q_2^2 - 4\beta_1\beta_2\frac{q_2}{\tau^2}\right) + \sin j\tau\sin^2\frac{j\tau}{2}\left(-2\beta_1^2\frac{q_2}{\tau}\right) \le 0. \tag{2.67}$$

Однако данное неравенство будет выполнено не всегда, так как при $jt = 2\arctan\frac{\beta_1\tau}{\beta_1 q_2\tau^2\beta_2}$ данное выражение равно нулю и происходит смена знака, а значит полученная схема является неустойчивой. Чтобы получить устойчивую схему, предположим, что q имеет следующий вид:

$$q = i\frac{\beta_1}{3\beta_2} + q_1, \tag{2.68}$$

где q_1 некоторая действительная постоянная порядка h. Дополнительные слагаемые, появляющиеся в уравнении (2.31) при таком виде q, можно отнести к $O(h^2 + \tau^4)$, а значит порядок аппроксимации не уменьшится. В данном случае $q_1 \ne 0$ и неравенство (2.62) принимает следующий вид:

$$\sin^4\frac{j\tau}{2}\left(4\beta_1^2 q_2^2 + 4\beta_2^2\frac{1}{\tau^4} + 4\beta_1\beta_2\frac{q_2}{\tau^2} - 4\beta_2^2\frac{1}{\tau^4} - 8\beta_1\beta_2\frac{q_2}{\tau^2} + 4\beta_1^2 q_1^2 + \frac{4}{3}\beta_1\frac{q_1}{h}\right) + \\ + \sin j\tau\sin^2\frac{j\tau}{2}\left(-2\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3} + 2\beta_1^2\frac{q_2}{\tau} - 2\beta_1\frac{q_1 q_2\tau}{h} - 2\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3} + 2\beta_2\frac{q_1}{h\tau} - 4\beta_1^2\frac{q_2}{\tau} + \right. \\ \left. + 4\beta_1\beta_2\frac{1}{\tau^3} + 2\beta_1\frac{q_1 q_2\tau}{h}\right) + \sin^2 j\tau\left(\beta_1^2\frac{1}{\tau^2} - \beta_1^2\frac{1}{\tau^2} + \beta_1\frac{q_1}{h}\right) - 4\beta_1\frac{q_1}{h}\sin^2\frac{j\tau}{2} \le 0. \tag{2.69}$$

Сокращая, получаем следующее неравенство:

$$\sin^4 \frac{j\tau}{2} \left(4\beta_1^2 q_2^2 - 4\beta_1\beta_2 \frac{q_2}{\tau^2} + 4\beta_1^2 q_1^2 + \frac{4}{3}\beta_1 \frac{q_1}{h} \right) + \sin j\tau \sin^2 \frac{j\tau}{2} \left(-2\beta_1^2 \frac{q_2}{\tau} + \right.$$
$$\left. +2\beta_2 \frac{q_1}{h\tau} \right) + \beta_1 \frac{q_1}{h} \sin^2 j\tau - 4\beta_1 \frac{q_1}{h} \sin^2 \frac{j\tau}{2} \leq 0. \quad (2.70)$$

Потребуем, чтобы коэффициент перед $\sin j\tau \sin^2 \frac{j\tau}{2}$ был равен 0, то есть, чтобы $q_1 = \frac{\beta_1^3}{3\beta_2^2}h$. Заметим также, что

$$\beta_1 \frac{q_1}{h} \sin^2 j\tau - 4\beta_1 \frac{q_1}{h} \sin^2 \frac{j\tau}{2} = 4\beta_1 \frac{q_1}{h} \sin^2 \frac{j\tau}{2} \left(\cos^2 \frac{j\tau}{2} - 1 \right) \leq 0. \quad (2.71)$$

Следовательно, чтобы полученная компактная схема (2.54) была устойчивой, требуется, чтобы коэффициент при $\sin^4 \frac{j\tau}{2}$ был меньше или равен нулю:

$$4\beta_1^2 q_2^2 - 4\beta_1\beta_2 \frac{q_2}{\tau^2} + 4\beta_1^2 q_1^2 + \frac{4}{3}\beta_1 \frac{q_1}{h} = \frac{4\beta_1^3}{9\beta^2} - \frac{4\beta_1}{3\tau^2} + \frac{4\beta_1^7 h^2}{9\beta^4} + \frac{4\beta_1^3}{9\beta^2} \leq 0 \quad (2.72)$$

Таким образом, для устойчивости разностной схемы необходимо выполнение следующего условия:

$$2\tau^2 \beta_1^2 \beta_2^2 + \beta_1^6 h^2 \tau^2 \leq 3\beta_2^4, \quad (2.73)$$

которое для упрощения можно представить в следующем виде:

$$\tau \leq \left| \frac{\beta_2}{\beta_1} \right|, \quad h \leq \frac{|\beta_2|}{\beta_1^2}. \quad (2.74)$$

Таким образом, для решения уравнения Манакова в режиме слабой связи (1.4) предлагается использовать следующую компактную схему повышенного порядка аппроксимации $O(h^2 + \tau^4)$:

$$i\frac{A_p^{n+1} - A_p^n}{h} = i\beta_1 \left(T\left(\alpha_1 A_p^{n+1} + (1-\alpha_1) A_p^n \right) + \alpha_2 \Lambda A_p^n \right) + \quad (2.75)$$
$$+\frac{\beta_2}{2}\Lambda \left(\alpha_3 A_p^{n+1} + (1-\alpha_3) A_p^n \right) - \gamma \left(\frac{f^{n+1} + f^n}{2} + \alpha_2 T f^n + \alpha_4 \Lambda f^n \right),$$
$$f = \left(f_{pppp} \frac{8}{9} |A_p|^2 + \sum_{m \neq p} f_{mmpp} \frac{4}{3} |A_m|^2 \right) A_p,$$

где коэффициенты α_i имеют следующий вид:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} - \frac{\tau^2\beta_1^2}{6\beta_2^2} - i\frac{\tau^2}{6\beta_2 h}, \tag{2.76}$$

$$\alpha_2 = \frac{\tau^2\beta_1^3 h}{3\beta_2^2} + i\frac{\tau^2\beta_1}{6\beta_2}, \tag{2.77}$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2} - i\frac{\tau^2}{6\beta_2 h}, \tag{2.78}$$

$$\alpha_4 = \frac{\tau^2}{12}, \tag{2.79}$$

а для устойчивости данной схемы необходимо выполнение условия (2.73) или условия (2.74).

Следует отметить, что данные ограничения выполняются в большинстве практических задач для реальных волокон. Например, для следующих параметров задачи: $\beta_1 = 10$ пс/км, $\beta_2 = 26$ пс^2/км, $\tau = 1.9$ пс, $h = 0.1$ км, условия устойчивости (2.74) будут выполнена, и, следовательно, для решения данной задачи можно использовать компактную схему (2.75).

Так как данная схема имеет кубическую нелинейность на верхнем слое, необходимо использовать внутренние итерации по нелинейности. На каждом слое n по переменной z определяется последовательность приближений решений на $n+1$ слое: $v^0, v^1, \ldots, v^k, \ldots$. В качестве начального приближения используется решение, полученное по явной схеме. Тогда итерационный процесс для схемы (2.75) имеет следующий вид:

$$\left(iE - ih\beta_1\alpha_1 T - h\frac{\beta_2}{2}\alpha_3\Lambda\right)\frac{v_p^{k+1} - A_p^n}{h} - \left(i\beta_1 T + \frac{\beta_2}{2}\Lambda + i\beta_1\alpha_2\Lambda\right)A_p^n + \tag{2.80}$$

$$+\gamma\left(\frac{\tilde{f}^k + f^n}{2} + \alpha_2 T f^n + \frac{\tau^2}{12}\Lambda f^n\right) = 0,$$

$$\tilde{f}^k = \left(f_{pppp}\frac{8}{9}|v_p^k|^2 + \sum_{m\neq p} f_{mmpp}\frac{4}{3}|v_m^k|^2\right)v_p^k.$$

Предложенная схема обладает высокой эффективностью распараллеливания и в отличие от метода расщепления не требует вычисления матричной экспоненты при решении уравнения распространения в промежуточных режимах связи, хотя и уступает данному методу в точности расчёта на фиксированной сетке по временной переменной. Сложность компактной схемы при увеличении числа используемых мод будет расти как $O(M)$.

Следует также отметить, что в случае $\beta_1 = 0$ данная схема сводится к компактной разностной схеме повышенного порядка точности для нелинейного уравнения Шредингера [73]:

$$i\frac{A_p^{n+1} - A_p^n}{h} = \frac{\beta_2}{2}\Lambda\left(\alpha A_p^{n+1} + (1-\alpha)A_p^n\right) - \gamma\left(\frac{f^{n+1} + f^n}{2} + \frac{\tau^2}{12}\Lambda f^n\right), \qquad (2.81)$$

где $\alpha = \frac{1}{2} + ch - \frac{i}{3r}$, $r = 2\beta_2\frac{h}{\tau^2}$. При $c > 0$ данная компактная схема будет обладать сильной устойчивостью и иметь порядок точности $O(h^2 + \tau^4)$.

Схема (2.81) может быть обобщена на случай системы уравнений и использована для решения уравнения Манакова в режиме сильной связи мод (1.6), если в нём избавиться от члена с первой производной путём замены временной переменной $T = t - \beta' z$.

2.3. Результаты тестовых расчётов

Для рассмотренных выше методов проводились тестовые расчеты. Численные решения, полученные с помощью метода расщепления (2.5) и компактной схемы (2.75), сравнивались с точными решениями скалярного НУШ и связанного НУШ для двух поляризационных компонент. Ошибка численного решения вычислялась следующим образом: $\delta = \max|A_j^n - A(z_n, t_j)|$. Для каждой из рассмотренных схем также находились коэффициенты убывания ошибки при измельчении сетки – K.

2.3.1. Сравнение с точным решением при распространении одного солитона

Сначала представленные выше схемы рассматривались на решении нелинейного уравнения Шредингера, имеющего следующий вид [46]:

$$i\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = 0. \tag{2.82}$$

Тестовые расчёты выполнялись при следующих значениях параметров: $\beta_2 = -1$, $\gamma = 1$. Нелинейное уравнение Шредингера можно рассматривать как частный случай уравнения Манакова в режиме слабой связи мод (1.4) при распространении сигнала по одной моде и для $\beta_1 = 0$, поэтому для сравнения численного решения с точным использовались метод расщепления по физическим процессам (2.5) и компактная схема повышенного порядка точности (2.81).

Численные решения рассматриваемых схем сравнивались с точным решением нелинейного уравнения Шредингера, которое имеет вид фундаментального солитона:

$$A(z,t) = \exp\frac{iz}{2} sech(t). \tag{2.83}$$

Задача решалась в области $(0 \leq z \leq 10) \times (-20 \leq t \leq 20)$. Результаты расчётов представлены в Таблице 2.1. В первых двух столбцах таблицы представлены размеры сетки по переменным z и t соответственно. В третьем и четвертом столбах приведены ошибки численного решения и коэффициенты убывания ошибки при измельчении сетки.

Для компактной схемы (2.81) использовался параметр $c = 0.01$, а внутренние итерации проводились до достижения различия между итерациями $\epsilon = 10^{-8}$. По данным, представленным в таблице, можно заметить, что оба численных решения хорошо согласуются с точным решением, и что теоретические и практические порядки сходимости совпадают.

Таблица 2.1 – Результаты расчётов для случая одного солитона.

		Компактная схема (2.81)		Метод расщепления (2.5)	
N_z	N_t	δ	K	δ	K
40	40	1.857e-01		1.622e-01	
160	80	7.169e-03	25.9	6.462e-03	25.1
640	160	5.394e-04	13.29	4.244e-04	15.23
2560	320	3.46e-05	15.59	2.6534e-05	15.99
10240	640	2.1985e-06	15.74	1.6582e-06	16.01
40960	1280	1.3631e-07	16.13	1.0346e-07	16.02

2.3.2. Сравнение с точным решением при распространении двух солитонов

Точность рассматриваемых схем также проверялась на решении связанного нелинейного уравнения Шредингера, описывающего распространение сигналов в двух поляризационных компонентах одной моды [50]:

$$\begin{gathered}
i(\frac{\partial A_1}{\partial z} + \delta\frac{\partial A_1}{\partial t}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + (|A_1|^2 + e|A_2|^2)A_1 = 0, \\
i(\frac{\partial A_2}{\partial z} - \delta\frac{\partial A_2}{\partial t}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} + (e|A_1|^2 + |A_2|^2)A_2 = 0,
\end{gathered} \tag{2.84}$$

где δ соответствует групповой скорости, e – коэффициент связи поляризационных компонент. Данное уравнение с точностью до констант совпадает с уравнением Манакова в режиме слабой связи мод (1.4), поэтому для его численного решения использовались метод расщепления по физическим процессам (2.5) и компактная схема (2.75). Точное решение связанного нелинейного уравнения Шредингера имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}
A_1(z,t) = \sqrt{\alpha}sech(\sqrt{2\alpha}(t - vz))\exp i\left((v-\delta)t - \left[\frac{v^2-\delta^2}{2} - \alpha\right]z\right), \\
A_2(z,t) = \pm\sqrt{\alpha}sech(\sqrt{2\alpha}(t - vz))\exp i\left((v+\delta)t - \left[\frac{v^2-\delta^2}{2} - \alpha\right]z\right),
\end{gathered} \tag{2.85}$$

где α и v – произвольные постоянные. При расчётах использовались следующие параметры: $0 \le z \le 10$, $-20 \le t \le 20$, $\delta = 0.1$, $\beta_2 = -1$, $\gamma = 1$, $e = 1$,

$\alpha = 1$, $v = 1$. В Таблице 2.2 представлены результаты расчётов для случая двух солитонов по аналогии с Таблицей 2.1.

Таблица 2.2 – Результаты расчётов для случая двух солитонов.

		Компактная схема (2.75)		Метод расщепления (2.5)	
N_z	N_t	δ	K	δ	K
80	80	1.166e-00		9.812e-02	
320	160	5.839e-02	19.97	7.047e-03	13.92
1280	320	3.525e-03	16.56	4.416e-04	15.96
5120	640	2.205e-04	15.99	2.76e-05	16
20480	1280	1.377e-05	16.01	1.725e-06	16

Для численного решения с помощью компактной схемы (2.75) внутренние итерации проводились до достижения различия между итерациями $\epsilon = 10^{-8}$. В этом случае также можно отметить согласование численных решений с точным и совпадение теоретических и практических порядков сходимости.

2.3.3. Сравнение времени расчётов при решении уравнений распространения в промежуточных режимах связи мод

Метод расщепления по физическим процессам в общем случае значительно быстрее, чем большинство конечно-разностных схем. Однако, как было отмечено ранее, при решении уравнения распространения в промежуточных режимах связи (2.6) данным методом нелинейный оператор уже не будет диагональным, и на каждом шаге необходимо вычислять экспоненту матрицы с размерностью равной удвоенному числу мод. В этом случае значительно сократить время вычислений помогает использование компактной схемы (2.75). В работе было выполнено исследование зависимости времени вычислений каждой из рассматриваемых схем от числа используемых мод при передаче данных в промежуточных режимах связи.

Для сравнения времени расчётов исследуемых схем рассматривалась волоконно-оптическая линия связи, основанная на многомодовом волокне. Система передачи данных состояла из передатчика, 10 пролётов многомодового волокна по 100 км каждый, эрбиевых усилителей в конце каждого пролёта и приемника. Для передачи данных использовалось уплотнение по поляризации совместно с квадратурной фазовой манипуляцией. Для формирования импульса использовался фильтр с характеристикой типа “приподнятый косинус” с коэффициентом сглаживания 0.2. Каждый PDM-QPSK сигнал состоял из 2^{15} символов с 32 отсчётами на каждый символ и передавался с символьной скоростью $R_s = 28.5$.

Таблица 2.3 – Дифференциальная модовая задержка и дисперсионный параметр для ступенчатого волокна.

Мода	DMD [пс/км]	D [пс/(км-нм)]
$LP01$	0	22.5
$LP02$	4.2	23.2
$LP11a, b$	6.1	3.3
$LP21a, b$	7.9	17.2

В рамках данного эксперимента рассматривалось распространение оптических сигналов в волокне со ступенчатым профилем показателя преломления при передаче данных по различным комбинациям пространственных мод. Уравнение распространения решалось (2.6) с помощью метода расщепления по физическим процессам (2.5) и компактной схемы повышенного порядка (2.75). Рассматриваемое многомодовое волокно имело следующие параметры: радиус сердцевины $a = 7.5$ мкм и числовая апертура $NA = 0.2$, нормированная частота $V = 5$ при длине волны 1550 нм, нелинейный коэффициент $\gamma = 1.4$ Вт$^{-1}$км$^{-1}$. Такое волокно поддерживает распространение следующих шести мод: $LP01$, $LP02$, $LP11a$, $LP11b$, $LP21a$, $LP21b$. Каждая пространственная мода имеет свою дифференциальную модовую задержку (Differential Mode Delay – DMD) и дисперсионный параметр D, представленные в Таблице 2.3.

На рисунке 2.1 представлено сравнение времени расчётов при численном

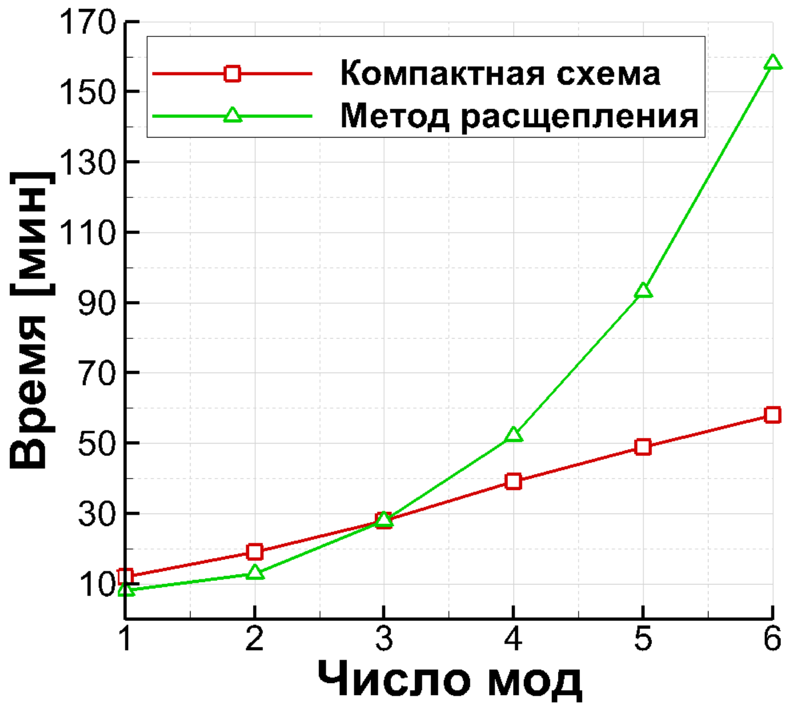


Рисунок 2.1 – Зависимость времени вычисления от числа используемых мод для компактной схемы и метода расщепления.

решении уравнения распространения оптических сигналов по многомодовому волокну с помощью метода расщепления (2.5) и компактной схемы (2.75) в зависимости от числа используемых мод. Можно заметить, что уже при четырёх модах компактная схема опережает метод расщепления по времени вычисления, и с ростом числа мод это превосходство растет.

2.4. Заключение по Главе 2

В данной главе рассмотрены основные численные методы решения уравнений распространения оптических сигналов в многомодовых волокнах. В разделе 2.1 приведено описание симметричного метода расщепления по физическим процессам с использованием преобразования Фурье на линейном шаге. За счёт того, что данный метод прост в реализации, быстр и имеет высокую точность по временной переменной, он является наиболее распространённым методом решения уравнений волоконной оптики. Однако при решении уравнения распространения сигналов в многомодовых волокнах в промежуточных режимах связи метод расщепления требует вычисления матричной экспоненты на каждом шаге по z, что является весьма трудозатратной операцией. Для преодоления данной трудности в разделе 2.2 была предложена компактная схема повышенного порядка точности для решения нелинейного уравнения Манакова с первой производной по времени, описывающего распространения сигналов в многомодовых волокнах, движущихся с различной групповой скоростью. Данная схема обладает высокой эффективностью распараллеливания и не обладает недостатками метода расщепления, хотя и уступает ему в точности расчёта на фиксированной сетке по временной переменной.

В разделе 2.3 представлены результаты численных расчётов для рассмотренных методов. Численные решения, полученные с помощью метода расщепления и компактной схемы, сравнивались с точными решениями скалярного нелинейного уравнения Шредингера и связанного НУШ для двух поляризационных компонент. В ходе тестовых расчётов был подтвержден общий порядок точности схем. В данном разделе было также проведено сравнение времени расчётов предложенной схемы с методом расщепления по физическим процессам и показано, что компактная схема требует меньше вычислительных затрат при использовании большого числа мод в промежуточных режимах связи.

Глава 3

Исследование влияния нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов в режимах сильной и слабой связи мод

Использование многомодовых волокон позволяет значительно увеличить пропускную способность оптических сетей за счет одновременной передачи сигналов по разным модам волокна. Однако, при одновременном использовании нескольких мод возникают новые эффекты, влияющие на передаваемые сигналы, такие как линейная связь мод [74], дифференциальная групповая задержка [75] и нелинейные межмодовые эффекты [76, 77]. Для успешного использования многомодовых волокон в качестве способа увеличения скорости передачи данных необходимо исследовать и понимать каждый из этих эффектов. На данный момент уже представлены результаты лабораторных экспериментов по передаче данных по многомодовому волокну длиной 177 км, поддерживающему распространение 6 мод [78]. Суммарная пропускная способность составила 24,6 Тбит/с при спектральной эффективности 32 бит/с/Гц. Кроме того, была продемонстрирована возможность изготовления волокон с поддержкой 15 мод, распространяющихся одновременно [79]. Поскольку одним из главных факторов, ограничивающих пропускную способность волоконно-оптических линий связи, являются нелинейные эффекты, влияние которых на оптический сигнал увеличивается с ростом его мощности, актуальными являются исследования влияния нелинейности на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах. Кроме того, необходимо уметь оценивать влияние нелинейных межмодовых эффектов на качество передаваемых сигналов в зависимости от количества используемых мод. В работе [80] исследовано влияние нелинейных эффектов на распространение сигнала в многомодовых волокнах в режиме сильной связи мод. Однако модель сильной связи не всегда подходит для описания нелинейного распространения в протяженных системах передачи данных на основе многомодовых волокон. Влияние нелинейных эффектов при увеличении числа мод в случае слабой связи мод, который в настоящее время широко применяется при моделировании многомодовых линий дальней связи [81], было исследовано в работе [28].

В данной главе исследуется влияние нелинейности на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод. Различные системы передачи данных сравниваются между собой на основе коэффициента битовых ошибок или параметра качества Q-фактор, который связан с BER следующим образом [82, 83]:

$$Q = 20\log_{10}\left[\sqrt{2}erf^{-1}(2BER)\right]. \tag{3.1}$$

Соответственно, чем выше Q-фактор, тем качество передачи данных лучше и тем меньше возникает ошибок при передаче данных.

3.1. Многомодовое волокно со ступенчатым профилем показателя преломления

Первым рассматривалось волокно со ступенчатым профилем показателя преломления. Для исследования влияния нелинейных эффектов в многомодовых линиях связи использовалась система передачи данных, схематически изображенная на рисунке 3.1. Каждый передатчик генерирует 16-QAM сигналы с символьной скоростью $R_s = 28.5$ ГБод, что с учётом затрат на схемы коррекции ошибок FEC (14%) даёт битовую скорость в каждой моде 100 Гбит/с. Для формирования профиля импульсов используется фильтр с характеристикой типа “приподнятый косинус” с коэффициентом сглаживания 0.2. Линия передачи состоит из 10 пролётов многомодового волокна по 100 км каждый. В конце каждого пролёта затухание сигнала точно компенсируется с помощью оптических усилителей EDFA с коэффициентом шума усилителя $NF = 4.5$. Шум, соответствующий усиленному спонтанному излучению усилителей, добавляется к оптическому сигналу после каждого пролёта. Хроматическая дисперсия и дифференциальные групповые задержки точно компенсируются в цифровом виде при прохождении оптического сигнала через приемник. Для компенсации нелинейных эффектов для каждой принятой моды используется линейная схема, восстанавливающая фазу принятого сигнала.

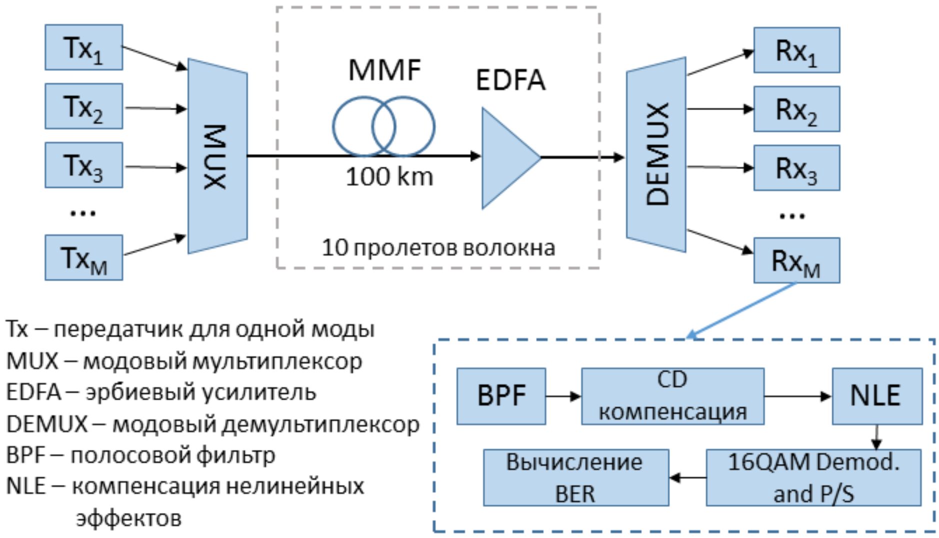


Рисунок 3.1 – Схема исследуемой линии.

В качестве канала использовалось многомодовое волокно со ступенчатым профилем показателя преломления, имеющее следующие параметры: показатель преломления сердцевины $n_{co} = 1.454$, показатель преломления оболочки $n_{cl} = 1.444$, радиус сердцевины $a = 7$ мк. Такое волокно поддерживает распространение 4 мод без учёта вырожденных (LP01, LP11, LP02, LP21). Дифференциальная модовая задержка (DMD), дисперсия (D) и эффективная площадь моды (A_{eff}) для каждой моды такого волокна представлены в Таблице 3.1. Коэффициенты нелинейной связи между всеми пространственными модами волокна со ступенчатым профилем показателя преломления показаны в Таблице 3.2, нижняя часть которой не заполнена из соображения $f_{mmpp} = f_{ppmm}$. При моделировании распространения сигналов использовались следующие параметры: потери волокна $\alpha = 0.2$ дБ/км, нелинейность волокна $\gamma = 1.4$ Вт$^{-1}$км$^{-1}$, несущая длина волны одноканального сигнала $\lambda = 1550$ нм, количество отсчётов на каждый символ $q = 16$, общее число символов $N_S = 2^{18}$.

Таблица 3.1 – Дифференциальная модовая задержка, дисперсия и эффективная площадь моды для ступенчатого волокна.

Мода	DMD [пс/км]	D [пс/(км-нм)]	A_{eff} [мк^2]
LP01	0	22.5	102
LP11	4.2	23.2	103
LP02	6.1	3.3	121.4
LP21	7.9	17.2	122

Таблица 3.2 – Коэффициенты нелинейной связи между пространственными модами для ступенчатого волокна.

-	LP01	LP11	LP02	LP21
LP01	1	0.6294	0.6871	0.4068
LP11		0.9932	0.3283	0.5585
LP02			0.8474	0.2934
LP21				0.8425

При исследовании влияния нелинейных эффектов между собой сравнивались режимы связи мод. На рисунке 3.2 представлена зависимость параметра качества Q-фактор от начальной мощности сигнала для режимов сильной и слабой связи мод при передачи данных по четырём различным пространственным модам.

Как видно из рисунка, режим слабой связи мод показывает лучшее качество передачи данных по сравнению с режимом сильной связи мод. Это можно объяснить тем, что в случае сильной связи мод сигналы движутся с одинаковы-

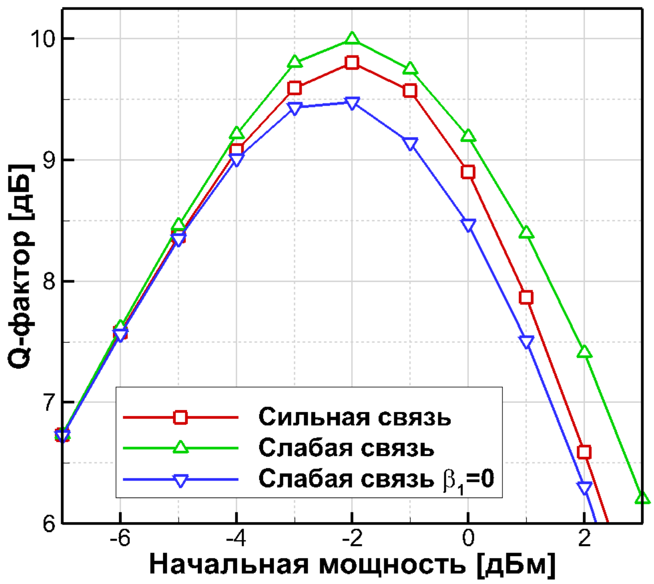


Рисунок 3.2 – Сравнение режимов связи мод для ступенчатого волокна.

ми скоростями и по ходу распространения нелинейное взаимодействие между ними остаётся высоким (рисунок 3.3 слева). В случае же слабой связи сигналы в разных модах движутся с различными скоростями. Это приводит к тому, что пики импульсов по ходу распространения движутся относительно друг друга (рисунок 3.3 справа) и нелинейное взаимодействие между ними уменьшается.

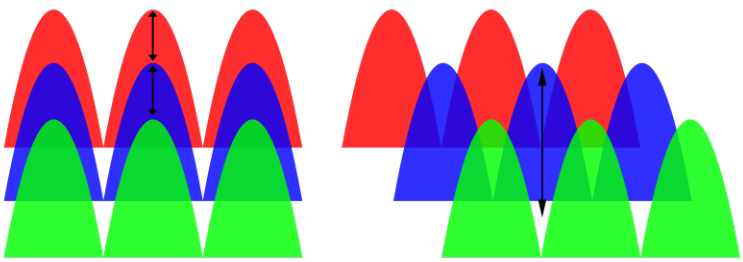


Рисунок 3.3 – Распространение различных мод в многомодовом волокне с одинаковой (слева) и разными (справа) скоростями.

Если же рассмотреть режим слабой связи, в котором сигналы в различных модах будут двигаться с одинаковой скоростью (синяя линия на рисунке 3.2), то качество передачи в данном случае окажется хуже, чем в режиме сильной связи мод. Это связано с тем, что в случае сильной связи нелинейный параметр κ (1.7) будет меньше, чем нелинейная часть в режиме слабой связи мод.

Для исследования влияния дифференциальной модовой задержки (DMD) на качество передачи оптических сигналов была найдена зависимость коэффициента битовых ошибок от DMD (рисунок 3.4). Как видно из рисунка, с увеличением разницы групповых скоростей количество ошибок в передаваемых данных уменьшается. Однако коэффициент битовых ошибок уменьшается до некоторого предела, соответствующего случаю, когда оптический импульс в одной пространственной моде по ходу распространения доходит до соседнего импульса в другой моде.

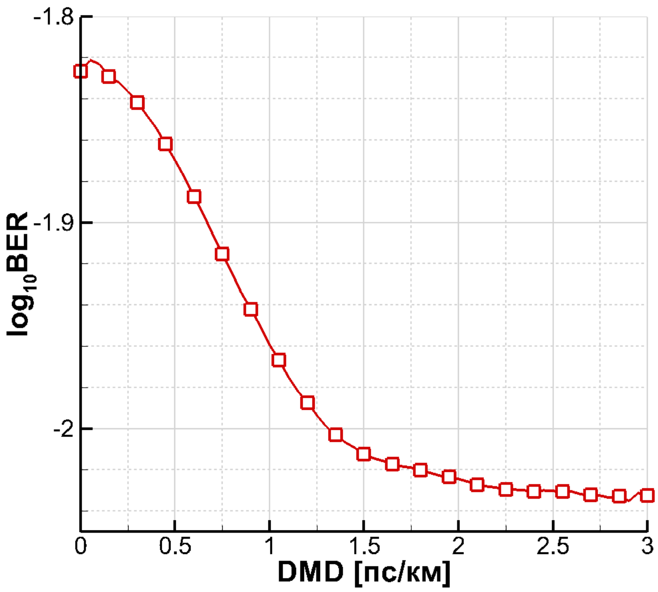


Рисунок 3.4 – Зависимость коэффициента битовых ошибок от дифференциальной модовой задержки.

Для данного профиля показателя преломления также исследовалось влияние нелинейных эффектов при увеличении числа мод в режимах сильной и слабой связи мод. На рисунке 3.5 изображена зависимость параметра качества Q-фактор, усреднённого по всем используемым модам, от начальной мощности сигнала при распространении оптических сигналов по многомодовому волокну со ступенчатым профилем показателя преломления по одной, двум, трем или четырём модам в режиме сильной связи. В данном случае увеличение числа мод приводит к ухудшению качества передачи, однако уменьшение Q-фактора замедляется для большого числа мод. Это связано с тем, что в режиме сильной связи мод нелинейный параметр κ (1.7) будет уменьшаться с ростом числа используемых мод.

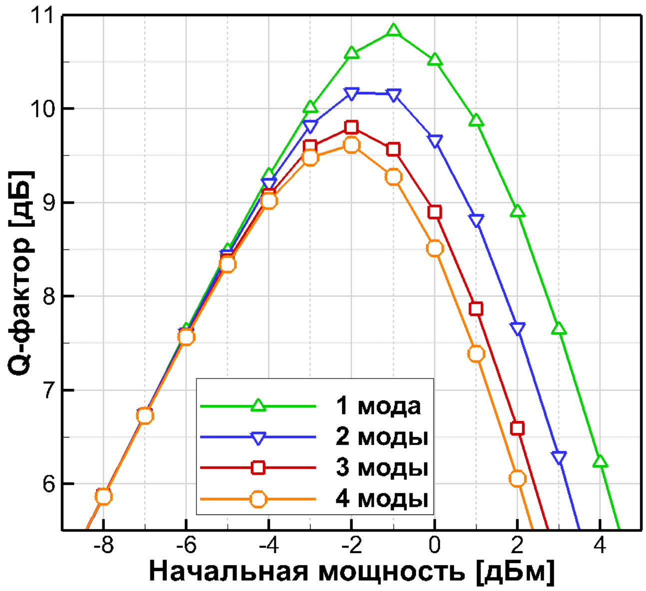


Рисунок 3.5 – Зависимость параметра Q-фактор от начальной мощности сигнала для ступенчатого волокна при передаче данных в режиме сильной связи мод.

На рисунке 3.6 изображена зависимость параметра Q-фактор от начальной мощности сигнала при распространении оптических сигналов в режиме слабой связи по одной, двум, трем или четырём модам. Как видно из рисунка, случаи одной и двух мод показывают примерно одинаковый Q-фактор, однако при добавлении сигнала, распространяющегося по третьей моде LP02, качество передачи значительно ухудшается. Это связано с тем, что для моды LP02 значение дисперсионного параметра мало (3.34 пс/(км-нм)) и сигнал, распространяющийся в этой моде, испытывает меньшее дисперсионное уширение и, следовательно, больше подвержен нелинейным искажениям. Таким образом, вклад моды LP02 в усреднённое по всем используемым модам значение параметра Q-фактор ухудшает качество сигнала. Ситуацию немного исправляет добавление четвертой моды LP21 с достаточно большим дисперсионным параметром. В этом случае значение параметра Q-фактор больше, чем в случае трёх мод.

Поскольку режим слабой связи мод показывает лучшее качество передачи данных по сравнению с режимом сильной связи мод, при дальнейших исследованиях рассматривался именно случай слабой связи.

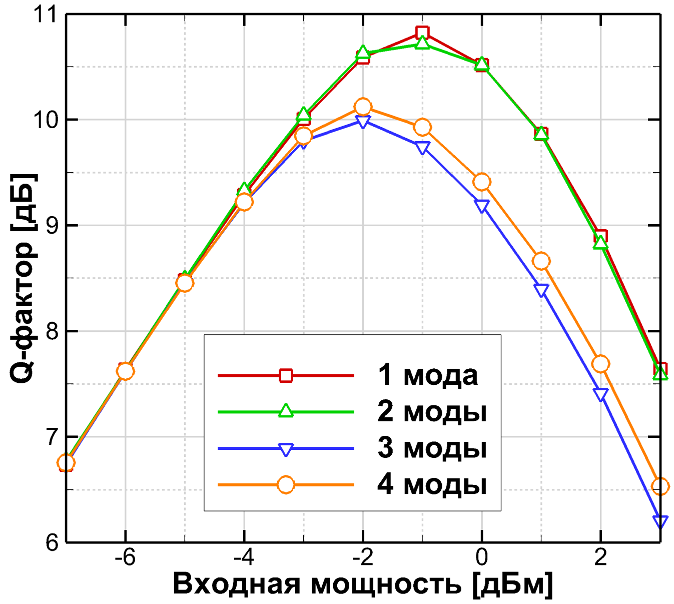


Рисунок 3.6 – Зависимость параметра Q-фактор от начальной мощности сигнала для ступенчатого волокна при передаче данных в режиме слабой связи мод.

3.2. Многомодовое волокно с градиентным профилем показателя преломления с “траншеей” в оболочке

Влияние нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов также исследовалось для многомодового волокна с градиентным профилем показателя преломления с “траншеей” в оболочке (GCCT). В данном случае использовалась такая же система передачи данных, как и в случае ступенчатого волокна, за исключением другого типа многомодового волокна.

Для численных экспериментов использовались следующие параметры профиля показателя преломления: $n_{co} = 1.4559$, $n_{cl} = 1.444$, $\alpha_{gr} = 2$, $\omega_1 = 15$ мк, $\omega_2 = 1$ мк, $n_{tr} = 1.44$, $\omega_3 = 4$ мк [84]. Оптическое волокно с таким профилем поддерживает распространение девяти пространственных мод без учёта вырожденных (LP01, LP11, LP02, LP21, LP12, LP31, LP22, LP41, LP03). Дифференциальная модовая задержка (DMD), дисперсия (D) и эффективная площадь моды (A_{eff}) для каждой моды представлены в Таблице 3.3. Здесь следует отметить, что дисперсионные параметры всех мод достаточно высоки, а значит в данном случае не будет возникать проблем, как в случае мод с малым дисперсионным

Таблица 3.3 – Дифференциальная модовая задержка, дисперсия и эффективная площадь моды для волокна GCCT.

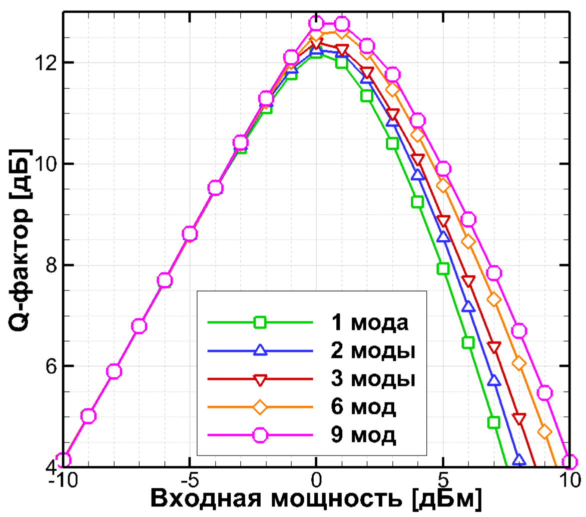
Мода	DMD [пс/км]	D [пс/(км-нм)]	A_{eff} [мк^2]
LP01	0	20.2	129.9
LP11	19.6	20.4	168.7
LP02	35.4	20.5	250.4
LP21	42.6	20.6	224.5
LP12	26.5	20.5	270.7
LP31	59.4	20.6	269.2
LP22	-111.3	19.2	341.9
LP41	38.7	20.5	308.6
LP03	-187.7	18.4	364

Таблица 3.4 – Коэффициенты нелинейной связи между пространственными модами для волокна GCCT.

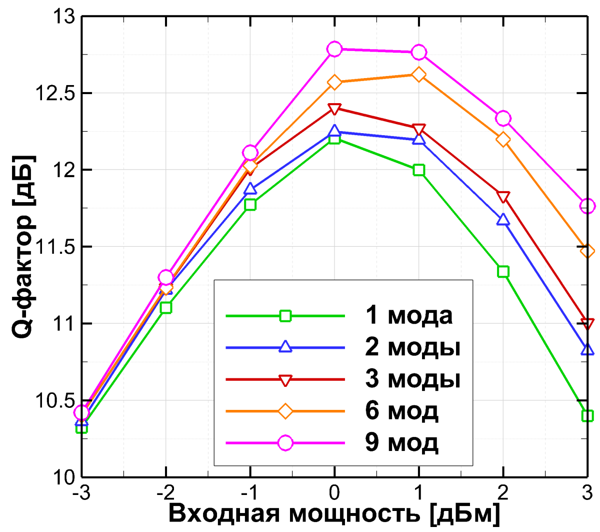
-	LP01	LP11	LP02	LP21	LP12	LP31	LP22	LP41	LP03
LP01	1	0.4976	0.5094	0.2483	0.3736	0.1238	0.2462	0.0616	0.3847
LP11		0.7547	0.2508	0.3780	0.3770	0.2519	0.2492	0.1569	0.1862
LP02			0.5110	0.2511	0.2520	0.2513	0.1250	0.2194	0.3240
LP21				0.5692	0.1897	0.3166	0.2817	0.2369	0.1551
LP12					0.4734	0.1908	0.2201	0.1988	0.1729
LP31						0.4759	0.1578	0.2774	0.1404
LP22							0.3757	0.1589	0.1865
LP41								0.4164	0.1411
LP03									0.3542

параметром. Коэффициенты нелинейной связи между всеми пространственными модами представлены в Таблице 3.4.

Для данного профиля показателя преломления также исследовалось влияние нелинейных эффектов при увеличении числа мод в режиме слабой связи мод. На рисунке 3.7 изображена зависимость параметра качества Q-фактор, усреднённого по всем используемым модам, от начальной мощности сигнала при распространении сигналов по многомодовому волокну GCCT по 1, 2, 3, 6 или 9 модам. На рисунке справа изображена увеличенная часть рисунка слева, соответствующая максимальным значениям Q-фактора. Из рисунка видно, что с ростом числа мод качество передаваемого сигнала увеличивается, достигая разницы 1 дБ между случаем с одной модой и девятью модами.



(а)



(б)

Рисунок 3.7 – Зависимость параметра Q-фактор, усреднённого по всем модам от начальной мощности сигнала для GCCT волокна.

Для объяснения полученного эффекта рассмотрим рисунок 3.8, на котором изображен параметр Q-фактор только для моды LP01 как функция от начальной мощности сигнала при передаче данных по 1, 2, 3 и 9 модам. В данном случае для всех расчётов вычислялось не среднее значение параметра по всем модам, а лишь его значение для моды LP01. Как видно из рисунка (сплошные линии, $\beta_1 \neq 0$), значение Q-фактора для моды LP01 практически не изменяется при добавлении новых мод. Данные линии соответствуют случаю, когда сигналы в разных модах движутся с различными скоростями, а значит нелинейное межмодовое взаимодействие между ними практически не оказывает влияния на качество передаваемого сигнала в моде LP01 даже при увеличении числа используемых мод. В случае, когда все моды движутся с одинаковой скоростью (пунктирные линии на рисунке 3.8, $\beta_1 = 0$), видно значительное ухудшение сигнала для моды LP01 при добавлении новых мод, что обусловлено дополнительным нелинейным межмодовым взаимодействием.

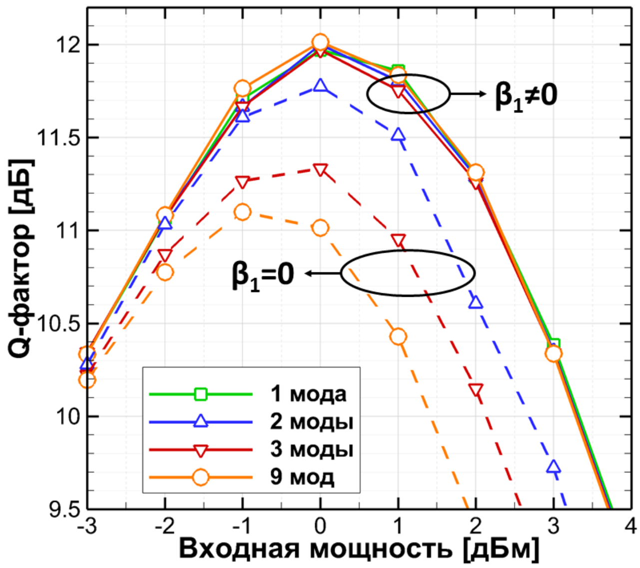
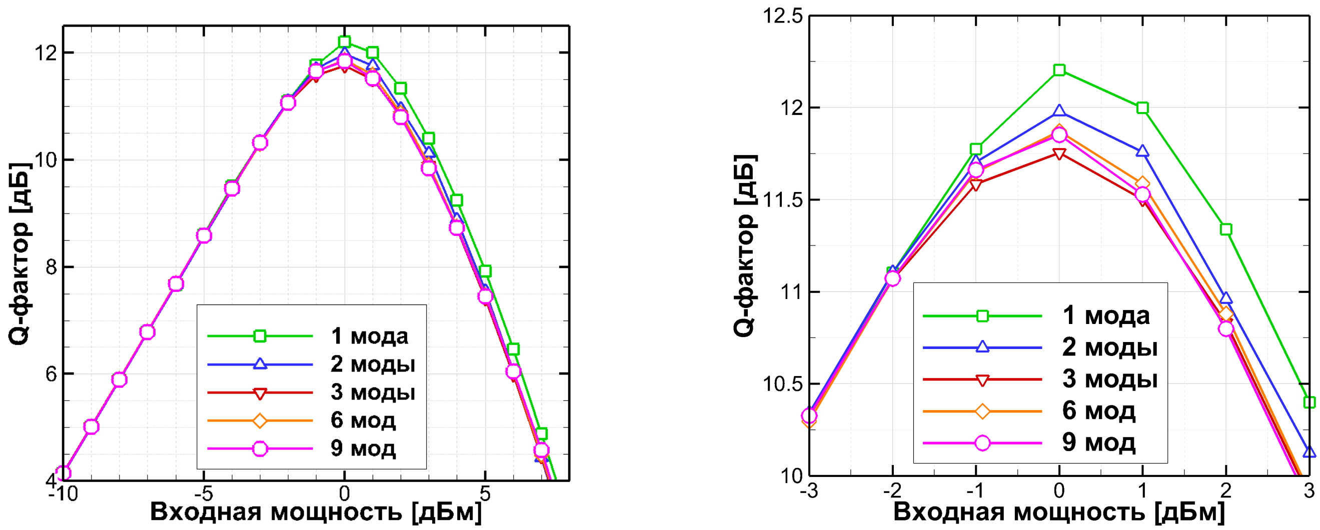


Рисунок 3.8 – Зависимость параметра Q-фактор, вычисленного только для моды LP01, от начальной мощности сигнала для GCCT волокна.

В ходе исследования было проверено, что данное наблюдение выполняется для каждой из распространяющихся мод. Таким образом, нелинейные искажения сигнала в каждой моде обусловлены только первым членом правой части уравнения распространения (1.4), перед которым стоит коэффициент f_{pppp}. Однако, как видно из Таблицы 3.4, с ростом порядка моды эти коэффициенты уменьшаются. Следовательно, каждый раз при добавлении новой моды более высокого порядка она будет испытывать меньшее нелинейное искажение и значение её параметра Q-фактор будет выше, чем у предыдущих мод. Тогда усреднённое по всем модам значение параметра Q-фактор будет расти с увеличением числа задействованных мод, что видно из рисунка 3.7.

Исследование влияния нелинейных эффектов при увеличении числа мод в режиме слабой связи проводилось и для случая, когда все моды движутся с одной скоростью, то есть когда параметр β_{1p} равен нулю для каждой моды. На рисунке 3.9 изображена зависимость параметра Q-фактор, усреднённого по всем используемым модам, от начальной мощности сигнала при его распространении по многомодовому волокну GCCT по одной, двум, трем, шести или девяти модам в случае, когда $\beta_{1p} = 0$ для всех мод. Из рисунка 3.9 видно, что с ростом числа используемых мод до трех значение параметра Q-фактор ожидаемо уменьшается (как и на рисунке 3.8), так как все моды подвержены более сильному влиянию межмодовой нелинейности. Однако при дальнейшем увеличении числа мод Q-фактор незначительно возрастает, так как для мод высокого порядка нелинейные коэффициенты f_{mmpp}, отвечающие за межмодовое взаимодействие, и коэффициенты f_{pppp} малы, и данные моды меньше подвержены влиянию нелинейных эффектов. Стоит отметить, что при использовании 5 мод добавление каждой следующей моды практически не влияет на результат.



(а) (б)

Рисунок 3.9 – Зависимость параметра Q-фактор, усреднённого по всем модам от начальной мощности сигнала для GCCT волокна при $\beta_{1p} = 0$.

3.3. Заключение по Главе 3

Одним из главных факторов, ограничивающих пропускную способность волоконно-оптических линий связи, являются нелинейные эффекты, влияние которых на оптический сигнал увеличивается с ростом его мощности. В данной главе проведено исследование влияния нелинейности на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод.

В разделе 3.1 представлены результаты численных расчётов для системы передачи данных, основанной на многомодовом волокне со ступенчатым профилем показателя преломления. Для данной системы было проведено сравнение режимов сильной и слабой связи мод и показано, что случай слабой связи обеспечивает лучшее качество передачи данных. Это объясняется тем, что в случае сильной связи мод сигналы движутся с одинаковыми скоростями и по ходу распространения нелинейное взаимодействие между ними остаётся высоким, а в случае слабой связи сигналы в разных модах движутся с различными скоростями, пики импульсов расходятся друг от друга и нелинейное взаимодействие между ними уменьшается. Также для случая сильной связи мод показано, что увеличение числа задействованных мод приводит к ухудшению качества передачи данных, однако уменьшение параметра качества Q-фактора замедляется для большого числа мод. Кроме того, для ступенчатого волокна продемонстрировано, что сигнал, распространяющийся в моде с малым дисперсионным параметром больше подвержен нелинейным искажениям, и это приводит к ухудшению качества передачи данных.

В разделе 3.2 представлены результаты расчётов для многомодового волокна с градиентным профилем показателя преломления с “траншеей” в оболочке. Для такого волокна проведено исследование влияния нелинейных эффектов на сигнал, распространяющийся в моде LP01 при увеличении числа задействованных мод. Показано, что в случае, когда сигналы движутся с разными скоростями, добавление новых мод практически не оказывает влияние на качество данных в рассматриваемой моде. В случае же одинаковых скоростей рост числа мод приводит к ухудшению параметра качества моды LP01. Кроме того, для данного профиля показателя преломления продемонстрирован и обоснован рост Q-фактора, усреднённого по всем пространственным модам, при увеличении числа задействованных мод.

Глава 4

Методы компенсации нелинейных искажений в волоконно-оптических линиях связи

На сегодняшний день одним из главных факторов, ограничивающих пропускную способность волоконно-оптических линий связи, являются нелинейные эффекты, влияние которых на оптический сигнал увеличивается с ростом его мощности [46]. В отличие от линейных каналов, где снижение качества передачи данных из-за шума может быть уменьшено за счёт увеличения мощности сигнала [85], в волоконно-оптической связи увеличенная мощность сигнала приводит к новым (нелинейным) источникам искажений и потере информации [86–88]. Эксплуатация современных систем связи с более плотным использованием полосы пропускания предполагает увеличение общей мощности сигнала в волокне, что приводит к растущему воздействию нелинейных эффектов передачи. Работа оптических систем связи в таких нелинейных режимах сильно отличается от обычного режима с низкой мощностью. Это требует разработки новых подходов и методов для лучшего понимания особенностей передачи сигналов с высокой мощностью.

В настоящее время актуальными являются методы компенсации нелинейных искажений в волоконно-оптических линиях связи [89]. Условно такие методы можно разделить на два типа, отличающихся различными подходами компенсации нелинейности. К первому типу можно отнести различные форматы модуляции и кодирование, используемые для генерации последовательности импульсов в передатчике линии связи. Сигналы формируются таким образом, чтобы при прохождении по оптическому каналу они были меньше подвержены нелинейным эффектам. Это может быть достигнуто, например, путём изменения сигнального созвездия формата модуляции или путём использования неравномерного распределения вероятности появления символов в предварительно выбранном созвездии. Эти два типа формирования сигнала часто различаются как геометрическое и вероятностное формирование [90–92]. Геометрическое формирование соответствует неравномерно распределённым точкам сигнального созвездия с равновероятными символами, а вероятностное формирование соответствует стандартным созвездиям, однако точки такого созвездия имеют различные вероятности.

Ко второму подходу можно отнести цифровую обработку сигнала (Digital Signal Processing – DSP), выполняемую в приемнике линии связи. DSP может не только полностью компенсировать хроматическую дисперсию и дифференциальные групповые задержки, но также может содержать блок, компенсирующий нелинейные искажения. Такой блок часто называется нелинейным эквалайзером. NLE можно в свою очередь разделить на линейные и нелинейные схемы компенсации. Линейные схемы для компенсации нелинейных искажений выполняют линейные операции над принятыми символами. Такие схемы, как правило, лишь восстанавливают фазу принятого сигнала и плохо компенсируют сами нелинейные искажения, однако они требуют малых вычислительных затрат и, как следствие, широко распространены в настоящее время. К линейным схемам можно отнести алгоритмы по критерию наименьшего среднего квадрата (LMS) [62], алгоритм постоянного модуля (CMA) [63] и различные схемы компенсации фазы сигнала [64, 65, 93].

Большинство современных нелинейных схем обработки сигналов либо моделируют обратное распространение оптических сигналов в волоконной линии с помощью метода расщепления по физическим процессам [66, 94], либо основаны на использовании функционального ряда Вольтерра [68, 89]. Однако данные методы требуют высоких вычислительных затрат и могут применяться только в статических системах передачи данных, поскольку для них необходимо заранее знать параметры линий связи. Нелинейные схемы могут быть также основаны на методах машинного обучения, представляющие собой мощные и эффективные инструменты для компенсации нелинейных эффектов передачи. Такие методы могут применяться в динамически изменяющихся линиях связи и после обучения они требуют малого объёма вычислительных ресурсов [95]. Несмотря на то, что в беспроводных системах связи широко изучались методы обработки сигналов на основе машинного обучения, их применение в оптических каналах не было надлежащим образом изучено [67].

В данной главе рассматриваются оба метода компенсации нелинейных искажений. Сначала исследуется адаптивная схема модуляции, предложенная в работе [27]. Данный модулятор по текущему распределению ошибок изменяет вероятность попадания символов на каждый из кругов сигнального созвездия так, чтобы уменьшить число передаваемых ошибок. В данной главе также рассматривается схема обработки сигналов и компенсации нелинейных искажений, основанная на динамической нейронной сети. Данная схема сравнивается с другими методами компенсации нелинейности.

4.1. Компенсация нелинейных искажений с использованием адаптивной модуляции

В данном разделе рассматривается статистика символьных ошибок 16-QAM сигналов и исследуется возможность смягчения нелинейных эффектов при высоких мощностях сигнала посредством использования метода адаптивной модуляции [27]. Данный подход имеет некоторое сходство с кодовой модуляцией с адаптацией скорости (rate-adaptive coded modulation) [90, 91], гибридной квадратурной амплитудной модуляцией (hybrid QAM) [14, 96] и вероятностным формированием сигнала с использованием кодов с низкой плотностью (probabilistic signal shaping using low-parity-density codes) [92, 97]. Однако использование адаптивной схемы модуляции позволяет значительно повысить качество передачи данных при некотором значении избыточности. Возможность компенсации нелинейных искажений с помощью адаптивного модулятора исследовалась при передаче одноканального сигнала и при использовании технологии мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов.

4.1.1. Мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов

В современных оптоволоконных линиях связи для наиболее полного использования имеющейся в наличии полосы пропускания применяются методы мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing – OFDM) [98, 99]. OFDM является разновидностью спектрального уплотнения каналов, технологии, при которой одновременно передаются несколько сигналов на разных частотах. На рисунке 4.1 изображена схема OFDM линии [100].

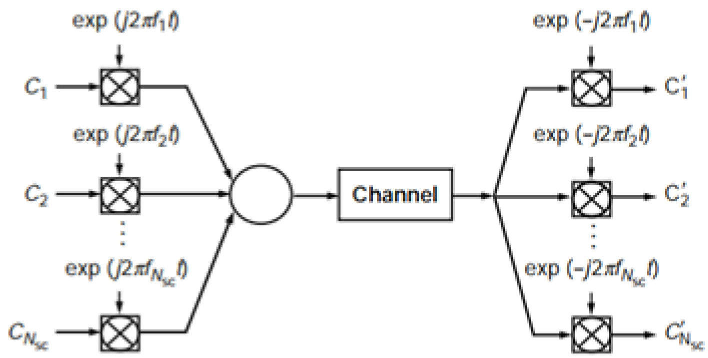


Рисунок 4.1 – Схема OFDM линии.

Формирование сигнала проходит по следующей формуле:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{jf_k t} P(t), \tag{4.1}$$

где N – число используемых каналов, s_k – символ формата модуляции, f_k – частота k-ой несущей, $P(t)$ – форма импульса. Для несущих OFDM-сигналов используются прямоугольные импульсы, спектр которых представляет собой $sinc$ $(\sin x/x)$. Выбрав ортогональные частоты для конкретного символьного интервала можно добиться того, что межканальное взаимодействие будет минимальным, так как пик спектра одной несущей будет совпадать с нулями спектров других несущих (рисунок 4.2).

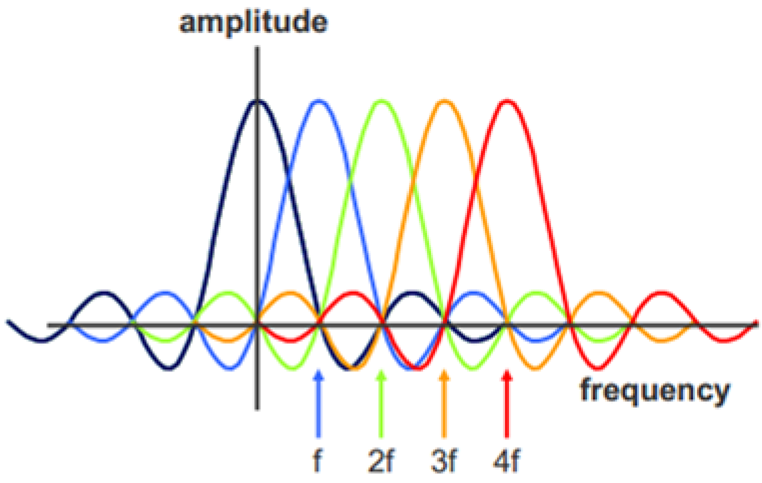


Рисунок 4.2 – Спектр OFDM сигнала.

Условие ортогональности в таком случае будет иметь следующий вид:

$$f_k - f_l = m\frac{1}{T_s}, \tag{4.2}$$

где m – некоторое целое число, T_s – длительность символьного интервала. Кроме того, при выборе прямоугольных импульсов и частот каналов в виде $f_k = k/T_s$ процедуру формирования сигнала (4.1) можно заменить обратным преобразованием Фурье:

$$x_m = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi\frac{k}{N}m}, \tag{4.3}$$

где x_m – точка дискретизации OFDM символа, а X_k – символ формата модуляции, соответствующий k-ой несущей. Процедуру детектирования OFDM-сигнала, имеющую следующий вид:

$$s_k = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} s(t)e^{-j2\pi f_k t}dt, \tag{4.4}$$

в таком случае можно заменить прямым преобразованием Фурье:

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x_m e^{-j2\pi\frac{k}{N}m}. \tag{4.5}$$

Использование преобразования Фурье в модуляторе и демодуляторе системы передачи данных позволяет значительно упростить обработку OFDM-сигналов.

Эффективность OFDM-методов обусловлена главным образом минимизацией межсимвольного взаимодействия в сочетании с большим количеством близко расположенных ортогональных подканалов, за счёт которых достигается высокая скорость передачи информации [99]. При этом, наряду с позитивными следствиями применения OFDM-модуляции [101] стоит отметить и наличие негативных факторов, ограничивающих потенциал использования технологии. Среди них особую роль играет влияние на передаваемый OFDM-сигнал нелинейностей, обусловленных в частности четырёхволновым смешением [102], особенно заметное при большом количестве подканалов и значительной суммарной мощности сигнала.

4.1.2. Распределение символьных ошибок при передаче 16-QAM сигналов

Для изучения влияния нелинейных эффектов на статистику символьных ошибок рассматривались два типа систем передачи данных: одноканальная передача 16-QAM сигналов и передача 16-QAM-OFDM сигналов с различным количеством каналов. Для случая одной несущей использовалась система передачи данных, схематически изображенная на рисунке 4.3.

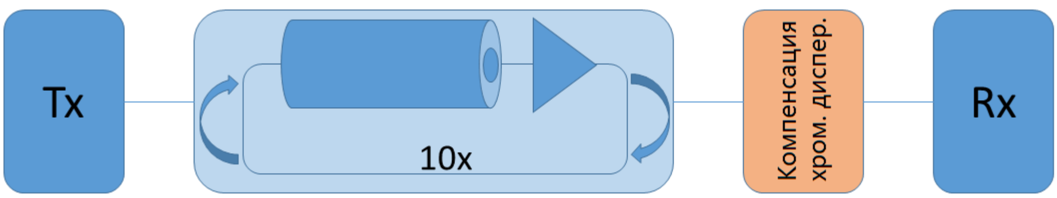


Рисунок 4.3 – Система передачи данных.

Передатчик данной системы генерирует последовательность 16-QAM сигналов с символьной скоростью R_s. Для формирования профиля импульсов используется фильтр с характеристикой типа “приподнятый косинус” с коэффициентом сглаживания 0.2. В рамках данного исследования рассматривались линии связи, содержащие 10, 15 и 20 пролётов. В конце каждого пролёта все потери компенсируются с помощью оптических усилителей EDFA. Шум, соответствующий усиленному спонтанному излучению EDFA, добавлялся к оптическому сигналу после каждого усилителя. Хроматическая дисперсия и нелинейный фазовый сдвиг идеально компенсируются при прохождении оптического сигнала через приемник.

Для математического моделирования нелинейного распространения оптических сигналов использовались следующие параметры: количество отсчётов на период $q = 16$, число символов $N_s = 2^{18}$, потери волокна $\alpha = 0.2$ дБ/км, нелинейность волокна $\gamma = 1.4$ Вт$^{-1}$км$^{-1}$, хроматическая дисперсия $\beta_2 = -25$ пс^2/км, длина волны $\lambda = 1.55$ нм, коэффициент шума усилителя $NF = 4.5$.

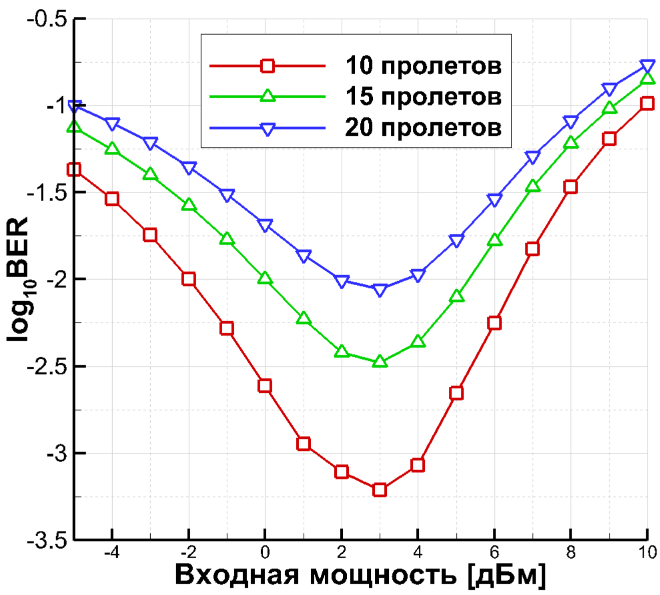


Рисунок 4.4 – Зависимость BER от начальной мощности сигнала для различного числа пролётов.

Для получения достоверных результатов передавались 100 символьных последовательностей длиной 2^{18} символов каждая. Таким образом, общее число 16-QAM символов было 2.62×10^7. Используя численное моделирования была найдена зависимость коэффициента битовых ошибок от начальной мощности сигнала для различного числа используемых пролётов, как изображено на рисунке 4.4. Можно заметить, что независимо от длины распространения оптимальная мощность, соответствующая минимальному BER, будет около 3 дБм. Для получения достоверных результатов, соответствующих большому количеству ошибок, и для рассмотрения нелинейного режима для каждого конкретного случая выбиралась длина распространения и оптимальная мощность сигнала, соответствующие $BER = 10^{-2}$. Например, на рисунке 4.4 данному коэффициенту битовых ошибок соответствует длина распространения, равная 20 пролётам.

Исследование влияния нелинейных эффектов на распределение символьных ошибок проводилось с использованием 16-позиционной квадратурной модуляции, сигнальное созвездие которой изображено на рисунке 4.5. Все ошибки делятся на три категории по мощности точек созвездия, соответствующие трем «кольцам», изображенным в виде пунктирных окружностей на рисунке 4.5. Все точки сигнального созвездия имеют равные вероятности, что соответствует равномерному распределению входного сигнала.

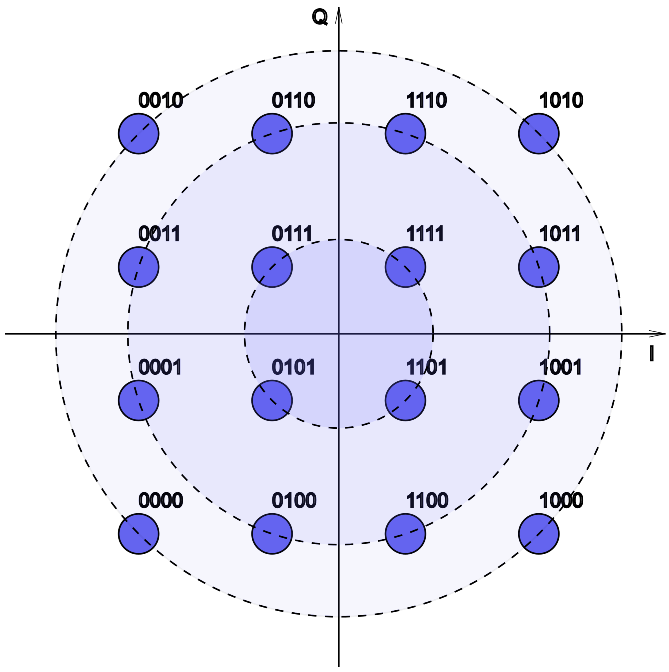


Рисунок 4.5 – Сигнальное созвездие 16-QAM.

Предполагалось, что символы с внешнего круга, имеющие большую мощность, вследствие нелинейности будут подвержены большим искажениям, а среди символов с внутреннего круга за счет меньшей мощности будет меньше ошибок. Однако во время исследования было обнаружено, что соотношение между символьными ошибками на разных кругах сигнального созвездия зависит также от символьной скорости.

На Рис. 4.6 представлена зависимость коэффициента символьных ошибок (Symbol-Error Rate – SER) для разных кругов сигнального созвездия от символьной скорости. Как видно из рисунка, при 10 ГБод распределение ошибок по кругам получается такое, как и предполагалось. Однако с увеличением символьной скорости картина меняется, и количество ошибок на разных кругах становится примерно одинаковым. Данное явление можно объяснить тем, что с ростом символьной скорости уменьшается длительность импульса и, соответственно, дисперсионная длина, то есть при больших R_s дисперсия сильнее действует на сигнал, расширяя его и уменьшая интенсивность в некоторых точках, а значит, нелинейность уже будет меньше действовать на такой сигнал. Наблюдаемая асимметрия вероятностей ошибок для различных колец предполагает применение ограниченного кодирования для повышения производительности системы [103–105].

Исследование влияния нелинейных эффектов на распределение символьных ошибок проводилось также для OFDM-системы передачи данных. Для математического моделирования передачи OFDM-сигналов использовалась такая же линия связи, как и для одноканальной передачи, за исключением того, что в передатчик и приемник были добавлены OFDM модулятор и демодулятор, соответственно. Для OFDM модулятора использовались следующие параметры: полное количество каналов – 1024, полоса пропускания $BW = 100\ GHz$. Количество используемых поднесущих K менялось от 20 до 500 каналов.

Для случая OFDM-систем было также обнаружено, что с изменением числа используемых поднесущих меняется распределение числа ошибок по кругам сигнального созвездия. Рис. 4.7 показывает зависимость коэффициента сим-

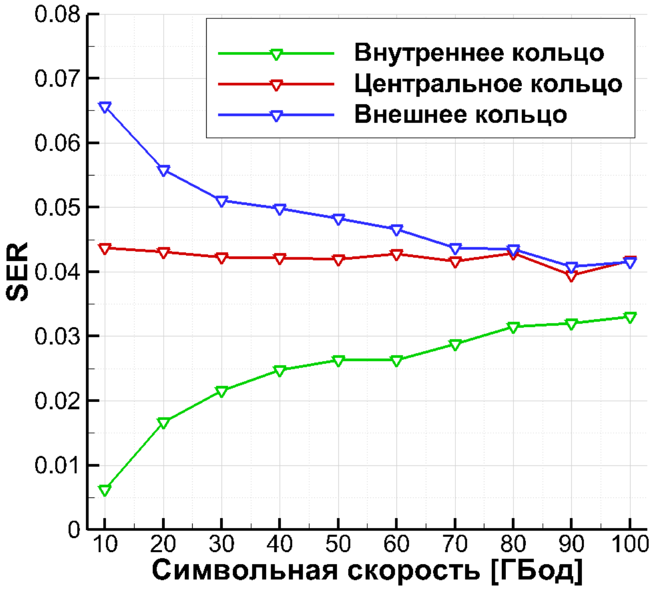


Рисунок 4.6 – Зависимость SER от символьной скорости для различных кругов сигнального созвездия.

вольных ошибок для разных кругов от числа каналов. Здесь можно заметить, что, как и в случае с одной несущей, при небольшом K распределение ошибок оказывается таким, каким и ожидалось, то есть большое число ошибок на внешнем круге и мало ошибок на внутреннем. Однако с ростом числа используемых каналов количество ошибок на разных кругах становится примерно равным.

Наличие столь неоднородного распределения ошибок даёт основание полагать, что применение специальных методов формирования сигнала в данном случае способно существенно уменьшить количество ошибок в линии связи. С теоретической точки зрения это возможно посредством уменьшения вероятности появления символов из множества с максимальной вероятностью ошибок. Этот процесс в общем случае может быть назван адаптивной модуляцией, так как основная его цель заключается в специальном выборе используемых символов из констелляционной диаграммы. При этом реализация такого подхода предполагает, что разные символы в потоке данных формируются с помощью различных модуляционных форматов, каждый из которых представляет собой «усечённый» вариант формата модуляции 16-QAM (рисунок 4.5). Например, часть символов можно сформировать только из внутреннего “кольца”, часть –

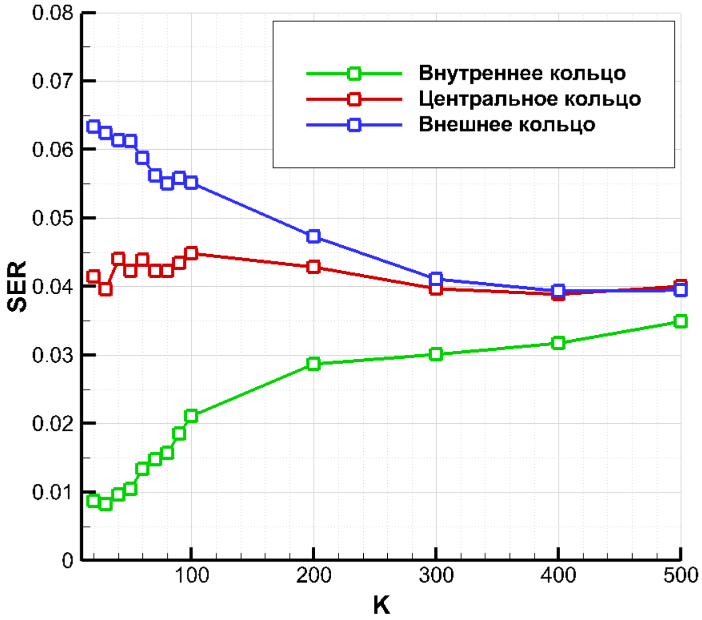


Рисунок 4.7 – Зависимость SER от количества используемых каналов для OFDM-системы.

только из среднего. Для использования такого подхода была реализована адаптивная схема модуляции [27]. Такой модулятор при формировании сигнала будет использовать больше символов с внутреннего круга и меньше символов с внешнего, что уменьшит общее число передаваемых ошибок.

4.1.3. Адаптивная схема модуляции

Разобьём все точки сигнального созвездия 16-QAM на три множества одинаковой мощности, то есть на три кольца, как показано на рисунке 4.5. Пронумеруем эти множества в порядке увеличения амплитуды, то есть первым будет множество, состоящее из точек внутреннего кольца, а третьим – из точек внешнего кольца. Из рисунка можно легко заметить, что $s_1 = 4$, $s_2 = 8$, $s_3 = 4$, где s_i – число точек созвездия в i-ом множестве.

Следует отметить, что точки сигнального созвездия формата модуляции 16-QAM могут быть размещены на фазовой плоскости различными способами [106, 107]. Например, точки созвездий 16-QAM форматов, которые широко используются на практике, образуют либо квадрат, либо круг. В данной работе рассматривается только “квадратный” формат 16-QAM, однако описываемая здесь адаптивная схема может быть применена к любому формату модуляции независимо от того, как расположены точки созвездия на фазовой плоскости.

Для оценки влияния нелинейных эффектов на 16-QAM сигнал предполагалось, что частота появления символьных ошибок на конкретном кольце зависит только от его мощности, символьной скорости или количества использованных каналов, то есть в каждом конкретном случае предполагается постоянной. Частота символьных ошибок i-го множества обозначается как q_i, а вероятность появления в потоке данных символа из i-го набора обозначается через P_i. Тогда коэффициент символьных ошибок может быть найден следующим образом:

$$SER(P_1, P_2, P_3) = P_1 \cdot q_1 + P_2 \cdot q_2 + P_3 \cdot q_3, \tag{4.6}$$

Так как $P_3 = 1 - P_1 - P_2$, SER зависит только от двух неизвестных вероятностей в рассматриваемом случае. В частности, если $q_1 = q_2 = q_3 = q$, формула (4.6) становится тривиальной и в данном случае $SER = q$. Такая ситуация имеет место, когда частота ошибок не зависит от мощности сигнала, что наблюдается, например, в линейных каналах. Однако, как говорилось ранее, в нелинейном канале оптической связи вероятности ошибок для различных наборов символов отличаются друг от друга в результате воздействия нелинейного эффекта Керра.

Целью работы адаптивного модулятора является уменьшение количества ошибок за счет изменения вероятности появления символов из i-го набора в потоке данных. Для этого символы на различных позициях в потоке данных модулируются различными модуляционными правилами, полученными из исходного формата модуляции, просто путём исключения точек созвездия, которые более подвержены нелинейным воздействиям. Здесь позиция символа означает положение во времени (в потоке данных). Например, нечётные символы могут быть модулированы с использованием только четырёх символов из «внутреннего»

16-QAM-кольца, а чётные символы могут быть модулированы с использованием самого формата 16-QAM без каких-либо ограничений.

Следует отметить, что, при изменении вероятности появления символов в различных кольцах сигнального созвездия уменьшается информационная энтропия потока данных (мера хаотичности информации, неопределённость появления какого-либо символа в информационном сообщении), что, в свою очередь, увеличивает избыточность сообщения передачи. Это приводит к снижению фактической скорости канала. Энтропию потока данных на один символ для формата модуляции 16-QAM можно найти следующим образом:

$$H(\vec{P}) = -p_1 \log_{16} p_1 - p_2 \log_{16} p_2 - ... - p_{16} \log_{16} p_{16}, \tag{4.7}$$

где p_j – вероятность появления j-го символа сигнального созвездия 16-QAM ($j = 1, 2, ..., 16$). Поскольку в данном случае предполагается, что частота символьных ошибок зависит только от мощности сигнала, то $p_j = p_k$, если символы j и k принадлежат одному и тому же множеству i, таким образом, $P_i = s_i \cdot p_j$. Следовательно, для формата 16-QAM информационная энтропия $H(P_1, P_2)$ может быть выражена следующим образом:

$$H(P_1, P_2) = -P_1 \log_{16} \frac{P_1}{4} - P_2 \log_{16} \frac{P_2}{8} - (1 - P_1 - P_2) \log_{16} \frac{1 - P_1 - P_2}{4}. \tag{4.8}$$

Из уравнения (4.6) можно получить, что первоначальный коэффициент символьных ошибок (т.е. SER без использования любого кодирования) выглядит следующим образом:

$$SER_0 = \frac{1}{4} \cdot q_1 + \frac{1}{2} \cdot q_2 + \frac{1}{4} \cdot q_3. \tag{4.9}$$

В общем же случае закодированный сигнал имеет другой коэффициент символьных ошибок SER_C.

Таким образом, задача для схемы адаптивной модуляции ставится следующим образом: по текущему распределению ошибок $\vec{Q} = (q_1, q_2, q_3)$ и для заданной энтропии $0 \leq H_0 \leq 1$ (или для заданной избыточности $R_0 = 1 - H_0$) найти распределение вероятностей $\vec{P} = (P_1, P_2, P_3)$, соответствующее минимальному коэффициенту символьных ошибок. Данная задача может быть решена с помощью метода множителей Лагранжа.

Рассмотрим функцию Лагранжа, имеющую следующий вид:

$$L(P_1, P_2, \lambda) = SER(P_1, P_2) + \lambda \cdot (H(P_1, P_2) - H_0) \tag{4.10}$$

В данном случае предполагается, что q_i в функции $SER(P_1, P_2)$ не равны друг другу. Такое предположение не ограничивает общности, однако значительно облегчает анализ.

Стационарные точки функции (4.10) можно найти, решая следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial L}{\partial P_1} = q_1 - q_3 + \lambda \frac{\partial H(P_1, P_2)}{\partial P_1} = 0 \tag{4.11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_2} = q_2 - q_3 + \lambda \frac{\partial H(P_1, P_2)}{\partial P_2} = 0 \tag{4.12}$$

$$H(P_1, P_2) = H_0. \tag{4.13}$$

Из определения энтропии (4.8) можно найти, что

$$\frac{\partial H(P_1, P_2)}{\partial P_1} = \log_{16} \frac{1 - P_1 - P_2}{P_1}, \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial H(P_1, P_2)}{\partial P_2} = \log_{16} \frac{2(1 - P_1 - P_2)}{P_2} = \frac{1}{4} + \log_{16} \frac{1 - P_1 - P_2}{P_2}. \tag{4.15}$$

Тогда из уравнений (4.11) и (4.12) можно найти соотношение между P_1 и P_2:

$$\frac{1 - P_1 - P_2}{P_1} = 2^{\alpha} + \left(\frac{1 - P_1 - P_2}{P_2}\right)^{\alpha}, \tag{4.16}$$

где $\alpha = \frac{q_3 - q_1}{q_3 - q_2}$. Поскольку, как предполагалось, $q_1 \neq q_2 \neq q_3$, знаменатель в α не будет равен 0. Если $\alpha \leq 0$, можно показать, что уравнение (4.16) имеет один корень $P_2(P_1)$ для любого фиксированного P_1. С другой стороны, если $\alpha > 0$, для любого фиксированного P_2 существует только один корень $P_1(P_2)$. Учитывая это, всегда можно численно оценить зависимость между P_1 и P_2.

Таким образом, любое решение уравнения (4.16) даёт стационарную точку функции (4.10) в том случае, если выполняется $H(P_1, P_2) = H_0$. Соответствующее минимальное значение SER можно найти, подставив полученные стационарные точки в уравнение (4.6).

Далее для найденных вероятностей необходимо сконструировать модулятор, который при формировании сигнала будет распределять символы по различным кругам сигнального созвездия соответственно заданной вероятности. Для этого используется блочная реализация схемы адаптивной модуляции, в которой для разных временных интервалов используются различные форматы модуляции, включающие в себя как сам формат 16-QAM, так и “ограниченные” форматы модуляции, полученные из формата 16-QAM, как показано на рисунке 4.8. В данной схеме количество символов, которые используют конкретный шаблон модуляции, может изменяться в соответствии с желаемым распределением символов 16-QAM в результирующем потоке данных.

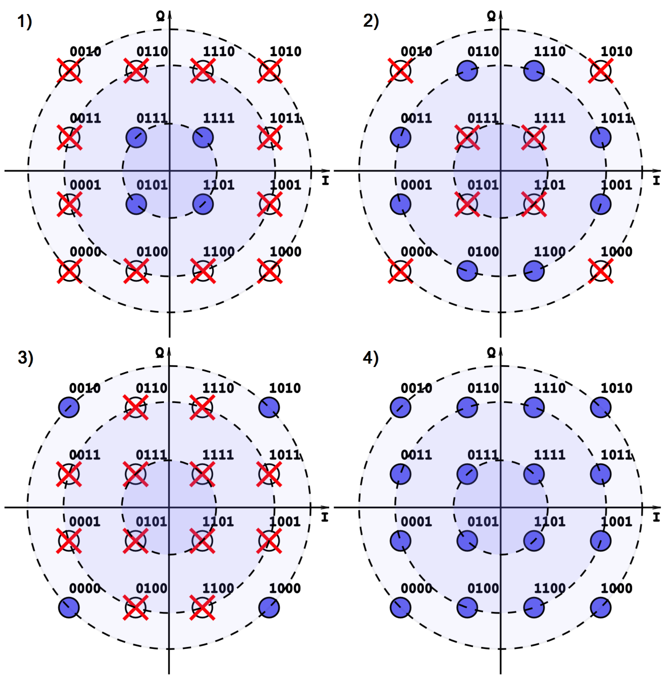


Рисунок 4.8 – Сигнальные созвездия для адаптивной схемы модуляции.

Для применения блочной реализации поток выходных данных делится на отдельные блоки длиной N символов каждый, где i-ый символ в блоке данных ($i = 1, ..., N$), модулируется определённым шаблоном модуляции с номером m_i. Данные шаблоны представлены на рисунке 4.8, и, соответственно, $m_i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Обозначим через C желаемую кодовую скорость схемы адаптивной модуляции, то есть долю полезной информации в потоке данных. Её можно выбрать таким образом, чтобы получить необходимый SER. То есть кодовая скорость в данном случае может рассматриваться как один из входных параметров схемы адаптивной модуляции [90, 91]. Другим входным параметром будет являться вектор оптимальной вероятности $\vec{P}$.

Пусть n_i – количество символов в блоке данных, которые используют i-ый шаблон модуляции, изображенный на рисунке 4.8. Очевидно, что $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = N$ и $0 \le n_i \le N$. Нетрудно заметить, что $C = \sum n_i c_i / 4N$, где c_i – количество бит, которое передаёт i-ый шаблон модуляции. В данном случае $c_1 = 2$, $c_2 = 3$, $c_3 = 2$, $c_4 = 4$.

Значения n_i для заданного вектора $\vec{P}$ могут быть получены путём решения следующей линейной системы уравнений:

$$2n_1 + 3n_2 + 2n_3 + 4n_4 = 4NC, \tag{4.17}$$

$$\frac{n_1 + n_4/4}{N} = P_1, \tag{4.18}$$

$$\frac{n_2 + n_4/2}{N} = P_2, \tag{4.19}$$

$$\frac{n_3 + n_4/4}{N} = P_3 = 1 - P_1 - P_2. \tag{4.20}$$

Отсюда можно найти, что

$$n_4 = \frac{2N}{3}(4C - P_2 - 2), \tag{4.21}$$

$$n_3 = \frac{N}{3}\left(4 - 2C - 3P_1 - \frac{5}{2}P_2\right), \tag{4.22}$$

$$n_2 = \frac{N}{3}(2 + 4P_2 - 4C), \tag{4.23}$$

$$n_1 = \frac{N}{6}(2 + 6P_1 + P_2 - 4C). \tag{4.24}$$

Система уравнений (4.21)-(4.24) разрешима, если правые части всех уравнений положительны. Однако для заданного набора вероятностей $\vec{P}$ это требование будет не всегда выполнено при произвольном $0 \leq C \leq 1$. Это означает, что существуют вектора вероятностей $\vec{P}$, для которых невозможно построить код с желаемой кодовой скоростью. В этом случае необходимо либо получить значения n_i, которые дают распределение вероятностей, наиболее близкое к $\vec{P}$, либо выбрать кодовую скорость так, чтобы сделать систему (4.21)-(4.24) разрешимой.

4.1.4. Результаты применения адаптивной схемы модуляции

Исследуем теперь возможность компенсации нелинейных эффектов при передаче 16-QAM сигналов с помощью описанной адаптивной схемы модуляции. Обозначим через κ степень снижения символьных ошибок $(0 \leq \kappa \leq 1)$, которая определяется следующим образом:

$$\kappa = \frac{SER_C}{SER_0}. \tag{4.25}$$

Данный коэффициент можно рассматривать как показатель эффективности кодирования.

Для оценки эффективности адаптивной схемы модуляции в практической реализации рассмотрим описанную раннее систему передачи данных протяженностью 2000 км (рисунок 4.3). Расстояние передачи выбиралось из рисунка 4.4 так, чтобы минимальное значение коэффициента битовых ошибок было около 10^{-2}. Оптимальная мощность в данном случае будет равна 3 дБм. После передачи сигнала по такой линии связи распределение символьных ошибок по кругам сигнального созвездия получилось следующим: $q_1 = 0.030$, $q_2 = 0.037$, $q_3 = 0.035$. На первый взгляд, между коэффициентами ошибок на различных кольцах нет существенной разницы. Однако при применении адаптивной модуляции оказывается, что даже небольшой перекос в частотах ошибок даёт значительное улучшение качества передачи данных. На рисунке 4.9 представлена зависимость степени снижения символьных ошибок от избыточности кода при использовании адаптивной схемы модуляции. Отсюда можно заметить, что количество ошибок может быть уменьшено вдвое при избыточности 12%. Данные результаты были получены за счет усреднения 100 запусков с различными реализациями шума. Таким образом, всегда можно найти компромисс между степенью снижения коэффициента символьных ошибок и допустимой для нас избыточностью в потоке данных, необходимых для реализации данной адаптивной модуляции.

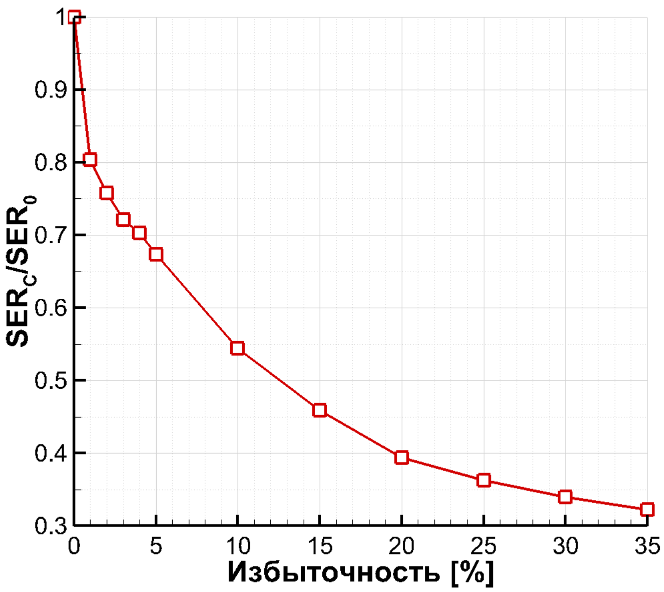


Рисунок 4.9 – Зависимость степени снижения символьных ошибок от избыточности кода.

На рисунке 4.10 представлено распределение символов по кругам сигнального созвездия для различных значений избыточности. Можно заметить, что при отсутствии кодировки в случае стандартного 16-QAM формата символы будут распределены равномерно, однако с увеличением избыточности количество символов с внутреннего круга увеличивается, а с внешнего и центрального уменьшается, что и предполагалось при работе адаптивного модулятора.

При дальнейших исследованиях рассматривалась OFDM-система, описанная ранее. Длина распространения и оптимальная мощность сигнала выбирались аналогичным образом, как и для случая одноканальной передачи. Численные эксперименты проводились при использовании 500 каналов.

На рисунке 4.11 представлено возможное улучшение коэффициента битовых ошибок в зависимости от начальной мощности сигнала. Как видно из

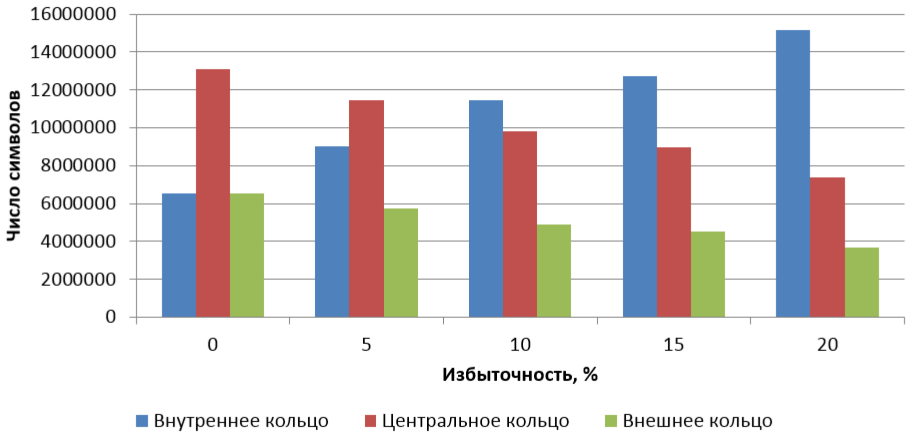


Рисунок 4.10 – Распределение символов по кругам сигнального созвездия для различных значений избыточности.

рисунка, даже при относительно небольшой избыточности BER может быть значительно уменьшен. Следует также отметить, что оптимальная мощность постепенно увеличивается по мере увеличения избыточности. Таким образом, адаптивная модуляция позволяет эффективно использовать большие мощности сигнала.

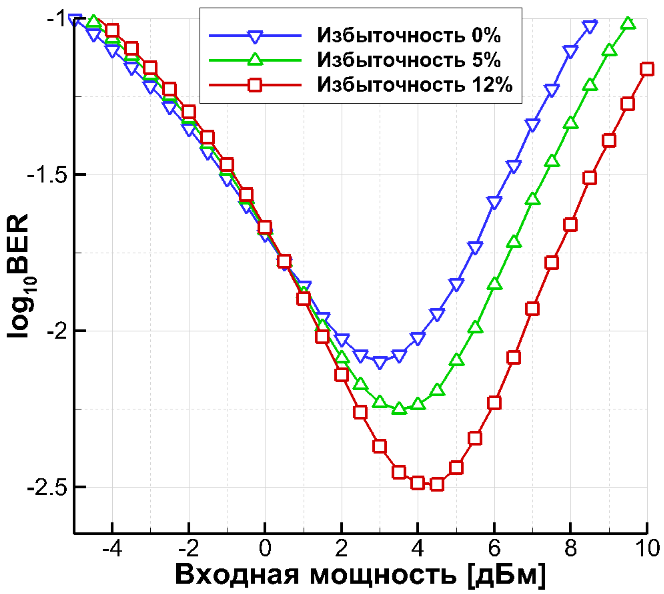


Рисунок 4.11 – Зависимость BER от начальной мощности сигнала для различного значения избыточности адаптивной модуляции.

Улучшение качества передачи данных для такой системы исследовалось и в терминах Q-фактора (3.1). На рисунке 4.12 представлена зависимость параметра качества Q-фактор от длины распространения для различного значения избыточности адаптивной модуляции. Как видно из рисунка, для любого расстояния передачи между 1000 и 2000 км (10 и 20 пролётов, соответственно) может быть достигнуто повышение Q-фактора на 1 дБ. Следует также отметить, что использование адаптивного модулятора позволяет увеличить расстояние распространения до 500 км по сравнению с сигналом без кодирования при том же уровне ошибок, близком к пределу прямой коррекции ошибок.

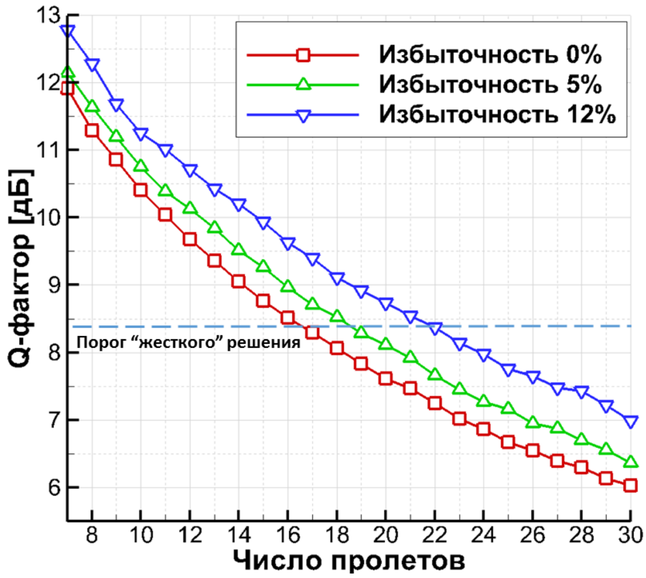


Рисунок 4.12 – Зависимость Q-фактора от длины распространения для различного значения избыточности адаптивной модуляции.

4.2. Улучшенное детектирование оптического сигнала на основе динамических нейронных сетей

В последнее время стали набирать популярность методы машинного обучения. Машинное обучение имеет широкий спектр приложений, и сфера его применения постоянно расширяется. Повсеместная информатизация приводит к накоплению огромных объёмов данных в науке, производстве, бизнесе, транспорте, здравоохранении. Возникающие при этом задачи прогнозирования, управления и принятия решений часто решаются методами машинного обучения.

С недавнего времени машинное обучение стало активно применяться в области волоконно-оптических линий связи [67, 108–110]. Методы машинного обучения предлагают мощные статистические инструменты для разработки адаптивных эквалайзеров, способных компенсировать нелинейные эффекты передачи. В отличие от схем на основе обратного распространения сигнала во время машинного обучения процессы обработки и демодуляции сигналов рассматриваются совместно как проблема классификации, определяемая известной обучающей последовательностью. Это приводит к высокой производительности и значительному сокращению необходимого количества вычислительных шагов. Несмотря на то, что в беспроводных системах передачи данных широко изучались схемы обработки сигналов на основе машинного обучения [111, 112], их применение в канале оптической передачи, характеризующемся большой глубиной памяти и высокой скоростью модуляции, не было должным образом исследовано.

В данном разделе исследуется эффективность схем обработки сигналов и компенсации нелинейных искажений, основанных на многослойных нейронных сетях, представляющих собой частный случай методов машинного обучения. Предложенная в данной работе схема на основе динамической нейронной сети сравнивается с другими методами компенсации нелинейных эффектов.

4.2.1. Схема компенсации нелинейных искажений на основе динамической нейронной сети

Рассматриваемая система передачи данных схематически изображена на рисунке 4.13. Линия связи состоит из передатчика, 10 пролётов многомодового волокна с градиентным профилем показателя преломления с “траншеей” в оболочке по 100 км каждый, эрбиевых оптических усилителей и приемника.

На передатчике формируются 16-QAM сигналы с символьной скоростью $R_s = 32$ ГБод для каждой моды. Для придания формы импульсам используется фильтр с характеристикой типа приподнятый косинус с коэффициентом сглаживания 0.01. Исследования проводились как для одноканальной переда-

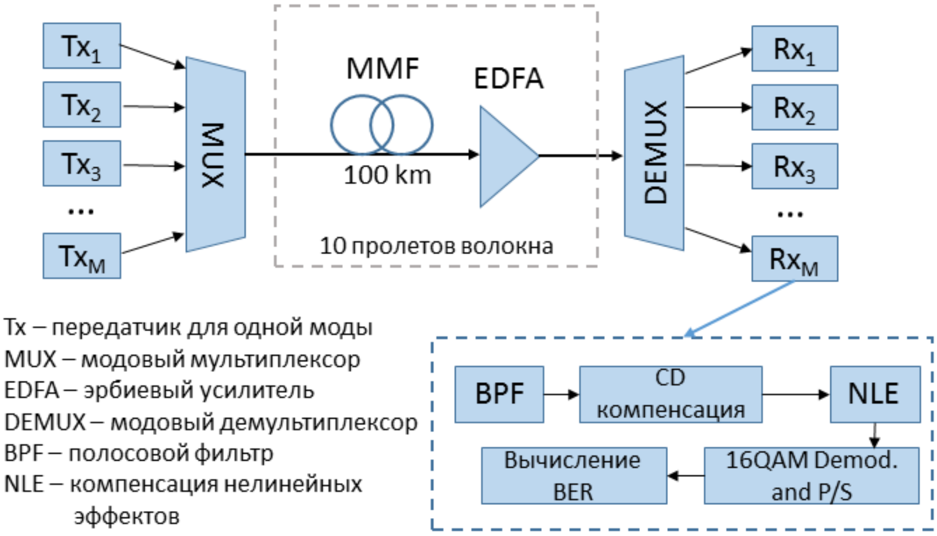


Рисунок 4.13 – Схема исследуемой линии.

чи, так и для передачи сигналов по 5 каналам с использованием технологии спектрального уплотнения каналов (WDM). В случае WDM системы межканальный интервал был равен символьной скорости. В качестве центральной длины волны излучаемой полосы сигнала использовалась $\lambda = 1550$ нм.

Таблица 4.1 – Дифференциальная модовая задержка, дисперсия и эффективная площадь моды для волокна GCCT.

Мода	DMD [пс/км]	D [пс/(км-нм)]	A_{eff} [мк^2]
LP01	0	20.2	129.9
LP11	19.6	20.4	168.7
LP02	35.4	20.5	250.4
LP21	42.6	20.6	224.5

Сгенерированные сигналы затем передавались в канал передачи, который состоял из 10 пролётов 100-километрового многомодового волокна. EDFA с показателем шума $NF = 4.5$ дБ использовались для компенсации потерь каждого пролёта. Для данного исследования использовалось многомодовое волокно с градиентным профилем показателя преломления с “траншеей” в оболочке, описанное в Разделе 3.2. Такое волокно поддерживает распространение девяти пространственных мод, однако для исследования использовались только первые четыре их них (LP01, LP11, LP02, LP21). Дифференциальная модовая задержка (DMD), дисперсия (D) и эффективная площадь моды (A_{eff}) данных мод представлены в Таблице 4.1. Коэффициенты нелинейной связи между рассматриваемыми модами представлены в Таблице 4.2. Кроме того, использовались следующие параметры: потери волокна $\alpha = 0.2$ дБ/км, нелинейность волокна $\gamma = 1.4$ Вт$^{-1}$км$^{-1}$, количество отсчётов на каждый символ $q = 16$. Для исследования нелинейных эффектов рассматривалось распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах в режиме слабой связи мод, описываемое уравнением Манакова (1.4).

Таблица 4.2 – Коэффициенты нелинейной связи между пространственными модами для волокна GCCT.

-	LP01	LP11	LP02	LP21
LP01	1	0.4976	0.5094	0.2483
LP11		0.7547	0.2508	0.3780
LP02			0.5110	0.2511
LP21				0.5692

После передачи по каналу оптические сигналы поступали в приемник, в котором после демультиплексирования мод выполнялась идеальная компенсация групповой задержки и хроматической дисперсии. Для компенсации нелинейных искажений использовались линейная схема компенсации и схемы, основанные на методе обратного распространения сигнала и нейронных сетях. Рассмотренные методы сравниваются между собой на основе коэффициента битовых ошибок или параметра качества Q-фактор (3.1).

Опишем теперь предлагаемую в данной работе схему обработки и компенсации нелинейных эффектов, основанную на нейронной сети. Архитектура такой нейронной сети представлена на рисунке 4.14.

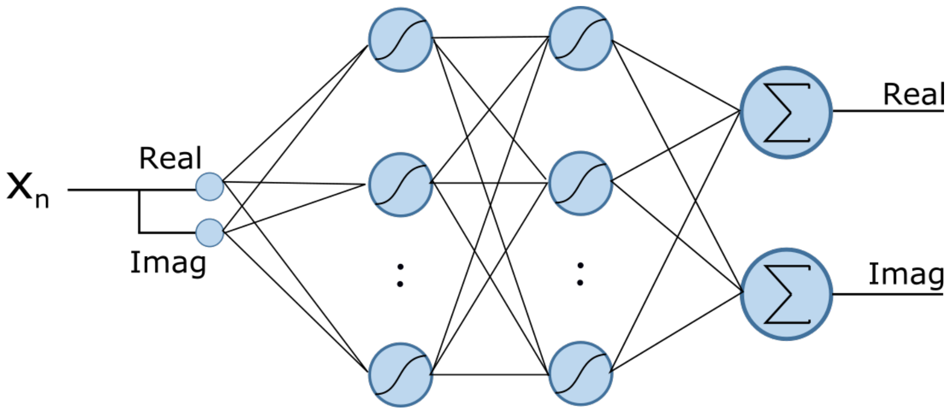


Рисунок 4.14 – Архитектура статической нейронной сети.

На вход в нейронную сеть поступают символы, полученные в приемнике. В отличие от предыдущих подходов [67], в которых для реальной и мнимой части сигнала использовались отдельные нейронные сети, здесь оба компонента сигнала подаются в одну и ту же сеть, значительно уменьшая вычислительную сложность. Затем полученные символы проходят через несколько слоев нейронной сети, на каждом из которых расположено различное число нейронов. Работа отдельного нейрона изображена на рисунке 4.15. То есть каждый нейрон суммирует с некоторыми весами значения нейронов с предыдущего слоя и затем применяет к полученному значению функцию активации f_{act}.

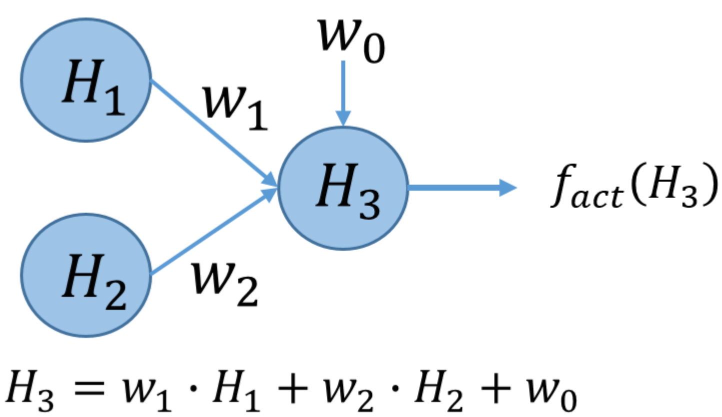


Рисунок 4.15 – Работа одного нейрона.

Для обучения нейронной сети сначала выбирается тренировочный набор, состоящий из символов на выходе и соответствующих им символов на входе. Затем веса нейронной сети подбираются так, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку между предсказанными данными (то есть данными, полученными на выходе из нейронной сети) и истинными значениями данных из тренировочного набора. После обученная полученная нейронная сеть может использоваться для распознавания принятого символа и предсказания символа, отправленного с передатчика.

Однако после распространения сигнала по каналу вследствие влияния дисперсионных эффектов каждый символ выходной последовательности будет зависеть не только от соответствующего символа на входе, но и от предыдущих входных и выходных символов. Данный эффект называется памятью канала [113]. Таким образом, рассмотренная ранее статическая нейронная сеть, которая для предсказания символа на входе использует только соответствующий ему символ на выходе, не будет показывать хорошие результаты, так как не учитывает эффекты памяти канала. Следует отметить, что на сегодняшний день в большинстве исследовательских работ для обработки сигналов и компенсации нелинейных эффектов используются именно статические нейронные сети [67, 110]. Добиться хороших результатов для таких нейронных сетей авторам данных работ позволяет рассмотрение OFDM-систем передачи данных. В таких системах чаще всего используется циклический префикс (Cyclic Prefix – CP), реализация в системе которого позволяет значительно уменьшить влияние символов на соседние.

В данной работе для учёта эффекта памяти канала в схему нейронной сети были добавлены блоки задержки, изображенные на рисунке 4.16. Таким образом нейронная сеть становится динамической [114], так как для предсказания, какой символ был на входе, она использует не только соответствующий символ на выходе, но и ещё несколько предыдущих.

Число нейронов на входном слое исследуемой динамической нейронной сети равно $2(N_{del}+1)$, где N_{del} – количество блоков задержки, используемых для

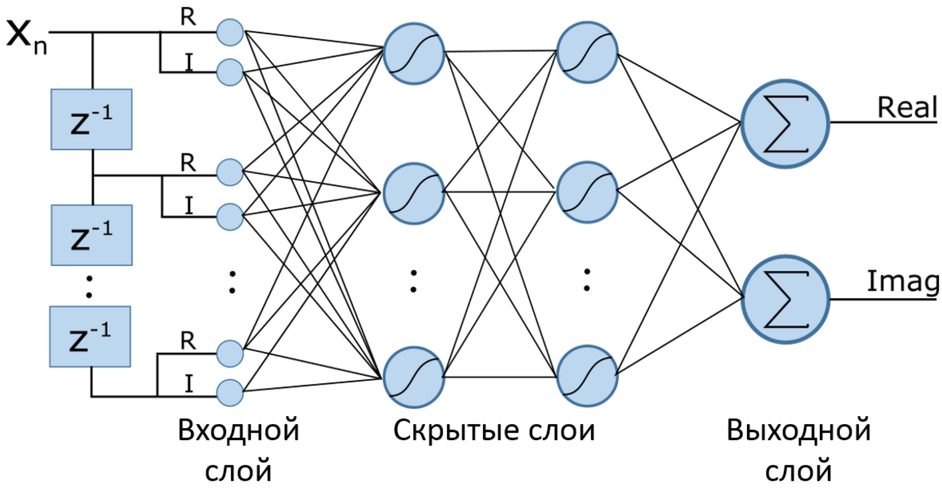
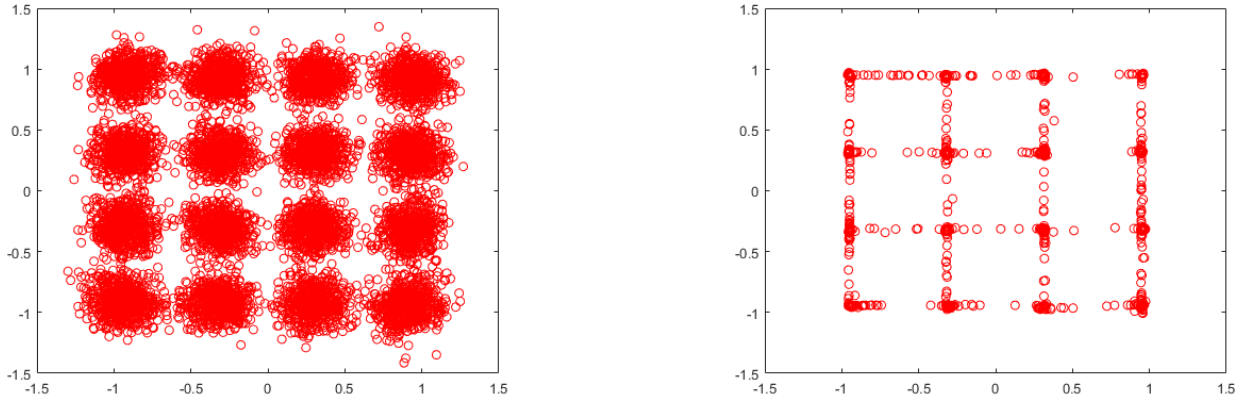


Рисунок 4.16 – Архитектура динамической нейронной сети.

учёта эффекта памяти канала. Сеть также состоит из двух скрытых слоев по 16 нейронов каждый и выходного слоя с двумя нейронами, соответствующими действительной и мнимой части выходного символа. В качестве функции активации на скрытых слоях использовался сигмоид, в то время как на выходном слое использовалась линейная передаточная функция. Для обучения использовался алгоритм обратного распространения Ридмиллера (Riedmiller's Resilient-Back Propagation – RR-BP) [115]. Обученная нейронная сеть использовалась для распознавания принятого символа и предсказания символа, отправленного с передатчика. Для вычисления коэффициента битовых ошибок выполнялось 20 запусков по 2^{18} символов в каждом, из которых 2^{12} символов использовалось для обучения, а остальные для вычисления BER.

На рисунке 4.17 представлены сигнальные созвездия 16-QAM сигналов после компенсации нелинейных эффектов в приемнике с помощью линейной схемы и схемы на основе динамической нейронной сети. Как видно из рисунка, предложенная схема позволяет значительно лучше восстановить принятый оптический сигнал.

Для исследования эффективности предложенной схемы она сравнивалась с линейной схемой компенсации нелинейных искажений, которая восстанавливает только фазу принятого сигнала, и с методом обратного распространения сиг-



(а) (б)

Рисунок 4.17 – Сигнальные созвездия 16-QAM сигналов после компенсации нелинейных эффектов с помощью линейной схемы (а) и динамической нейронной сети (б).

нала (Digital Back-Propagation – DBP), в котором уравнение распространения решается в обратную сторону при использовании 2 шагов по пространственной переменной на каждый пролёт [116, 117].

4.2.2. Результаты применения схемы компенсации нелинейных искажений на основе динамической нейронной сети

Сначала исследовалось влияние длины задержки (количества блоков задержки) на эффективность компенсации нелинейных искажений динамической нейронной сетью. На рисунке 4.18 представлена зависимость коэффициента битовых ошибок от количества блоков задержки для одноканальной передачи по 15, 20 и 25 пролётам. Расчёты для каждой длины распространения выполнялись с использованием предварительно определённой оптимальной мощностью сигнала, соответствующей минимальному BER.

На рисунке 4.18 видно, что при увеличении длины задержки улучшается и качество передачи данных. Однако такое улучшение происходит до определённой точки, после которой коэффициент битовых ошибок не уменьшается при добавлении новых блоков задержки. Данная точка определяет оптимальную длину задержки для конкретной длины линии связи.

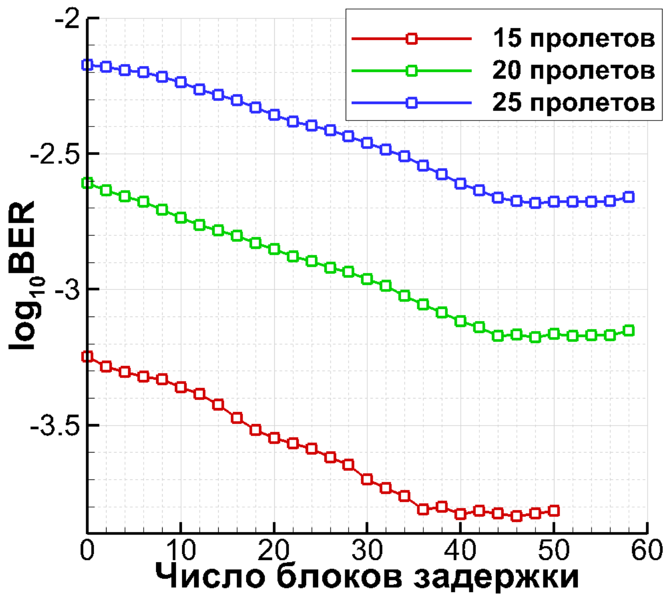


Рисунок 4.18 – Зависимость коэффициента битовых ошибок от количества блоков задержки.

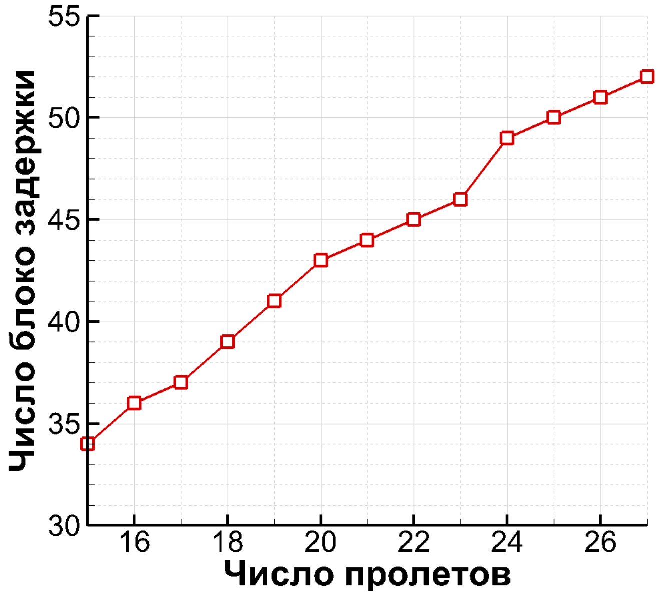


Рисунок 4.19 – Зависимость оптимальной длины задержки от числа используемых пролётов.

Повторяя данный процесс оптимизации для каждой длины распространения, можно определить зависимость оптимальной длины задержки от числа используемых пролётов (рисунок 4.19). Как и предполагалось, длина задержки увеличивается с ростом числа используемых пролётов, поскольку в данном случае увеличивается также и память канала, причём данная зависимость имеет явно линейный характер.

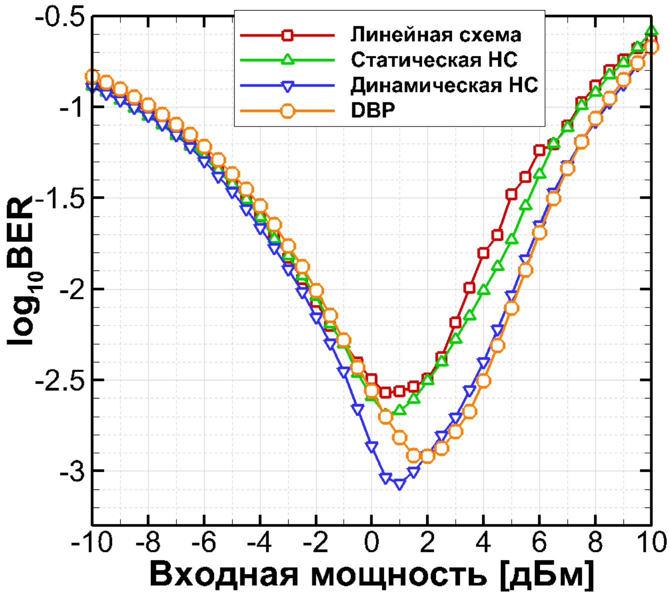


Рисунок 4.20 – Зависимость коэффициента битовых ошибок от мощности начального сигнала для различных схем компенсации нелинейных искажений.

Далее, используя полученные оптимальные значения длины задержки для различного числа пролётов, динамическая нейронная сеть сравнивалась с другими методами компенсации. На рисунке 4.20 представлена зависимость коэффициента битовых ошибок от начальной мощности сигнала для различных схем компенсации нелинейных искажений. Как и ожидалось, система с линейной схемой компенсации показывает худшие результаты. Использование статической нейронной сети (т.е. без блоков задержки) лишь немного улучшает качество передачи данных по сравнению с линейной схемой, так как в данном случае не учитываются эффекты памяти канала. Как видно из данного рисунка, схема, основанная на динамической нейронной сети, превосходит остальные методы компенсации нелинейных искажений, в том числе и наиболее эффективный на сегодняшний день метод обратного распространения с использованием 2 шагов в каждом пролёте.

Здесь следует отметить, что при реализации полноценного метода обратного распространения с количеством шагов, сравнимым с числом, используемым в работе для численных расчётов, данный метод будет превосходить все существующие схемы компенсации нелинейных искажений, так как он будет с высокой точностью решать уравнения распространения в обратную сторону. Однако в силу высокой сложности и отсутствия эффективных вычислительных алгоритмов метод обратного распространения с большим числом шагов не применим в настоящее время для обработки сигналов в реальных системах связи. Поэтому в данной работе рассматривается реализация данного метода, которая вычислительно сопоставима со схемой, основанной на нейронной сети.

На основе кривых с рисунка 4.20 для различного числа используемых пролётов находилась оптимальная мощность, соответствующая минимальному BER. Затем, используя полученные мощности, находилась зависимость параметра качества Q-фактор от длины распространения для различных методов компенсации нелинейных искажений (рисунок 4.21).

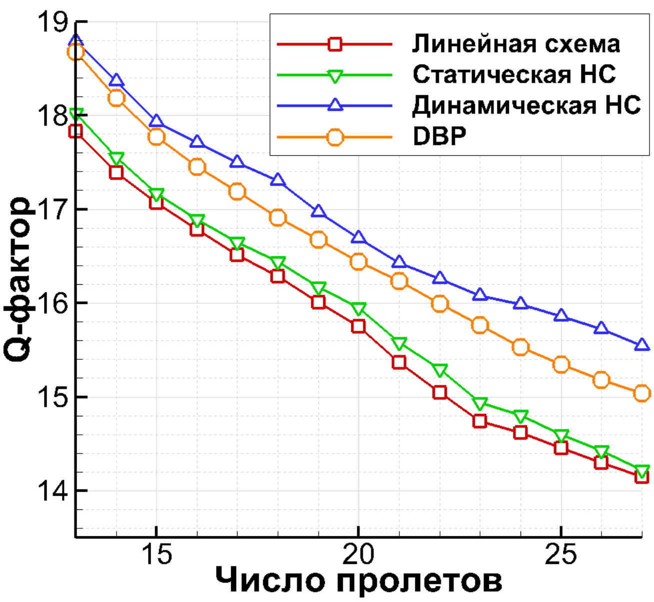


Рисунок 4.21 – Зависимость параметра качества Q-фактор от длины распространения для различных методов компенсации нелинейных искажений.

В данном случае схема на основе динамической нейронной сети с оптимальными длинами задержки обеспечивает улучшение параметра качества Q-фактор до 1.5 дБ по сравнению с линейной схемой компенсации при изменении длины линии связи от 1300 до 2700 км. Данные результаты также превосходят Q-фактор метода обратного распространения сигнала при использовании 2 шагов по пространственной переменной в каждом пролёте.

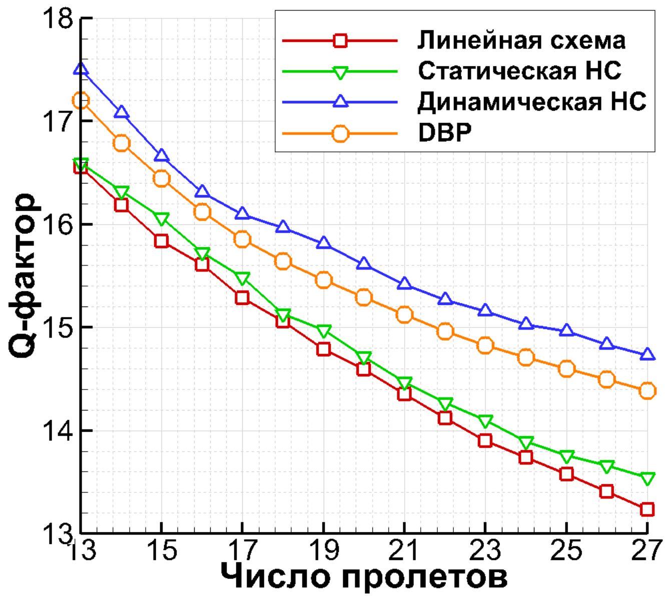
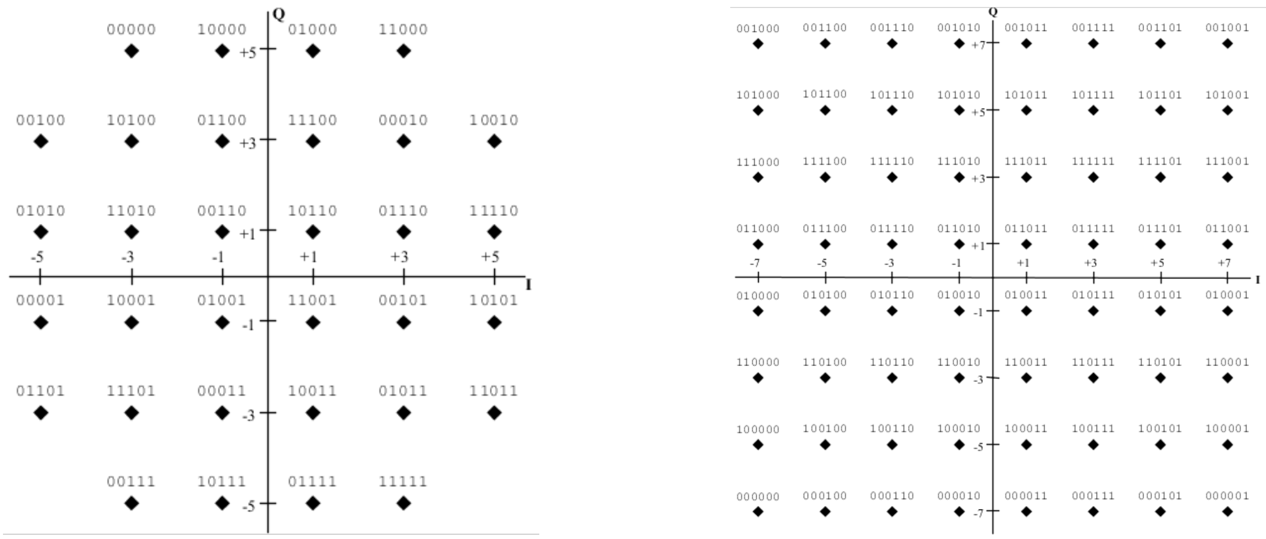


Рисунок 4.22 – Зависимость параметра качества Q-фактор от длины распространения для WDM системы.

Аналогичные выводы можно сделать и для случая WDM системы с 5 каналами (рисунок 4.22). Здесь динамическая нейронная сеть показывает повышение Q-фактора на 1.4 дБ по сравнению с линейной схемой и немного превосходит метод обратного распространения сигнала при использовании 2 шагов в пролёте.



(а) (б)

Рисунок 4.23 – Сигнальные созвездия форматов модуляции 32-QAM (а) и 64-QAM (б).

Эффективность предложенной схемы компенсации нелинейных искажений исследовалась также для других форматов модуляции. Схема на основе динамической сети сравнивалась с линейной схемой компенсации в случае использования 32- и 64-позиционной квадратурной амплитудной модуляции. Сигнальные созвездия данных форматов модуляции изображены на рисунке 4.23. При использовании формата 32-QAM с помощью одного символа кодируется пять битов, а в случае 64-QAM на один символ приходится шесть битов.

На рисунке 4.24 представлена зависимость коэффициента битовых ошибок от длины распространения для одноканальной передачи и в случае передачи сигналов по 5 каналам при использовании формата модуляции 32-QAM. Здесь распространение рассматривается на дистанции значительно меньшие, чем для формата 16-QAM, так как в этом случае некоторые символы будут иметь большую мощность, а значит будут более подвержены нелинейных искажениям. Кроме того, точке сигнального созвездия для формата 32-QAM расположены ближе, что значительно осложняет обработку и демодуляцию принятого сигнала.

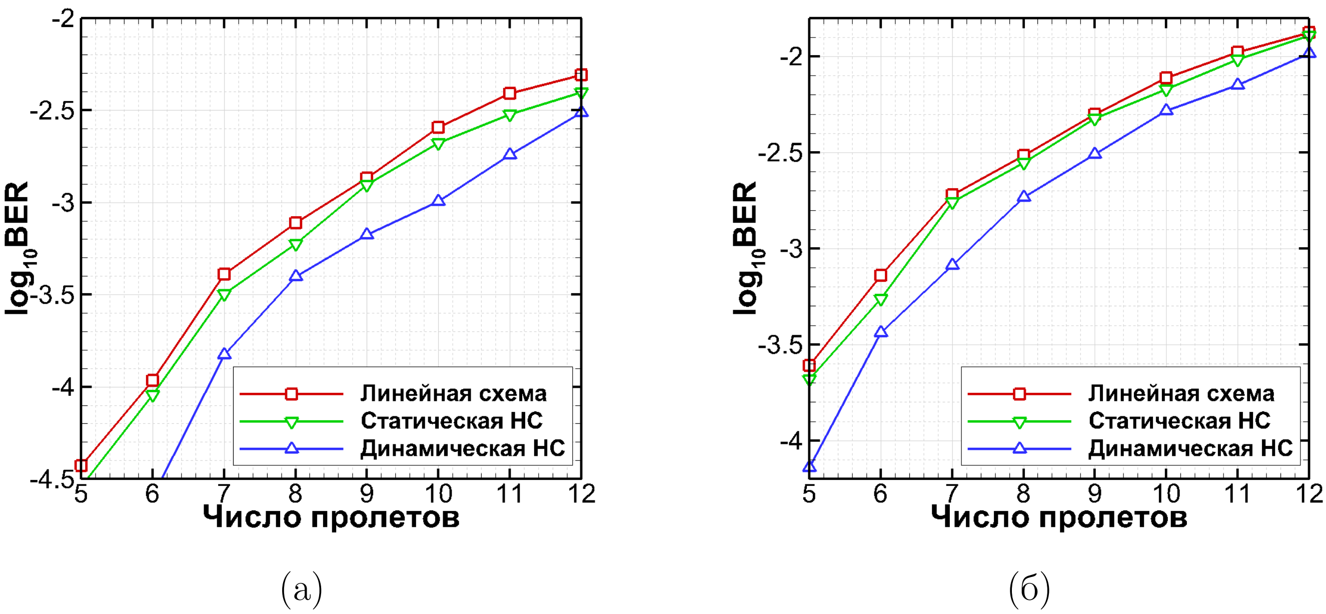
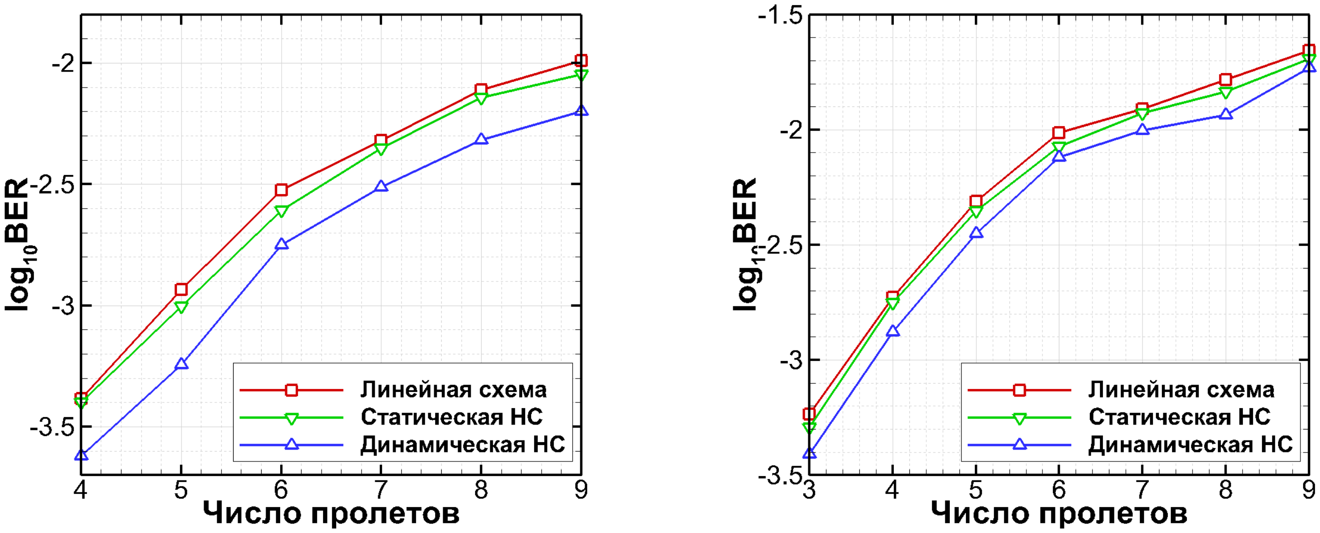


Рисунок 4.24 – Зависимость коэффициента битовых ошибок от длины распространения для одноканальной передачи (а) и передачи по 5 каналам в случае использовании формата 32-QAM.

Как видно из рисунка 4.24, для данного формата схема, основанная на динамической нейронной сети, обеспечивает лучшее качество передачи данных по сравнению с линейной схемой компенсации. Причём коэффициент битовых ошибок уменьшается на 0.64 дБ в случае одноканальной передачи и на 0.53 в случае использования WDM системы.



(а) (б)

Рисунок 4.25 – Зависимость коэффициента битовых ошибок от длины распространения для одноканальной передачи (а) и передачи по 5 каналам в случае использовании формата 64-QAM.

Аналогичные результаты получаются и при передаче данных с использованием формата модуляции 64-QAM (рисунок 4.25). Здесь также динамическая нейронная сеть показывает лучшее качество передачи данных, однако BER уменьшается лишь на 0.31 дБ в случае одноканальной передачи и на 0.18 в случае передачи сигналов по 5 каналам.

Для разработанной схемы компенсации нелинейных эффектов также проводилось исследование количества требуемых операций на один переданный бит. Сложность схемы на основе динамической нейронной сети сравнивалась со сложностью метода обратного распространения сигнала при использовании двух шагов в каждом пролёте.

Для алгоритма DBP сложность на один переданный бит может быть легко оценена в соответствии со следующей формулой [118]:

$$C_{DBP} = N_{St}\left(\frac{N(\log_2 N + 1)q}{(N - N_D + 1)\log_2 M} + q\right) + \frac{4N_D}{\log_2 M}, \tag{4.26}$$

где N_{St} – общее количество шагов по пространственной переменной, N – количество шагов по временной переменной, q – количество отсчётов на символ, M – порядок сигнального созвездия и $N_D = n_s\tau_D/T$, где τ_D соответствует импульсной характеристике дисперсионного канала, а T – длительность символа. В формуле (4.26) первый член соответствует сложности метода расщепления при решении уравнения распространения в обратную сторону, а второй член описывает сложность блока выравнивания во временной области (Time-Domain Equalizer – TDE).

В случае приемника на основе динамической нейронной сети помимо сложности самой нейронной сети необходимо учитывать и сложность блока выравнивания в частотной области (Frequency-Domain Equalizer – FDE), используемого для компенсации хроматической дисперсии. Сложность блока FDE можно найти по следующей формуле:

$$C_{FDE} = \frac{N(\log_2 N + 1)q}{(N - N_D + 1)\log_2 M}. \tag{4.27}$$

Количество операций для одного слоя нейронной сети можно оценить, как $C = n_{prev} \cdot n_{cur}$, где n_{prev} и n_{cur} – количество нейронов на предыдущем и текущем слоях, соответственно. Таким образом, общая сложность динамической нейронной сети вычисляется следующим образом:

$$C_{dNN} = \frac{2(N_{del} + 1) \cdot N_{hid} + N_{hid} \cdot N_{hid} + N_{hid} \cdot 2)}{\log_2 M}, \tag{4.28}$$

где N_{del} – количество блоков задержки, N_{hid} число нейронов в каждом скрытом слое.

На рисунке 4.26 представлено сравнение количества требуемых операций на один переданный бит для метода обратного распространения сигнала при использовании 2 шагов в каждом пролёте и схемы обработки сигнала, основанной на динамической нейронной сети, в зависимости от длины распространения.

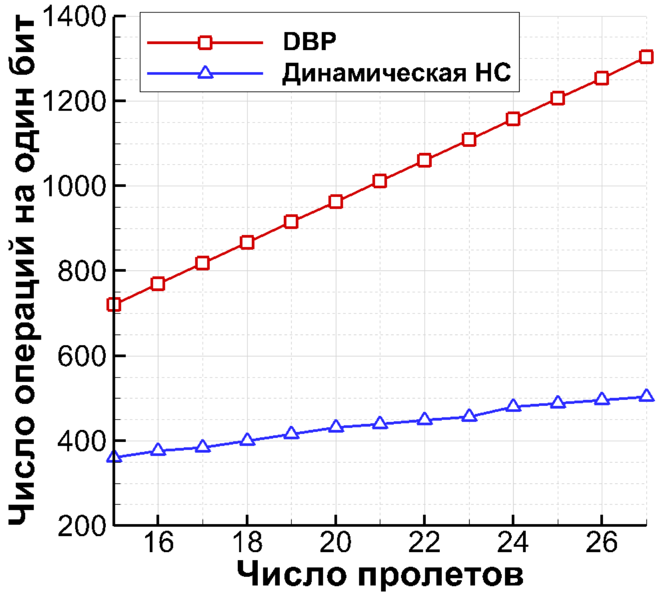


Рисунок 4.26 – Зависимость сложности схемы на основе динамической сети и метода обратного распространения сигнала от числа пролётов.

Как видно из рисунка, помимо того, что схема на основе динамической нейронной сети показывает лучшее качество передачи данных по сравнению с методом обратного распространения сигнала, она также требует значительно меньшего числа операций на один переданный бит. Причём её сложность растёт с гораздо меньшим наклоном при увеличении количества используемых пролётов.

4.3. Заключение по Главе 4

Данная глава посвящена методам компенсации нелинейных искажений в волоконно-оптических линиях связи. Такие методы можно разделить на два типа, отличающихся различными подходами к компенсации нелинейности. К первому типу можно отнести различные форматы модуляции и кодирование, которые формируют сигналы таким образом, чтобы при прохождении по оптическому каналу они были меньше подвержены нелинейным эффектам. Ко второму подходу можно отнести цифровую обработку сигнала, выполняемую в приемнике линии связи и компенсирующую нелинейные искажения путём линейных или нелинейных операций над принятыми символами.

В разделе 4.1 проведен анализ влияния нелинейности на статистику символьных ошибок при передаче 16-QAM сигналов по оптическим линиям связи. Была реализована схема адаптивной модуляции, которая по текущему распределению ошибок изменяет вероятность попадания символов на каждый из кругов сигнального созвездия так, чтобы уменьшить число передаваемых ошибок. Для данной схемы найдена зависимость между степенью снижения коэффициента символьных ошибок и избыточностью в потоке данных. Для схемы адаптивной модуляции продемонстрировано значительное повышение качества передачи данных при увеличении избыточности сообщения. Также показана возможность увеличения дальности распространения сигналов при сохранении того же уровня ошибок в случае использования адаптивного модулятора.

В разделе 4.2 рассмотрены схемы цифровой обработки сигналов, основанные на методах машинного обучения. Была обоснована низкая эффективность компенсации нелинейности схем на основе статических нейронных сетей. С учётом этого была предложена схема обработки оптических сигналов и компенсации нелинейных искажений в приемнике системы связи, основанная на динамических нейронных сетях. Для данной схемы определена зависимость длины задержки от количества пролётов системы связи. Продемонстрировано повышение качества передачи оптических сигналов по сравнению с другими методами компенсации нелинейных искажений в случае использования схемы обработки сигналов на основе динамических нейронных сетей. Аналогичные результаты были получены и для форматов модуляции 32-QAM и 64-QAM. Также было продемонстрировано уменьшение количества требуемых операций на один переданный бит при использовании для компенсации нелинейных искажений динамической нейронной сети по сравнению с методом обратного распространения сигнала при использовании 2 шагов в каждом пролёте.

Заключение

В диссертационной работе с помощью методов математического моделирования исследуется влияние нелинейных эффектов на распространение оптических сигналов в многомодовых волоконно-оптических линиях связи. Стандартное одномодовое волокно в силу различных ограничений уже приближается к пределу своей пропускной способности, поэтому в настоящее время актуальными являются исследования в области технологии пространственного уплотнения каналов, которая позволяет увеличить скорость передачи данных за счёт одновременного распространения сигналов в разных модах или ядрах волокна. За счёт ряда преимуществ SDM системы, основанные на многомодовых волокнах, рассматриваются в качестве наиболее перспективного направления для дальнейшего увеличения пропускной способности оптических сетей. При исследовании влияния нелинейных эффектов рассмотрены два важных случая, представляющие практический интерес, – режимы слабой и сильной связи, распространение сигналов в которых описывается уравнениями Манакова в соответствующей форме.

Для численного решения уравнений распространения использовался симметричный метод расщепления по физическим процессам с использованием преобразования Фурье на линейном шаге. Однако при решении уравнений распространения в промежуточных режимах связи метод расщепления требует больших вычислительных затрат. Поэтому была предложена компактная схема повышенного порядка точности для решения уравнения Манакова с первой производной по времени, не обладающая данным недостатком. Для рассмотренных методов проведены тестовые расчёты и подтвержден порядок точности схем. Кроме того, проведено сравнение времени расчётов компактной схемы повышенного порядка точности и метода расщепления по физическим процессам при решении уравнения распространения в промежуточных режимах связи и продемонстрировано, что компактная схема позволяет значительно сократить время вычислений при использовании большого числа мод.

С помощью математического моделирования было проведено исследование влияния нелинейности на распространение оптических сигналов в многомодовых волокнах в режимах сильной и слабой связи мод. Для системы передачи данных, основанной на ступенчатом волокне, было проведено сравнение режимов сильной и слабой связи мод и показано, что случай слабой связи обеспечивает лучшее качество передачи данных. Также для случая сильной связи мод показано, что увеличение числа задействованных мод приводит к ухудшению качества передачи данных, однако уменьшение параметра качества Q-фактор замедляется для большого числа мод. Кроме того, для ступенчатого волокна продемонстрировано, что сигнал, распространяющийся в моде с малым дисперсионным параметром больше подвержен нелинейным искажениям, и это приводит к ухудшению качества передачи данных.

При исследовании многомодового волокна с градиентным профилем показателя преломления с "траншеей" в оболочке было продемонстрировано, что в режиме слабой связи мод добавление новых мод приводит к увеличению параметра качества Q-фактор, усреднённого по всем пространственным модам. Кроме того, для данного профиля показателя преломления показано, что рост числа используемых мод приводит к ухудшению качества передаваемых данных в моде LP01 в случае, когда сигналы движутся с одинаковыми скоростями.

В данной работе были также исследованы методы компенсации нелинейных искажений в волоконно-оптических линиях связи. Реализована схема адаптивной модуляции в волоконно-оптических линиях связи, которая по текущему распределению ошибок изменяет вероятность попадания символов на каждый из кругов сигнального созвездия так, чтобы уменьшить число передаваемых ошибок. Продемонстрировано повышение качества передачи данных и дальности распространения сигналов при сохранении того же уровня ошибок при увеличении избыточности сообщения в случае использования адаптивного модулятора.

Также была предложена схема обработки оптических сигналов и компенсации нелинейных искажений в приемнике системы связи, основанная на динамических нейронных сетях. Для данной схемы определена зависимость длины задержки от количества пролётов системы связи. Продемонстрировано повышение качества передачи оптических сигналов по сравнению с другими методами компенсации нелинейных искажений в случае использования схемы обработки сигналов на основе динамических нейронных сетей. Показано уменьшение количества требуемых операций на один переданный бит при использовании для компенсации нелинейных искажений динамической нейронной сети по сравнению с методом обратного распространения сигнала при использовании 2 шагов в каждом пролёте.

Список литературы

1. Winzer, P. J. Advanced optical modulation formats / P. J. Winzer, R. J. Essiambre // Proceedings of the IEEE. — 2006. — Vol. 94, No. 5. — P. 952–985.
2. Kao, K. C. Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies / K. C. Kao, G. A. Hockham // Proceedings of the IEE. — 1966. — Vol. 113, No. 7. — P. 1151–1158.
3. High-capacity optical transmission systems / A. H. Gnauck, R. W. Tkach, A. R. Chraplyvy, T. Li // Journal of Lightwave Technology. — 2008. — Vol. 26, No. 9. — P. 1032–1045.
4. 1.1 Tb/s WDM transmission over a 150 km 1.3 μm zero-dispersion single-mode fiber / H. Onaka, H. Miyata, G. Ishikawa et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 1996. — P. PD19.
5. 200 Gbit/s, 100 km time-division-multiplexed optical transmission using supercontinuum pulses with prescaled PLL timing extraction and all-optical demultiplexing / S. Kawanishi, H. Takara, T. Morioka et al. // Electronics Letters. — 1995. — Vol. 31, No. 10. — P. 816–817.
6. Quantum nondemolition detection of optical quadrature amplitudes / M. D Levenson, R. M. Shelby, M. Reid, D. F. Walls // Physical review letters. — 1986. — Vol. 57, No. 20. — P. 2473–2476.
7. Generation and FEC-decoding of a 231.5-Gb/s PDM-OFDM signal with 256-iterative-polar-modulation achieving 11.15-b/s/Hz intrachannel spectral efficiency and 800-km reach / X. Liu, S. Chandrasekhar, T. Lotz et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2012. — P. PDP5B.3.
8. DeLange, O. E. Wide-band optical communication systems: Part II – Frequency-division multiplexing / O. E. DeLange // Proceedings of the IEEE. — 1970. — Vol. 58, No. 10. — P. 1683–1690.
9. Winzer, P. J. Beyond 100G ethernet / P. J. Winzer // IEEE Communications

Magazine. — 2010. — Vol. 48, No. 7. — P. 26–30.

10. 1.4 Tb real-time alien superchannel transport demonstration over 410 km installed fiber link using software reconfigurable DP-16 QAM/QPSK / Y. R. Zhou, K. Smith, R. Payne et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2015. — Vol. 33, No. 3. — P. 639–644.
11. Hill, P. M. Optical polarization division multiplexing at 4 Gb/s / P. M. Hill, R. Olshansky, W. K. Burns // IEEE Photonics Technology Letters. — 1992. — Vol. 4, No. 5. — P. 500–502.
12. Agrell, E. Power-efficient modulation formats in coherent transmission systems / E. Agrell, M. Karlsson // Journal of Lightwave Technology. — 2009. — Vol. 27, No. 22. — P. 5115–5126.
13. 101.7-Tb/s (370×294-Gb/s) PDM-128QAM-OFDM transmission over 3×55-km SSMF using pilot-based phase noise mitigation / D. Qian, M. F. Huang, E. Ip et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2011. — P. PDPB5.
14. High spectral efficiency 400 Gb/s transmission using PDM time-domain hybrid 32-64 QAM and training-assisted carrier recovery / X. Zhou, L. E. Nelson, P. Magill et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2013. — Vol. 31.
15. 12,000 km transmission of 100 GHz spaced, 8x495-Gb/s PDM time-domain hybrid QPSK-8QAM signals / X. Zhou, L. E. Nelson, P. Magill et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2013. — P. OTu2B.4.
16. Capacity limits of optical fiber networks / R. J. Essiambre, G. Kramer, P. J. Winzer et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2010. — Vol. 28, No. 4. — P. 662–701.
17. Winzer, P. Outage calculations for spatially multiplexed fiber links / P. Winzer, G. J. Foschini // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2011. — P. OThO5.
18. Breakthroughs in photonics 2012: Space-division multiplexing in multimode

and multicore fibers for high-capacity optical communication / R. J. Essiambre, R. Ryf, N. K. Fontaine, S. Randel // IEEE Photonics Journal. — 2013. — Vol. 5, No. 2. — P. 0701307.

19. 1.05 Pb/s transmission with 109 b/s/Hz spectral efficiency using hybrid single- and few-mode cores / D. Qian, E. Ip, M. F. Huang et al. // Proceedings of the Frontiers in Optics 2012/Laser Science XXVIII. — 2012. — P. FW6C.3.
20. 2.15 Pb/s transmission using a 22 core homogeneous single-mode multi-core fiber and wideband optical comb / B. J. Puttnam, R. S. Luis, W. Klaus et al. // Proceedings of the European Conference on Optical Communication. — 2015. — P. PDP.3.1.
21. Transmission of 200 Tb/s (375 × 3 × 178.125 Gb/s) PDM-DFTS-OFDM-32QAM super channel over 1 km FMF / M. Luo, Q. Mo, X. Li et al. // Frontiers of Optoelectronics. — 2015. — Vol. 8, No. 4. — P. 394–401.
22. Impact of mode-dependent loss on long-haul transmission systems using few-mode fibers / E. Ip, G. Milione, Y. K. Huang, T. Wang // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2016. — P. W4I.4.
23. 73.7 Tb/s (96 × 3 × 256-Gb/s) mode-division-multiplexed DP-16QAM transmission with inline MM-EDFA / V. A. J. M. Sleiffer, Y. Jung, V. Veljanovski et al. // Optics Express. — 2012. — Vol. 20, No. 26. — P. B428–B438.
24. Сидельников, О. С. Алгоритмы численного моделирования оптических линий связи на основе многомодовых волокон / О. С. Сидельников, М. П. Федорук // Вычислительные технологии. — 2015. — Т. 20, № 5. — С. 105–119.
25. Численное моделирование многомодовых волоконно-оптических линий связи / О. С. Сидельников, С. Сиглетос, Ф. Феррейра, М. П. Федорук // Квантовая электроника. — 2016. — Т. 46, № 1. — С. 70–80.
26. Скидин, А. С. Компенсация нелинейных воздействий на оптический мультиплексированный с ортогональным частотным разделением каналов сиг-

нал с использованием метода адаптивной модуляции / А. С. Скидин, О. С. Сидельников, М. П. Федорук // Квантовая электроника. — 2016. — Т. 46, № 12. — С. 1113–1116.

27. Mitigation of nonlinear transmission effects for OFDM 16-QAM optical signal using adaptive modulation / A. S. Skidin, O. S. Sidelnikov, M. P. Fedoruk, S. K. Turitsyn // Optics Express. — 2016. — Vol. 24, No. 26. — P. 30296–30308.

28. Сидельников, О. С. Нелинейные эффекты при передаче оптического сигнала в многомодовом волокне в режиме слабой связи мод / О. С. Сидельников, А. А. Редюк // Квантовая электроника. — 2017. — Т. 47, № 4. — С. 330–334.

29. Численное моделирование многомодовых волоконно-оптических линий связи / О. С. Сидельников, С. Сиглетос, С. К. Турицын и др. // Тезисы докладов V Всероссийской конференции по волоконной оптике, ВКВО-2015. Пермь. 7-9 октября 2015 г. Москва: Фотон-Экспресс. — 2015. — С. 38–39.

30. Численное моделирование многомодовых волоконно-оптических линий связи / О. С. Сидельников, С. Сиглетос, С. К. Турицын и др. // Тезисы докладов XVI Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Красноярск. 28-30 октября 2015 г. Новосибирск: ИВТ СО РАН. — 2015. — С. 50–51.

31. Численное моделирование многомодовых волоконно-оптических линий связи / О. С. Сидельников, А. А. Редюк, С. К. Турицын, М. П. Федорук // Сборник трудов конференции “Математические и информационные технологии, MIT-2016”. 28-31 августа 2016 г., Врнячка Баня, Сербия; 1-5 сентября 2016 г., Будва, Черногория. — 2016. — С. 95–96.

32. Компенсация нелинейных воздействий на оптический OFDM-сигнал с использованием метода адаптивной модуляции / А. С. Скидин, О. С. Сидельников, С. К. Турицын, М. П. Федорук // Материалы 7-го Российского семинара по волоконным лазерам. Новосибирск. 5-9 сентября 2016 г.

Новосибирск: НГУ. — 2016. — С. 170–171.

33. Sidelnikov, O. S. Mathematical modeling of nonlinear propagation of the signal in the multimode fiber-optic communication lines / O. S. Sidelnikov // Proceedings of the 2nd International Scientific Conference "Science of the Future". Kazan. September 20-23, 2016. Moscow: Inconsult. — 2016. — P. 549–550.
34. Сидельников, О. С. Математическое моделирование многомодовых волоконно-оптических линий связи / О. С. Сидельников, А. А. Редюк // Тезисы докладов XVII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск. 30 октября – 3 ноября 2016 г. Новосибирск: ИВТ СО РАН. — 2016. — С. 67.
35. Schawlow, A. L. Infrared and optical masers / A. L. Schawlow, C. H. Townes // Physical Review. — 1958. — Vol. 112, No. 6. — P. 1940–1949.
36. Maiman, T. H. Stimulated optical radiation in ruby / T. H. Maiman // Nature. — 1960. — Vol. 187, No. 4736. — P. 493–494.
37. Coherent light emission from GaAs junctions / R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley et al. // Physical Review Letters. — 1962. — Vol. 9, No. 9. — P. 366–368.
38. Kao, K.C. Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies / K.C. Kao, G.A. Hockham // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. — 1966. — Vol. 113, No. 7. — P. 1151–1158.
39. Kapron, F. P. Radiation losses in glass optical waveguides / F. P. Kapron, D. B. Keck, R. D. Maurer // Applied Physics Letters. — 1970. — Vol. 17, No. 10. — P. 423–425.
40. Wilhelmi, G. J. An operational 30 channel 2 km fiber optic data transmission system / G. J. Wilhelmi, T. A. Eppes, J. R. Campbell // Proceedings of the society of Photo-Optical Instrumentation Engineers. — 1978. — Vol. 0139. — P. 2–7.

41. Low-threshold tunable CW and Q-switched fibre laser operating at 1.55 μm / R. J. Mears, L. Reekie, S. B. Poole, D. N. Payne // Electronics Letters. — 1986. — Vol. 22, No. 3. — P. 159–160.
42. Ishio, H. Review and status of wavelength-division-multiplexing technology and its application / H. Ishio, J. Minowa, K. Nosu // Journal of Lightwave Technology. — 1984. — Vol. 2, No. 4. — P. 448–463.
43. Multicore optical fiber / S. Iano, T. Sato, S. Sentsui et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication. — 1979. — P. WB1.
44. 2.05 Peta-bit/s super-nyquist-WDM SDM transmission using 9.8-km 6-mode 19-core fiber in full C band / D. Soma, K. Igarashi, Y. Wakayama et al. // Proceedings of the European Conference on Optical Communication. — 2015. — P. PDP3.1.
45. 1.01-Pb/s (12 SDM/222 WDM/456 Gb/s) crosstalk-managed transmission with 91.4-b/s/Hz aggregate spectral efficiency / H. Takara, A. Sano, T. Kobayashi et al. // Proceedings of the European Conference and Exhibition on Optical Communication. — 2012. — P. Th.3.C.1.
46. Agrawal, G. P. Nonlinear Fiber Optics (Fifth Edition) / G. P. Agrawal. — Boston : Academic Press, 2013. — 648 p.
47. Hasegawa, A. Optical solitons in fibers / A. Hasegawa. — Berlin : Springer Berlin Heidelberg, 1989. — 201 p.
48. Mumtaz, S. Nonlinear propagation in multimode and multicore fibers: Generalization of the Manakov equations / S. Mumtaz, R. J. Essiambre, G. P. Agrawal // Journal of Lightwave Technology. — 2013. — Vol. 31, No. 3. — P. 398–406.
49. Mecozzi, A. Nonlinear propagation in multi-mode fibers in the strong coupling regime / A. Mecozzi, C. Antonelli, M. Shtaif // Optics Express. — 2012. — Vol. 20, No. 11. — P. 11673–11678.
50. Taha, T. R. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. II. Numerical, nonlinear Schrodinger equation / T. R. Taha,

M. I. Ablowitz // Journal of Computational Physics. — 1984. — Vol. 55, No. 2. — P. 203–230.

51. Hardm, R. H. Applications of the split-step fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations / R. H. Hardm, F. D. Tappert // SIAM Review Chronicle. — 1973. — Vol. 15. — P. 423.
52. Fisher, R. A. The role of linear dispersion in plane-wave self-phase modulation / R. A. Fisher, W. Bischel // Applied Physics Letters. — 1973. — Vol. 23, No. 12. — P. 661.
53. Cooley, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series / J. W. Cooley, J. W. Tukey // Mathematics of Computation. — 1965. — Vol. 19, No. 90. — P. 297–301.
54. Proakis, J. G. Digital communications / J. G. Proakis, M. Salehi. — Boston : McGraw-Hill, 2008. — 1150 p.
55. Savage, C. A survey of combinatorial Gray codes / C. Savage // SIAM Review. — 1997. — Vol. 39, No. 4. — P. 605–629.
56. Glover, I. Digital communications / I. Glover, P. M. Grant. — Harlow : Prentice Hall, 2010. — 1024 p.
57. Snyder, A. W. Optical Waveguide Theory / A. W. Snyder, J. D. Love. — London : Chapman and Hall, 1983. — 734 p.
58. New analytical results on fiber parametric gain and its effects on ASE noise / A. Carena, V. Curri, R. Guadino et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 1997. — Vol. 9, No. 4. — P. 535–537.
59. Mecozzi, A. Limits to long-haul coherent transmission set by the Kerr nonlinearity and noise of the in-line amplifiers / A. Mecozzi // Journal of Lightwave Technology. — 1994. — Vol. 12, No. 11. — P. 1993–2000.
60. Shenoi, B. A. Introduction to Digital Signal Processing and Filter Design / B. A. Shenoi. — Hoboken : Wiley, 2006. — 423 p.
61. DSP for coherent single-carrier receivers / M. Kuschnerov, F. N. Hauske, K. Piyawanno et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2009. — Vol. 27,

No. 16. — P. 3614–3622.

62. Wang, J. Performance of electrical equalizers in optically amplified OOK and DPSK systems / J. Wang, J. M. Kahn // IEEE Photonics Technology Letters. — 2004. — Vol. 16, No. 5. — P. 1397–1399.
63. Savory, S. J. Digital filters for coherent optical receivers / S. J. Savory // Optics Express. — 2008. — Vol. 16, No. 2. — P. 804–817.
64. An ML-based detector for optical communication in the presence of nonlinear phase noise / A. S. Tan, H. Wymeersch, P. Johannisson et al. // Proceedings of the IEEE International Conference on Communications. — 2011. — P. 1–5.
65. Bilal, S. M. Dual stage carrier phase estimation for 16-QAM systems based on a modified QPSK-partitioning algorithm / S. M. Bilal, G. Bosco // Proceedings of the International Conference on Transparent Optical Networks. — 2013. — P. We.D1.2.
66. Ip, E. Nonlinear compensation using backpropagation for polarization-multiplexed transmission / E. Ip // Journal of Lightwave Technology. — 2010. — Vol. 28, No. 6. — P. 939–951.
67. Artificial neural network nonlinear equalizer for coherent optical OFDM / M. A. Jarajreh, E. Giacoumidis, I. Aldaya et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 2015. — Vol. 27, No. 4. — P. 387–390.
68. Peddanarappagari, K. V. Volterra series transfer function of single-mode fibers / K. V. Peddanarappagari, M. Brandt-Pearce // Journal of Lightwave Technology. — 1997. — Vol. 15, No. 12. — P. 2232–2241.
69. Replacing the soft-decision FEC limit paradigm in the design of optical communication systems / A. Alvarado, E. Agrell, D. Lavery et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2016. — Vol. 34, No. 2. — P. 707–721.
70. Equalizer complexity of mode division multiplexed coherent receivers / B. Inan, B. Spinnler, F. Ferreira et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2012. — P. OW3D.4.
71. Ferreira, F. Design of few-mode fibers with arbitrary and flattened differential

mode delay / F. Ferreira, D. Fonseca, H. Silva // IEEE Photonics Technology Letters. — 2013. — Vol. 25, No. 5. — P. 438–441.

72. Mecozzi, A. Fiber optics communications; Multiplexing; Nonlinear optics, fibers / A. Mecozzi, C. Antonelli, M. Shtaif // Optics Express. — 2012. — Vol. 20, No. 21. — P. 23436–23441.
73. Паасонен, В. И. Компактная диссипативная схема для нелинейного уравнения Шредингера / В. И. Паасонен, М. П. Федорук // Вычислительные технологии. — 2011. — Т. 16, № 6. — С. 68–73.
74. Marcuse, D. Theory of Dielectric Optical Waveguides / D. Marcuse. — Boston : Academic Press, 1991. — 380 p.
75. Ho, K. P. Statistics of group delays in multimode fiber with strong mode coupling / K. P. Ho, J. M. Kahn // Journal of Lightwave Technology. — 2011. — Vol. 29, No. 21. — P. 3119–3128.
76. Rademacher, G. Analytical description of cross-modal nonlinear interaction in mode multiplexed multimode fibers / G. Rademacher, S. Warm, K. Petermann // IEEE Photonics Technology Letters. — 2012. — Vol. 24, No. 21. — P. 1929–1932.
77. Theoretical analysis and numerical simulation of inter-modal four-wave-mixing in few mode fibers / Y. Weng, X. He, Z. Pan et al. // Proceedings of the Wireless and Optical Communication Conference. — 2014. — P. O3.4.
78. 32-bit/s/Hz spectral efficiency WDM transmission over 177-km few-mode fiber / R. Ryf, S. Randel, N. K. Fontaine et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2013. — P. PDP5A.1.
79. Low-differential-mode-group-delay 9-LP-mode fiber / P. Sillard, D. Molin, M. Bigot-Astruc et al. // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2015. — P. M2C.2.
80. Brehler, M. Scaling of nonlinear effects in multimode fibers with the number of propagating modes / M. Brehler, D. Ronnenberg, P. M. Krummrich // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2016. —

P. W4I.3.

81. Rademacher, G. Nonlinear interaction in differential mode delay managed mode-division multiplexed transmission systems / G. Rademacher, S. Warm, K. Petermann // Optics Express. — 2015. — Vol. 23, No. 1. — P. 55–60.
82. Error Vector Magnitude as a performance measure for advanced modulation formats / R. Schmogrow, B. Nebendahl, M. Winter et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 2012. — Vol. 24, No. 1. — P. 61–63.
83. Quality metrics for optical signals: Eye diagram, Q-factor, OSNR, EVM and BER / W. Freude, R. Schmogrow, B. Nebendahl et al. // Proceedings of the International Conference on Transparent Optical Networks. — 2012. — P. Mo.B1.5.
84. Ferreira, F. M. Design of few-mode fibers with M-modes and low differential mode delay / F. M. Ferreira, D. Fonseca, H. J. A. da Silva // Journal of Lightwave Technology. — 2014. — Vol. 32, No. 3. — P. 353–360.
85. Shannon, C. E. A mathematical theory of communication / C. E. Shannon // Bell System Technical Journal. — 1948. — Vol. 27. — P. 379–423.
86. Ellis, A. D. Approaching the non-linear Shannon limit / A. D. Ellis, J. Zhao, D. Cotter // Journal of Lightwave Technology. — 2010. — Vol. 28, No. 4. — P. 423–433.
87. Overcoming Kerr-induced capacity limit in optical fiber transmission / E. Temprana, E. Myslivets, B.P.-P. Kuo et al. // Science. — 2015. — Vol. 348, No. 6242. — P. 1445–1448.
88. Winzer, P. J. Scaling optical fiber networks: Challenges and solutions / P. J. Winzer // Optics and Photonics News. — 2015. — Vol. 26, No. 3. — P. 28–35.
89. Feature issue introduction: Nonlinearity mitigation for coherent transmission systems / M. Karlsson, N. Alic, S. Chandrsekhar, A. Mecozzi // Optics Express. — 2017. — Vol. 25, No. 4. — P. 4552–4553.
90. Smith, B. P. A pragmatic coded modulation scheme for high-spectral-

efficiency fiber-optic communications / B. P. Smith, F. R. Kschischang // Journal of Lightwave Technology. — 2012. — Vol. 30, No. 13. — P. 2047–2053.

91. Rate-adaptive coded modulation for fiber-optic communications / L. Beygi, E. Agrell, J. M. Kahn, M. Karlsson // Journal of Lightwave Technology. — 2014. — Vol. 32, No. 2. — P. 333–343.
92. Constellation shaping for fiber-optic channels with QAM and high spectral efficiency / M. P. Yankov, D. Zibar, K. J. Larsen et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 2014. — Vol. 26, No. 23. — P. 2407–2410.
93. Rice, F. A new algorithm for 16QAM carrier phase estimation using QPSK partitioning / F. Rice, M. Rice, B. Cowley // Digital Signal Processing. — 2002. — Vol. 12, No. 1. — P. 77 – 86.
94. Zhu, L. Nonlinearity compensation using dispersion-folded digital backward propagation / L. Zhu, G. Li // Optics Express. — 2012. — Vol. 20, No. 13. — P. 14362–14370.
95. Sorokina, M. Sparse identification for nonlinear optical communication systems: SINO method / M. Sorokina, S. Sygletos, S. Turitsyn // Optics Express. — 2016. — Vol. 24, No. 26. — P. 30433–30443.
96. Le, S. T. Optimized hybrid QPSK/8QAM for CO-OFDM transmissions / S. T. Le, M. E. McCarthy, S. K. Turitsyn // Proceedings of the International Symposium on Communication Systems, Networks Digital Sign. — 2014. — P. 763–766.
97. Sensitivity gains by mismatched probabilistic shaping for optical communication systems / T. Fehenberger, D. Lavery, R. Maher et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 2016. — Vol. 28, No. 7. — P. 786–789.
98. Armstrong, J. OFDM for optical communications / J. Armstrong // Journal of Lightwave Technology. — 2009. — Vol. 27, No. 3. — P. 189–204.
99. Bao, H. Transmission simulation of coherent optical OFDM signals in WDM systems / H. Bao, W. Shieh // Optics Express. — 2007. — Vol. 15, No. 8. —

P. 4410–4418.

100. Shieh, W. Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Optical Communications / W. Shieh, I. Djordjevic. — London : Academic Press, 2010. — 456 p.
101. Coherent optical 25.8-Gb/s OFDM transmission over 4160-km SSMF / S. L. Jansen, I. Morita, T. C. W. Schenk et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2008. — Vol. 26, No. 1. — P. 6–15.
102. On the effect of FWM in coherent optical OFDM systems / B. Goebel, B. Fesl, L. D. Coelho, N. Hanik // Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference. — 2008. — P. JWA58.
103. Ghost-pulse reduction in 40-Gb/s systems using line coding / B. Vasic, V. S. Rao, I. B. Djordjevic et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 2004. — Vol. 16, No. 7. — P. 1784–1786.
104. Shafarenko, A. Information-theory analysis of skewed coding for suppression of pattern-dependent errors in digital communications / A. Shafarenko, K. S. Turitsyn, S. K. Turitsyn // IEEE Transactions on Communications. — 2007. — Vol. 55, No. 2. — P. 237–241.
105. Shafarenko, A. Weakly-constrained codes for suppression of patterning effects in digital communications / A. Shafarenko, A. Skidin, S. K. Turitsyn // IEEE Transactions on Communications. — 2010. — Vol. 58, No. 10. — P. 2845–2854.
106. Phase noise tolerance study in coherent optical circular QAM transmissions with Viterbi-Viterbi carrier phase estimation / S. O. Zafra, X. Pang, G. Jacobsen et al. // Optics Express. — 2014. — Vol. 22, No. 25. — P. 30579–30585.
107. Winzer, P. J. High-spectral-efficiency optical modulation formats / P. J. Winzer // Journal of Lightwave Technology. — 2012. — Vol. 30, No. 24. — P. 3824–3835.
108. Nonparameter nonlinear phase noise mitigation by using M-ary Support Vec-

tor Machine for coherent optical systems / M. Li, S. Yu, J. Yang et al. // IEEE Photonics Journal. — 2013. — Vol. 5, No. 6. — P. 7800312.

109. Fiber nonlinearity equalizer based on support vector classification for coherent optical OFDM / T. Nguyen, S. Mhatli, E. Giacoumidis et al. // IEEE Photonics Journal. — 2016. — Vol. 8, No. 2. — P. 7802009.

110. Fiber nonlinearity-induced penalty reduction in CO-OFDM by ANN-based nonlinear equalization / E. Giacoumidis, S. T. Le, M. Ghanbarisabagh et al. // Optics Letters. — 2015. — Vol. 40, No. 21. — P. 5113–5116.

111. Applications of machine learning to cognitive radio networks / C. Clancy, J. Hecker, E. Stuntebeck, T. O'Shea // IEEE Wireless Communications. — 2007. — Vol. 14, No. 4. — P. 47–52.

112. Deng, H. SVM-based intrusion detection system for wireless ad hoc networks / H. Deng, Q. Zeng, D. P. Agrawal // Proceedings of the Vehicular Technology Conference. — 2003. — Vol. 3. — P. 2147–2151.

113. Kanal, L. N. Models for channels with memory and their applications to error control / L. N. Kanal, A. R. K. Sastry // Proceedings of the IEEE. — 1978. — Vol. 66, No. 7. — P. 724–744.

114. Yang, H. Dynamic neural network modeling for nonlinear, nonstationary machine tool thermally induced error / H. Yang, J. Ni // International Journal of Machine Tools and Manufacture. — 2005. — Vol. 45, No. 4. — P. 455 – 465.

115. Riedmiller, M. A direct adaptive method for faster backpropagation learning: the RPROP algorithm / M. Riedmiller, H. Braun // Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. — 1993. — Vol. 1. — P. 586–591.

116. Ip, E. Compensation of dispersion and nonlinear impairments using digital backpropagation / E. Ip, J. M. Kahn // Journal of Lightwave Technology. — 2008. — Vol. 26, No. 20. — P. 3416–3425.

117. Rafique, D. Digital back-propagation for spectrally efficient WDM 112

Gbit/s PM m-ary QAM transmission / D. Rafique, J. Zhao, A. D. Ellis // Optics Express. — 2011. — Vol. 19, No. 6. — P. 5219–5224.

118. Reduced complexity digital back-propagation methods for optical communication systems / A. Napoli, Z. Maalej, V. A. J. M. Sleiffer et al. // Journal of Lightwave Technology. — 2014. — Vol. 32, No. 7. — P. 1351–1362.

Приложение А

Свидетельство о регистрации программы № 2016661848

Программный комплекс предназначен для нахождения пространственного распределения мод и вычисления констант распространения всех мод оптического волокна с произвольным профилем показателя преломления. С помощью найденных параметров программный комплекс определяет эффективные площади мод, нелинейные параметры, групповые скорости и дисперсионные параметры всех мод оптического волокна. Реализованные методы могут быть полезны в задачах из области телекоммуникационных технологий (передача сигнала по линиям связи).

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2016661848

Программный комплекс для нахождения параметров мод оптического волокна «MMFModeSolver»

Правообладатель: ***Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук (RU)***

Авторы: ***Сидельников Олег Сергеевич (RU), Редюк Алексей Александрович (RU), Федорук Михаил Петрович (RU)***

Заявка № **2016619347**

Дата поступления **05 сентября 2016 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***24 октября 2016 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев