

# О Т З Ы В

официального оппонента на диссертационную работу Е.А. Воронцовой «Метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и его применение в задачах анализа данных с неопределённостями», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертационная работа Евгении Алексеевны Воронцовой посвящена развитию вычислительных методов негладкой оптимизации, их применению в задачах анализа данных с интервальной неопределённостью, а также приложениям полученных технологий математического моделирования в конкретных экономических задачах.

Предваряя обсуждение работы, должен сказать, что я имею глубокую личную заинтересованность в результатах научной деятельности Е.А. Воронцовой и её научного руководителя Е.А. Нурминского. Дело в том, что основная тематика моих исследовательских интересов — интервальный анализ — является существенно «негладкой» наукой, в которой большинство зависимостей и соотношений носят негладкий, недифференцируемый характер. Это вытекает из формул для интервального умножения — одной из основной операций интервальной арифметики, — в которой концы результирующего интервала определяются минимумами и максимумами из семейства произведений концов операндов. Возникнув на самом базисном уровне, эта негладкость распространяется далее практически на все интервальные конструкции, впрочем, ничуть не мешая различным эффективным приложениям традиционных интервальных методов.

С другой стороны, по мере дальнейшего развития интервального анализа, усложнения и утончения его построений, негладкость интервальных объектов заставила учитывать себя по существу. Именно с учётом негладкости был создан ряд очень эффективных интервальных алгоритмов, к примеру, субдифференциальный метод Ньютона для вычисления формальных решений интервальных линейных уравнений, абсолютно лучший в своём классе. Негладкими являются распознающие функционалы различных множеств решений для интервальных систем уравнений, которые успешно используются для решения разнообразных задач распознавания, коррекции и оценки этих множеств решений (один из них используется в работе Е.А. Воронцовой). Таким образом, интервальному анализу имеет смысл по необходимости обращаться за помощью к негладкому анализу и его численным методам, в частности, прибегать к помощи методов негладкой оптимизации. Впрочем, эта тесная связь работает и в обратном направлении, к общей взаимной пользе: интервальный анализ является важнейшей сферой приложений негладкой оптимизации, а также источником нетривиальных алгоритмических конструкций.

Переходя к содержанию диссертации Е.А. Воронцовой, следует отметить, что её структура по главам естественно соответствует основной триаде специальности, по которой защищается работа: «математическое моделирование — численные методы — комплексы программ». Глава 1 относится к математическому моделированию в

экономике, главы 2 и 3 — к развитию численных методов негладкой оптимизации, а глава 4 — это описание разработанного программного комплекса и обсуждение конкретных численных результатов тестирования алгоритмов и моделирования межотраслевого баланса Приморского края России. Стержнем работы Е.А. Воронцовой является, конечно, негладкая оптимизация и новые перспективные методы отделяющих плоскостей для нахождения минимумов негладких выпуклых функций. Но и в области экономико-математических моделей, и по части комплексов программ соискателем получены новые результаты, оправдывающие выбор популярной специальности 05.13.18 для защиты диссертации.

Известно, что решение интервальной линейной задачи о допусках, возникающей при анализе межотраслевого баланса с неопределённостями, можно редуцировать к специальной системе линейных неравенств и затем воспользоваться, к примеру, популярными и развитыми методами линейного программирования. Но Е.А. Воронцова привлекает для решения задачи о допусках возникший в интервальном анализе метод распознающего функционала. Выбор такого пути решения совершенно оправдывается тем, что распознающий функционал — это специальная функция, в которой в агрегированном виде содержится почти вся информация об интервальной системе уравнений. Работа с ней позволяет в виде, адаптированном к интервальной форме уравнений, получать необходимые сведения о запасе разрешимости, необходимой коррекции задачи, положении точки относительно множества решений и т. п. Таким образом сам процесс решения приобретает больше возможностей и более дружелюбен исходной форме задачи, хотя пока подобный путь ещё не известен широко.

Помимо интервальной линейной задачи о допусках развитие Е.А. Воронцовой технологии применимы к решению задачи распознавания объединённого множества решений для интервальных систем линейных алгебраических уравнений с точечной матрицей. Несмотря на упрощённую постановку, эта задача имеет обширные приложения в методах анализа данных с интервальной неопределённостью, когда входы системы заданы точно, а неопределённости и погрешности присутствуют лишь на входе.

Хорошие численные методы и созданные на их основе программный комплекс, как мне кажется, могут дать в руки экономистов новый инструмент моделирования. Задача, технологию решения которой предлагает работа Е.А. Воронцова, является простой и естественной, хорошо понятной практикам. В связи с этим я осторожно надеюсь на то, что она пойдёт «в массы» и займёт заметное место в инструментарии экономико-математического моделирования. На рубеже 80-90-х годов прошлого столетия автор этих строк по заказу сотрудников экономического факультета Красноярского госуниверситета также рассчитывал межотраслевой баланс Красноярского края по данным с интервальной неопределённостью, решая линейную задачу о допусках методом распознающего функционала. Но это делалось на основе существенно более примитивных численных методов, а также с помощью предыдущих поколений программного обеспечения и вычислительной техники (конкретно, ЭВМ ЕС-1052 в среде ОС ЕС). Опыт того решения был уникальным и потом не воспроизводился. Сейчас же с помощью программ, созданных Е.А. Воронцовой, эти технологии сделаны весьма доступными.

Метод распознающего функционала, который использован Е.А.Воронцовой в диссертационной работе, давно и успешно применяется для решения задач распознавания объединённого и допускового множеств решений интервальных систем уравнений и основанных на них задачах анализа данных с интервальной неопределённостью. Его вычислительной основой до сих пор являлись методы негладкой выпуклой оптимизации, созданные Н.З. Шором и его учениками в Киеве в 60-70-80-е годы прошлого века. Главным образом, это так называемый  $r$ -алгоритм и его модификации (которые используют идею субградиентного спуска с растяжением пространства в направлении разности последовательных субградиентов). В течение десятилетий они в самом деле были лучшими для своих задач. Теперь же, с разработкой методов отделяющих плоскостей и появлением их доступных реализаций возникла возможность опереться также и на них при практическом решении различных интервальных задач. Ясно, что иметь две точки опоры для любой технологии (в данном случае, технологии математического моделирования) всегда лучше, чем одну. Это тем более верно, что методы отделяющих плоскостей работают подчас быстрее.

Существенное замечание у меня по работе одно, но оно серьёзно и носит общий характер. Я полагаю, что Е.А.Воронцова, а также её научный руководитель Е.А.Нурминский, сильно недоработали по части развития русскоязычной научной терминологии, так и не предложив хороший русский эквивалент термину «bundle-методы» для родового названия развиваемых ими алгоритмов негладкой оптимизации. Ссылка на то, что, дескать, «общепринятого русскоязычного названия этих методов пока нет» (стр. 12 и стр. 46 в диссертации), выглядит весьма странной, так как именно Е.А.Нурминский и Е.А.Воронцова являются теми самыми людьми, которые больше других ответственны за создание отечественной терминологии в данной предметной области. Пока же использование в русском тексте частых иностранных вставок смотрится очень невыгодно, как густые вкрапления каких-то инородных тел. По сути, авторы перекалывают на читателя обязанность как-то произносить, использовать и работать с этими чужими терминами в русской научной языковой среде.

Более мелкие замечания.

В строках 3 и 7 на странице 30 следовало бы аккуратнее обозначить скалярное произведение векторов  $\zeta$  и  $u$  в правых частях неравенств либо добавить транспонирование вектора  $\zeta$ , так как в сочетании, которое дано в диссертации, их произведение не имеет смысла.

На стр. 75 Определения 3.1.и 3.2 — это классические определения односторонних производных, и мне совсем непонятно, зачем для них потребовалось вводить какие-то новые обозначения, отличные от тех, что уже существуют в математическом анализе. Эти новые обозначения односторонних производных обладают ещё и тем плохим свойством, что не несут никакого указания на саму функцию, от которой берутся.

В Определении 3.3 на стр. 75 нужно было, очевидно сказать пару слов про точку  $x^*$  («существует такая точка  $x^*$ » или же «функция существенно недифференцируема в точке  $x^*$ »), так как иначе это определение смотрится как «недосформулированное».

Завершая свой отзыв, я хочу выразить убеждение, что диссертационная работа Евгении Алексеевны Воронцовой «Метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и его применение в задачах анализа данных с неопределённостями» является, несмотря на отмеченные выше недостатки, законченным научным исследованием, содержащим новые и оригинальные результаты. Она удовлетворяет всем требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор — Евгения Алексеевна Воронцова — безусловно заслуживает присвоения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
лаборатории анализа и оптимизации нелинейных систем  
Института вычислительных технологий СО РАН



Сергей Петрович Шарый

6 июня 2016 года

Почтовый адрес: Россия, 630090 г. Новосибирск, просп. акад. Лаврентьева, 6  
Федеральное государственное учреждение науки  
Институт вычислительных технологий СО РАН

Электронный адрес: [shary@ict.nsc.ru](mailto:shary@ict.nsc.ru)

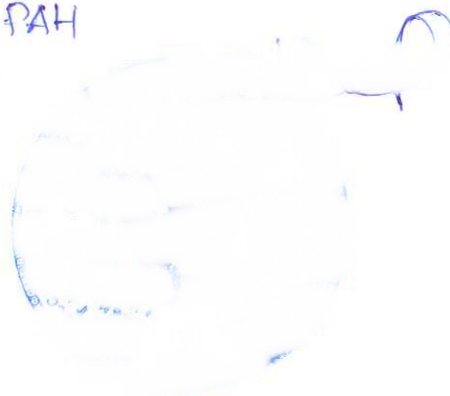
Телефон: +7 (383) 330-86-56

Специальность ВАК — 01.01.07 «вычислительная математика»

Подпись С.П. Шарого удостоверяю

ученый секретарь ЦИТ СО РАН

к.ф.-м.н.



/Есипов Д. В./