

## ОТЗЫВ

официального оппонента, доктора технических наук, профессора Зоркальцева Валерия Ивановича о диссертационной работе Воронцовой Евгении Алексеевны «Метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и его применение в задачах анализа данных с неопределённостями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

### Актуальность темы

Во многих областях математического моделирования и вычислительной математики возникают задачи, представимые в виде безусловной минимизации выпуклой, но не во всех точках дифференцируемой функции. К таким задачам сводятся, в частности, проблемы поиска решений или псевдорешений (с минимальными в каких-то смыслах невязками в случае несовместности ограничений) систем линейных и нелинейных неравенств. В виде таких задач представляются проблемы оценивания параметров систем по избыточным, неточным и противоречивым данным при наличии ограничений в виде неравенств на значения оцениваемых параметров и получаемых из них показателей. Развитие эффективных методов решения задач недифференцируемой оптимизации является очень важным направлением научных исследований, от прогресса в котором существенно зависят успехи во многих областях математического моделирования. Проблема развития методов решения задач недифференцируемой оптимизации является центральным моментом в диссертации Е.А. Воронцовой, что является очень актуальным для современного этапа развития вычислительной математики.

Е.А. Воронцовой выбрано интересное приложение в качестве апробаций разрабатываемых ею методов недифференцируемой оптимизации – интервальные системы линейных уравнений. Результатом математического моделирования различных объектов, в частности, социально-экономических процессов, технологических процессов, часто являются системы линейных алгебраических уравнений. Параметры такой модели (а, следовательно, и коэффициенты системы уравнений) обычно заданы неточно, а лишь приближённо, с некоторой погрешностью. К наименее ограничительным способам представления такой неоднозначности (в общем случае, нестатистической природы) относится интервальное представление данных.

Возникающие при этом задачи и методы их решения исследуются в сравнительно новой, но быстро развивающейся и перспективной отрасли математики — интервальном анализе. В представленной работе проведено исследование методов определения разрешимости линейной задачи о допусках для интервальной модели межотраслевого баланса (модели Леонтьева); сделано практическое применение как разработанных, так и уже существующих методов решения задач интервального анализа; предложены новые численные методы, предназначенные для решения задач выпуклой негладкой оптимизации; разработан комплекс программ для решения ряда задач интервального анализа.

Содержание и область исследований диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18.

### Содержание работы

Диссертация Воронцовой Е.А. общим объёмом 135 страниц текста состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и списка обозначений и сокращений.

Во **введении** автор достаточно подробно обосновал актуальность выбранной темы исследования, сформулировал цели работы и перечислил решаемые в ходе исследования задачи диссертационной работы. Также во введении показана научная новизна работы, присутствует описание теоретической и практической значимости работы, приводится информация об апробации и о соответствии диссертации паспорту научной специальности.

В **первой главе** диссертации приводится полное описание интервальной математической модели «затраты-выпуск» (модели Леонтьева), дана постановка линейной задачи о допусках для этой модели и приводится описание экономического смысла такой постановки линейной задачи о допусках для модели Леонтьева. При использовании выбранного для исследования разрешимости задачи метода распознающего функционала возникает задача максимизации вогнутой недифференцируемой функции.

Особо можно отметить сделанный в **первой главе** достаточно полный обзор по теории и методам решения задач недифференцируемой оптимизации. Этот обзор, полагаю, может стать хорошей составляющей учебного пособия по курсам выпуклого программирования и недифференцируемой оптимизации.

Во **второй главе** диссертации предложен новый эффективный итерационный численный метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями. Метод относится к оракульному типу (или так называемой black-box минимизации), т. е. для его работы нужна только процедура-функция, позволяющая вычислять значения целевой функции и один из субградиентов этой функции для заданного значения аргумента. Метод подробно описан, обоснован, доказана сходимость вырабатываемых

этим методом векторов к оптимальному решению, даются характеристики осуществленной автором программной реализации алгоритма.

Представлены результаты тестирования реализованного метода отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и его сравнение с первым стандартным методом из семейства методов отделяющих плоскостей, без проведения отсечений верхней части надграфика сопряженной функции Лежандра-Фенхеля-Моро для целевой функции решаемой задачи минимизации. Последний метод был предложен ранее Е.А. Нурминским. Сравнение сделано по новой методике — с построением так называемых профилей производительности. Методика применима для наглядного представления результатов тестирования различных численных методов (но впервые она предлагалась для тестирования именно методов оптимизации) на больших сериях задач, поскольку позволяет предсказать, с какой вероятностью один сравниваемый метод окажется лучше другого по различным показателям производительности. Как правило, в качестве таких показателей производительности вычисляется количество обращений к процедуре вычисления значений целевой функции и/или время, необходимое методу для решения задачи с заданной точностью.

**В третьей главе** диссертации представлены результаты разработки эффективного алгоритма одномерной минимизации выпуклых недифференцируемых функций. Этот алгоритм применяется для решения вспомогательной задачи одномерной недифференцируемой минимизации, возникающей в ходе работы метода отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями, на каждой его итерации. Здесь же приведено описание особенностей реализации алгоритма. Проведено сравнительное тестирование данного алгоритма и других известных методов решения задачи одномерной выпуклой минимизации.

**В четвёртой главе** проведено моделирование задачи определения разрешимости интервальной линейной задачи о допусках для экономической модели «затраты-выпуск» Леонтьева. Результатом стало универсальное описание модели задачи на языке моделирования AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming), которое можно использовать для решения определённых задач для интервального уравнения Леонтьева с помощью существующих решающих процедур, в том числе и в режиме онлайн. В **главе 4** также описан созданный в работе программный комплекс. С помощью этого комплекса решены задачи прогнозирования развития региональной экономики (Приморского края).

**В заключении** формулируются основные выводы и результаты, полученные в диссертационной работе.

### **Новизна результатов диссертационной работы**

Результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми, опубликованы в 17 печатных работах, среди которых 3 статьи в журналах из списка, рекомендованного ВАК, и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

Предложен численный метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями, предназначенный для решения задач выпуклой оптимизации недифференцируемых функций.

Предложен новый эффективный алгоритм одномерного поиска для решения задач одномерной минимизации недифференцируемых функций.

Создан оригинальный программный комплекс, предназначенный: 1) для исследования интервальных моделей межотраслевого экономического баланса; 2) выяснения вопроса о разрешимости интервальных систем линейных алгебраических уравнений в частном случае неинтервальной матрицы системы и интервального вектора правых частей; 3) решения задач безусловной выпуклой минимизации недифференцируемых функций.

С помощью разработанного комплекса программ проведены исследования и впервые получены результаты решения задач прогнозирования для интервальной модели межотраслевого экономического баланса Приморского края.

Получены новые результаты сравнительного тестирования методов негладкой оптимизации при решении задач средней и большой размерности. Результаты обработаны по новой методике, основанной на построении профилей производительности.

### **Обоснованность и достоверность полученных результатов**

Обоснованность и достоверность результатов диссертационной работы Воронцовой Е.А. обусловлена строгостью математических доказательств и использованием при получении результатов строгих математических методов, качественным проведением вычислительных экспериментов по сопоставлению разных вычислительных методов. Практические результаты подтверждаются вычислительными экспериментами и совпадением результатов с расчётами, полученными с помощью других численных методов.

### **Практическая значимость диссертации**

Результаты диссертационной работы имеют практическую ценность, которая подтверждается применением разработанного в ходе выполнения исследований комплекса программ для решения актуальных практических задач моделирования экономики региона.

## Замечания по диссертационной работе

По содержанию и оформлению диссертации и автореферата у меня имеются следующие замечания и вопросы:

1. На странице 22 диссертации написано, что матрица коэффициентов прямых производственных затрат в экономической модели Леонтьева имеет размер  $m \times n$ , но в модели Леонтьева матрица квадратная. То же относится и к единичной матрице  $E$  на странице 23. Вместо используемого в диссертации термина «размерность матрицы» более правильно было бы использовать термин «размер матрицы».

2. При описании алгоритма решения вспомогательной задачи проекции вектора на политоп Евгения Алексеевна ссылается на мою статью «Проекция точки на полиэдр». Эта моя статья посвящена изучению свойств и взаимосвязей наименее удаленных точек полиэдра от начала координат при различных определениях понятия близости. В частности, исследовано влияние выбора весов в методе наименьших квадратов на получаемое решение. В этой связи возникает вопрос о том, не целесообразно было бы вводить в рассматриваемую ею задачу весовые коэффициенты, отражающие степень нелинейности (например, через разброс коэффициентов субградиентов) отдельных переменных?

3. На странице 56 диссертации описана  $k$ -я итерация метода отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и происходящие при этом обновления внутренней и внешней аппроксимации надграфика сопряженной функции, а на странице 58 при описании процесса отсечения считается, что номер итерации —  $m$ .

4. На странице 60 в соотношении (2.5) одновременно производятся выкладки, и приводится определение функции  $\varphi$ . Полагаю, лучше было разделить эти два типа операций. Сначала дать определение, а затем делать выкладки-преобразования.

5. На странице 63 диссертации в описании шага 4 алгоритма сказано, что в случае, если задача (2.3) не имеет решения, перейти к шагу 7. А разве задача (2.3) не всегда будет иметь решение?

Сделанные замечания не снижают научной и практической значимости диссертации и не влияют на общую положительную оценку результатов.

## Заключение

Диссертационная работа Воронцовой Е.А. «Метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и его применение в задачах анализа данных с неопределённостями» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является завершённым научно-исследовательским трудом, которое выполнено автором на высоком научном уровне. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Основные результаты диссертации прошли необходимую апробацию на региональных, всероссийских и международных конференциях и достаточно полно представлены в научных публикациях автора.

Диссертация полностью удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Воронцова Евгения Алексеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

**Официальный оппонент:**

Заведующий лабораторией  
методов математического моделирования и  
оптимизации в энергетике № 93  
Института систем энергетики им. Л.А. Мелентьева  
СО РАН,  
д.т.н., профессор

Зоркальцев  
Валерий Иванович

Почтовый адрес: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН  
Телефон: +7 (3952) 42-88-27

Адрес электронной почты: zork@isem.irk.ru

Специальность ВАК 05.13.16 – Применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях

Дата 21.04.2016

Подпись В.И. Зоркальцева заверяю

Ф.И.О.

(М.П.) Должность.

