

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Юшко Олеся Викторовна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СОЛИТОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ СВЯЗИ НА
ОСНОВЕ НОВЫХ ФОРМАТОВ И ТЕХНОЛОГИЙ
ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ**

Специальность 05.13.18 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико–математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук, профессор
Федорук Михаил Петрович

Новосибирск – 2016

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Ограничения скорости передачи данных в нелинейном канале	18
1.1. История развития волоконной оптики	20
1.2. Математические модели и численные алгоритмы	23
1.3. Традиционные волоконно–оптические линии связи	34
1.4. Солитонные волоконно–оптические линии связи	44
1.5. Многоядерные волокна в задачах нелинейной оптики	52
Глава 2. Методы подавления шумовых эффектов в солитонных волоконно-оптических линиях связи	59
2.1. Метод обратного распространения сигнала	61
2.2. Применение оптической фильтрации	67
2.3. Заключение по Главе 2	74
Глава 3. Спектральная эффективность солитонных когерентных оптических линий связи	76
3.1. Оптимизация параметров фазовой модуляции сигнала	77
3.2. Комбинированные форматы модуляции сигнала	85
3.3. Сравнение традиционных и солитонных линий связи	92
3.4. Заключение по Главе 3	95
Глава 4. Солитонная передача данных в многоядерных волокнах	98
4.1. Приближенные аналитические стационарные пространственно-временные решения	100

4.2. Итерационный алгоритм поиска стационарного решения	107
4.3. Анализ численного и приближенного стационарного решения .	109
4.4. Заключение по Главе 4	115
Заключение	116
Список литературы	119
Приложение А	131
Приложение Б	133

Введение

Актуальность темы

Исследование оптоволоконных технологий в настоящее время является одной из наиболее перспективных и актуальных задач из области нелинейной оптики и фотоники. Большой интерес представляют задачи, связанные с использованием оптического волокна для передачи информации.

Оптоволоконные линии связи лидируют на рынке телекоммуникаций, обладая рядом преимуществ по сравнению с линиями электропередач и радиосвязи, такими как низкие потери сигнала, широкий спектр передачи, устойчивость к механическим повреждениям, отсутствие взаимодействия между волоконными кабелями и другие [1]. Именно оптоволоконные технологии обеспечивали экспоненциальный рост скорости передачи информации на протяжении последних 30 лет [2]. В настоящее время волоконно-оптические линии связи являются наиболее востребованным способом передачи информации на дальние расстояния: порядка 10000 км (трансокеанские линии связи), 1000 км (магистральные линии связи). Пропускная способность современных волоконно-оптических линий связи может составлять более 30 Тбит/с, при дальности передачи сигнала на расстояния порядка нескольких тысяч километров [3–6].

Распространенность видео-приложений, цифровых коммуникаций, необходимость быстрой передачи больших объемов данных обуславливает высокий спрос на увеличение пропускной способности линий связи или дальности передачи информации. Увеличения скорости передачи данных можно добиться за счет использования различных технологий, направленных на подавление нежелательных эффектов волокна, приводящих к деградации оптического сигнала. Например, оптической фильтрации для подавления шумов усилителей, современных модулей и чипов для элек-

тронной компенсации дисперсионных эффектов, технологии плотной упаковки спектральных каналов для эффективного использования пропускной полосы оптоволокна, специальных кодов для подавления паттерн-эффектов [7–9]. Тем не менее, волоконные линии связи подходят к пределу своих возможностей. Основным ограничением роста пропускной способности волоконно-оптических линий связи является наличие нелинейных эффектов волокна [10, 11], влияние которых усиливается с ростом мощности сигнала.

Одним из следствий влияния нелинейных эффектов является снижение спектральной эффективности [12, 13] – параметра отношения скорости передачи данных к ширине спектрального канала – при росте мощности сигнала. А также снижение дальности передачи информации. Одним из методов повышения спектральной эффективности является использование солитонов в качестве импульсов, переносящих информацию. Солитон является когерентной устойчивой структурой и не подвержен нелинейным искажениям. Подобный импульс, способный распространяться сохраняя свою форму за счет взаимной компенсации нелинейных и дисперсионных эффектов, идеально подходит для передачи информации в нелинейной среде, то есть в оптическом волокне. Кроме того, когерентность солитона означает сохранение значения фазы вдоль профиля импульса, а значит, солитон подходит для кодировки информации по значению фазы электромагнитного поля.

Повысить спектральную эффективность линий связи также возможно при помощи использования многоядерного волокна. Оно состоит из нескольких стеклянных ядер, расположенных внутри одной оболочки, и является альтернативой параллельной прокладке нескольких стандартных волоконных кабелей [14, 15]. Идея использования подобного пространственного уплотнения ядер возникла еще в 1979-м году, однако именно сейчас она получила широкое развитие, поскольку современные технологии способны обеспечить точность и высокое качество изготовления подобных волокон сложной структуры. Кроме того, использование многоядерного волокна дает простое решение для повышения скорости передачи информации. Современный рекорд по безошибочной скорости передачи данных в

многоядерных волокнах составляет 140 Тбит/с на магистральные расстояния [16] при использовании 7 ядер и нескольких спектральных каналов в каждом ядре.

При моделировании многоядерные волокна описываются системой взаимосвязанных нелинейных уравнений, которая представляет собой сложный объект исследования. Подобные системы уравнений все еще остаются мало изученными. В том числе, одной из важных задач в изучении многоядерных волокон является поиск стационарных решений, которые могут быть использованы в задачах генерации импульсов высокой энергии (исследования в области загрязнения атмосферы) и ультракоротких импульсов (высокоскоростная передача информации, спектральные изображения высокого качества).

Например, параллельное распространение электромагнитных волн по ядрам и взаимодействие между ними способно приводить к полной или частичной перекачке энергии в одно из ядер многоядерного волокна. Подобный эффект — возникновение локализованного по пространству и времени импульса — называют “световой пулей”, которая является пространственным аналогом фундаментального солитона [17, 18]. Подобные импульсы обладают высокой энергией и могут быть использованы в задачах лазерной резки и сварки. Кроме того, в многоядерных волокнах существуют устойчивые режимы распространения, когда в каждом из ядер система импульсов распространяется без перекачки энергии по ядрам. Такие режимы применимы в задачах телекоммуникаций.

Наиболее распространенным методом поиска стационарных решений является итерационный метод Петвиашвили. Однако, он применим только к системам инвариантных уравнений. Для уравнений более общего вида данный метод сойдется к нулевому решению или решению, не являющемуся пространственно–временным солитоном. Разработка новых численных алгоритмов в данной области является актуальной и востребованной задачей.

Поскольку экспериментальные волоконно-оптические линии связи являются дорогостоящим объектом, и, кроме того, проведение экспериментов часто требует значительных временных затрат, в настоящее время в

задачах оптимизации параметров и разработки линий связи широко используется математическое моделирование. С его помощью возможно не только исследование распространения импульсов по волокну, но также и описание приемного и передающего устройства, мультиплексоров, усилительных устройств и других элементов волоконно-оптических линий связи. Математическое моделирование позволяет исследовать механизмы разрушения сигнала по мере распространения по оптоволокну, проводить анализ и оценивать эффективность линий связи.

Таким образом, математическое моделирование и численные методы представляют собой мощный инструмент для решения задач волоконной оптики. Численное моделирование применения солитонных технологий, как в задачах передачи информации по линиям связи, так и в задачах генерации локализованных импульсов, с использованием высокопроизводительных вычислительных комплексов, без сомнения, является сложной и актуальной задачей.

Цели работы: исследование преимуществ применения солитонных технологий в волоконно-оптических линиях связи, а также исследование локализованных стационарных решений формы гиперболического секанса в многоядерных световодах. Разработка и адаптация математических моделей, используемых в исследовании нелинейных искажений сигнала, при его распространении в волоконно-оптических солитонных линиях связи. Создание комплекса программ для моделирования генерации, распространения и детектирования сигнала с фазовой и смешанной (комбинированной) модуляцией. Исследование влияния современных методов обработки сигнала в применении к солитонным линиям связи. Исследование и оптимизация режимов работы солитонных волоконно-оптических линий связи. Поиск стационарных решений системы уравнений, описывающей распространение электромагнитного поля в многоядерных световодах центрально-симметричной структуры. Разработка численного алгоритма для поиска стационарных решений.

Решаемые задачи:

1. Адаптация численных методов и математических моделей, используемых для комплексного изучения солитонных волоконно-оптических линий связи рассматриваемой конфигурации.
2. Разработка комплекса программ для моделирования солитонных оптических линий связи и их элементов, ориентированного на вычисления на высокопроизводительных вычислительных комплексах. В том числе, разработка комплекса программ для моделирования генерации и детектирования импульсов фазовой и комбинированной модуляции.
3. Разработка численного алгоритма для поиска стационарного пространственно-временного солитонного решения системы уравнений, описывающей распространение импульсов в многоядерных световодах радиальной структуры.
4. Исследование метода цифровой обработки сигнала и метода оптической фильтрации в задачах подавления негативных эффектов, возникающих при передаче сигнала на дальние расстояния в солитонных линиях связи.
5. Оптимизация многопараметрических когерентных солитонных линий связи для достижения максимальной спектральной эффективности.
6. Исследование предельных значений дальности и скорости передачи данных в солитонных волоконно-оптических линиях связи.
7. Нахождение аналитического и численного стационарного пространственно-временного решения многоядерных систем радиальной структуры.

Объектом исследования настоящей работы являются солитонные волоконно-оптические линии связи, главными элементами которых являются модулятор, волоконный световод, модуль цифровой обработки и детектор сигнала. Вторым объектом исследования является многоядерное

волокно центрально-симметричной структуры (центральное ядро, окруженное N_c периферическими ядрами). Методология и методы исследования включают комплексный анализ изучения распространения солитонного сигнала по оптоволокну. Для решения поставленных задач использовались методы математического моделирования, математической статистики и вычислительной математики. Динамика распространения сигнала по линии связи описывалась обобщенным нелинейным уравнением Шредингера, для поиска численного решения использовалась симметричная схема метода расщепления по физическим процессам. Для поиска стационарного пространственно-временного солитонного решения был разработан двухуровневый численный итерационный алгоритм. Для оценки качества сигнала использовался статистический параметр ошибки, на основе которого вычислялась максимально возможная протяженность солитонной линии связи. Исследование максимальной скорости передачи данных и других параметров солитонных оптических линий связи проводилось на основе разработанных алгоритмов оценки спектральной эффективности, дисперсии случайных временных и фазовых флуктуаций. Для оценки шумовых эффектов в солитонных линиях связи, таких как случайные флуктуации фазы и положения импульса, использовались методы математической статистики. Для обеспечения достоверного результата расчеты проводились на больших последовательностях импульсов, порядка 10^5 .

Научная новизна и значимость изложенных результатов диссертационной работы:

1. Впервые проведено исследование эффективности применения цифровой обработки сигнала, а также методов оптической фильтрации для подавления временных и фазовых флуктуаций в солитонных когерентных волоконно-оптических линиях связи с использованием распределенного типа усиления.
2. Впервые продемонстрировано, что применение цифровой обработки сигнала (метода обратного распространения) в солитонных линиях связи приводит к снижению величины флуктуаций фазы и положения солитонных импульсов до двух раз.

3. Впервые проведено сравнение методов подавления шумовых эффектов: метода оптической фильтрации и метода цифровой обработки сигнала. Показано, что на магистральных расстояниях распространения применение обоих методов приводит к подавлению флуктуаций фазы и положения солитона в равной степени. Однако на трансокеанских расстояниях применение оптической фильтрации более эффективно вследствие снижения общего количества шума.
4. Впервые проведена оптимизация параметров модуляции в солитонных когерентных линиях связи для фазового и для комбинированного формата модуляции. Создан комплекс программ, предназначенный для кодирования и декодирования сигнала произвольного порядка модуляции.
5. Впервые рассчитана спектральная эффективность и производительность когерентных солитонных волоконно-оптических линий связи. Проведен анализ и сравнение производительности когерентных солитонных и традиционных, дисперсионных линий связи. Показано, что солитонный формат передачи данных позволяет передавать информацию с большей скоростью, либо на большие расстояния.
6. Впервые разработан двухуровневый итерационный численный алгоритм для нахождения стационарного локализованного пространственно-временного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающей распространение электромагнитного поля в многоядерном волокне радиальной структуры.

Теоретическая и практическая значимость работы

До настоящего времени не проводилось исследований солитонных волоконно-оптических линий связи с применением новейших технологий, таких как когерентная передача данных, многоуровневая модуляция сигнала, многоядерные волокна. Такие технологии в сочетании с использованием солитонной передачи данных обладают большим потенциалом, их применение может привести к преодолению современных нелинейных ограничений волоконных линий связи, увеличению дальности и/или скорости передачи информации. Разработанные методы моделирования и программ-

ный комплекс могут быть применены для проектирования, оптимизации и исследования как солитонных, так и традиционных волоконно-оптических линий связи.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении гранта РФФИ «Солитонные технологии в когерентных линиях связи и лазерах» (2014 г), гранта министерства образования и науки РФ 14.25.31.0003 «Физическая платформа нелинейных фотонных технологий и систем», ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2007–2013 гг», гранта «Теоретическое и экспериментальное исследование нелинейных волоконных лазерных систем». Кроме того, работа была поддержана стипендией президента РФ на 2015–2016 гг.

Обоснованность и достоверность представленных в диссертационной работе результатов основывается на согласованности результатов проведённых тестовых расчётов с известными аналитическими решениями, а также с численными результатами, полученными другими авторами.

На защиту выносятся следующие положения, соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»:

пункт 3: “Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий”

1. Двухуровневый итерационный численный алгоритм для нахождения стационарного решения системы уравнений, описывающей распространение импульсов в многоядерном волокне радиальной структуры;

пункт 4: “Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента”

1. Комплекс программ для генерации и детектирования фазово-модулированного сигнала в волоконно-оптических линиях связи. Комплекс позволяет исследовать дискретные форматы модуляции, а также включает непрерывный фазовый формат модуляции, который можно

использовать для оценки максимально достижимой спектральной эффективности;

2. Комплекс программ для генерации и детектирования сигнала комбинированного, спектрально-эффективного формата модуляции. Комплекс позволяет генерировать и декодировать сигнал для любого порядка модуляции по двум параметрам – фазе и положению импульса, а также включает непрерывный двумерный формат модуляции для оценки максимально достижимой спектральной эффективности;
3. Комплекс программ, разработанный для поиска стационарного пространственно-временного солитонного решения в многоядерных волокнах радиальной структуры, разработанный на основе предложенного двухуровневого итерационного алгоритма.

пункт 5: “Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента”

1. Результаты численной оптимизации солитонных волоконно-оптических линий связи по параметрам модуляции сигнала для достижения максимальной спектральной эффективности;
2. Результаты моделирования по сравнению различных методик компенсации флуктуаций фазы и положения сигнала в солитонных когерентных линиях связи: метода цифровой обработки сигнала и метода оптической фильтрации, которые демонстрируют, что применение цифровой обработки сигнала может привести к снижению флуктуаций до 40%, а применение оптической фильтрации — до 4-х раз;
3. Результаты численного моделирования по сравнению производительности и спектральной эффективности традиционных и солитонных волоконно-оптических линий связи в режиме сильного влияния нелинейных эффектов волокна, которые демонстрируют, что солитонные линии связи в сочетании с применением комбинированных форматов модуляции обладают преимуществом в 6 дБ, а значит позволяют передавать информацию на большие расстояния или с большей скоростью.

Личный вклад автора

Представленное исследование является самостоятельной авторской работой. Личный вклад автора состоит в постановке, обсуждении и обосновании решаемых задач, а также в разработке, тестировании и реализации предложенных алгоритмов и компьютерных программ. Весь объем численных расчетов проводился автором лично. Кроме того, автор принимал активное участие в анализе и интерпретации полученных данных, оформлении публикаций в виде научных статей и докладов.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Объем составляет 134 страницы, включая 42 рисунка и 3 таблицы.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность и научная новизна проведенного исследования, указана цель научного исследования и перечислены решаемые задачи. Сформулированы положения, выносимые на защиту. Указаны пункты соответствия паспорту специальности.

В **Главе 1** дано краткое введение в проблематику задачи: представлена основная терминология (когерентная передача данных, формат модуляции, спектральное уплотнение каналов и пр.) и описаны важнейшие этапы развития волоконно-оптических линий связи. Далее, показано негативное влияние нелинейных эффектов в традиционных волоконно-оптических линиях связи и его вклад в разрушение сигнала. Продемонстрировано ограничение спектральной эффективности традиционных линий связи и показана область применения линий связи с использованием компенсации дисперсии. Также описаны основные негативные эффекты в солитонных оптических линиях связи, приводящие к разрушению и искажению сигнала: эффект межсолитонного взаимодействия, эффекты флуктуаций временного положения солитона и его фазы. Кроме того, в главе даны определения основных используемых параметров, на основе которых проводилась оценка и изучение солитонных линий связи. Описаны основные подходы к моделированию передачи сигнала по оптическому волокну, а также широко используемые численные методы. Далее представлены основные направле-

ния исследований многоядерных волокон: поиск стационарных устойчивых решений, применение многоядерных волокон в области телекоммуникационных технологий, генерация световых пульс. Приведены основные подходы к описанию и численному моделированию распространения электромагнитного поля по многоядерному волокну, указаны недостатки существующих моделей.

В **Главе 2** представлено исследование подавления нежелательных шумовых эффектов, возникающих в солитонных волоконно-оптических линиях связи – эффекта Гордона – Хауса и Гордона – Молленауэра – при помощи методов цифровой обработки сигнала, а также при помощи применения оптической фильтрации. Проведена оптимизация применения обоих методов. Показано, что цифровая процедура обратного распространения сигнала не способна полностью восстановить искаженные параметры сигнала. Однако, на магистральных расстояниях распространения метод обратного распространения сигнала может привести к снижению флуктуаций фазы и положения импульсов на 40%. Кроме того, в главе продемонстрированы результаты применения оптической фильтрации в солитонных оптических линиях связи: показано, что применение фильтров и снижение общего уровня шума позволяет снизить величину фазовых и временных флуктуаций и увеличить дальность и скорость передачи информации.

В **Главе 3** представлены результаты исследования когерентных солитонных волоконно-оптических линий связи. Проведена оптимизация параметров импульса и параметров многоканальной линии связи для достижения максимальной спектральной эффективности. Изложены принципы кодирования и декодирования информации с применением фазового формата модуляции и комбинированного формата, когда кодировка информации происходит как по фазе, так и по положению сигнала. Показано, что применение комбинированных форматов модуляции сигнала приводит к увеличению спектральной эффективности. Кроме того, проведено сравнение с традиционными линиями связи: показано, что в области малых мощностей сигнала и небольших расстояний распространения традиционные линии связи обладают лучшими характеристиками передачи сигнала. Тем не менее, в области больших мощностей и расстояний солитонные линии связи

превосходят традиционные по значению спектральной эффективности и производительности.

Глава 4 посвящена исследованию стационарных решений системы уравнений, описывающей распространение электромагнитного поля по многоядерному волокну. Данный тип уравнений подходит для волокон с центрально-осевой симметрией, когда рассматривается центральное ядро, окруженное периферическими ядрами. В модели используется произвольное количество ядер на периферии. Кроме того, для сохранения общности подхода были учтены индивидуальные характеристики волноводов, такие как коэффициенты дисперсии и нелинейности. Было найдено приближенное аналитическое решение системы, а также разработан двухуровневый итерационный алгоритм нахождения численного решения.

Представление работы

Работа была представлена и обсуждалась на объединенном научном семинаре Института вычислительных технологий СО РАН «Информационно-вычислительные технологии (численные методы механики сплошной среды)» № 6/16 под руководством академика РАН Ю. И. Шокина и д.ф.-м.н. В. М. Ковени, а также на IV и V Всероссийской конференции по волоконной оптике (ВКВО-2013 и ВКВО-2015, г. Пермь), XV и XVI Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям (УМ-2014, г. Тюмень и УМ-2015, г. Красноярск), на XI Российском семинаре по волоконным лазерам (г. Новосибирск, 2014) и на семинаре Tyrrhenian International Workshop on Digital Communications (Италия, Флоренция, 2015).

Было получено два свидетельства о регистрации программ для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности.

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Юшко О.В., Наний О.Е., Редюк А.А., Трещиков В.Н., Федорук М.П. Численное моделирование действующих экспериментальных DWDM-линий связи с канальной скоростью 100 Гбит/с // Квантовая электроника, том 45, № 1, стр. 75–77, 2015.

2. Юшко О.В., Редюк А.А. Солитонные линии связи на основе спектрально-эффективных форматов модуляции // Квантовая электроника, том 44, № 6, стр. 606–611, 2014.
3. Yushko O., Redyuk A., Fedoruk M., Blow K.J., Doran N.J., Ellis A.D., Turitsyn S. Timing and phase jitter suppression in coherent soliton transmission // Optics Letters, Vol. 39 (21), P. 6308–6311, 2014.
4. Юшко О.В., Редюк А.А., Федорук М.П., Турицын С.К. Когерентные солитонные линии связи // Журнал теоретической и экспериментальной физики, том 146, № 5, стр. 899–908, 2014.
5. Юшко О.В. Итерационный алгоритм поиска стационарных решений в многоядерных волокнах // Вычислительные технологии, том 4, 2016.

Публикации в трудах международных и всероссийских конференций:

1. Yushko O., Redyuk A., Doran N.J., Blow K.J., Ellis A.D., Fedoruk M.P., Turitsyn S.K. Digital backward propagation in coherent soliton transmission. // Tyrrhenian International workshop on digital Communications, Italy, Florence. – 2015.
2. Юшко О.В., Редюк А.А., Федорук М.П., Турицын С.К. Преимущества солитонной когерентной передачи данных на большие расстояния // Труды Всероссийской конференции по волоконной оптике, Пермь. – 2015. – стр. 36.
3. Юшко О.В. Моделирование шума усилителей в нелинейном режиме распространения оптического сигнала в волоконных линиях связи. // Тезисы докладов XVI Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям, Красноярск. – 2015. – стр. 59.
4. Юшко О.В. Математическое моделирование шумовых эффектов в солитонных волоконно-оптических линиях связи. // Тезисы докладов XV Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям, Тюмень. – 2014. – стр 57.

5. Юшко О.В., Редюк А.А., Федорук М.П., Турицын С.К. Математическое моделирование солитонных волоконно-оптических линий связи // материалы XI Российского семинара по волоконным лазерам, Новосибирск. – 2014. – стр. 107.
6. Юшко О.В., Редюк А.А., Федорук М.П., Турицын С.К. Математическое моделирование солитонных волоконно-оптических линий связи на основе спектрально-эффективных форматов модуляции // Труды Всероссийской конференции по волоконной оптике, Пермь. – 2013. – стр. 102.

Государственная регистрация программ ЭВМ:

1. Юшко О.В., Редюк А.А., Федорук М.П. Свидетельство №2013619513 о государственной регистрации программного комплекса для обработки фазово-модулированных оптических сигналов «DSPO-1», М: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, 2013 г (см. Приложение А).
2. Юшко О.В., Редюк А.А., Федорук М.П. Свидетельство №2015610486 о государственной регистрации программного комплекса моделирования солитонных линий связи «PPMSol-1», М: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, 2015 г (см. Приложение Б).

Глава 1. Ограничения скорости передачи данных в нелинейном канале

Передача информации всегда являлась одной из важнейших и наиболее интересных задач в истории человеческой цивилизации. Сигнальные огни, предвещающие бедствие или атаку врага, использовались с древних времен. Даже в настоящее время подобный способ донести информацию о бедствии остается актуальным. Как и прежде используются сигнальные огни и ракетницы. Настоящим прорывом стало изобретение электромагнитного телеграфа российским ученым Павлом Шиллингом в 1832 году. В сочетании с азбукой Морзе (1837 г.) телеграф приобрел широкое распространение для связи между городами. Такой вид связи обеспечивал скорость передачи данных всего 5 бит/с, что составляет примерно 0.5 буквы в секунду.

Изобретение телефона Александром Беллом в 1876 году стало следующим этапом развития в области телекоммуникационных технологий. Такой метод передачи информации обеспечивал скорость 1000 бит/с или 1 Кбит/с. Кроме того, в отличие от дорогостоящего телеграфа, телефонную связь использовали не только для связи между городами и странами, телефонная связь была доступна и для обычных жителей. Дальнейшее изобретение коаксиального кабеля в 30–40-х годах позволило увеличить полосу пропускания частот, что обеспечивало передачу информации по 600 каналам одновременно и увеличивало скорость передачи данных до 10 Кбит/с.

Подобные линии связи получили широкое распространение, однако, на современном этапе они полностью вытеснены оптоволоконными линиями связи. Интересно отметить, что основной принцип, заложенный в работу волоконно-оптических линий связи – полное внутреннее отражение света – был открыт еще в 1600 году, задолго до появления идеи использовать свет для передачи информации [19]. Помимо этого, идея передачи информации с помощью света также столкнулась с проблемой отсутствия источника световых импульсов и среды для их распространения.

Обе проблемы были решены во второй половине 20-го века. Первый твердотельный лазер был продемонстрирован Т. Мейманом в 1960-м году. Первые волокна были изготовлены также в 1960-х годах, однако, они обладали большим коэффициентом потерь (более 1000 дБ/км) и были непригодны для использования. Тем не менее, уже в 70-х годах ситуация резко изменилась, когда появились оптические волокна с коэффициентом потерь менее 20 дБ/км. Сейчас потери в волокне определяются лишь наличием фундаментальных ограничений, и составляют порядка 0.2 дБ/км. После того, как в 1970-м году удалось пропустить световой луч по оптическому волокну на расстояние порядка 2 км, оптоволоконные линии связи стали объектом активных исследований. Уже через несколько лет расстояние распространения света удалось увеличить до 20 км, а к началу 1980г. — до 200 км. При этом скорость передачи данных возросла на несколько порядков, до нескольких миллиардов бит/с. Кроме того, оказалось, что оптоволоконно обладает и рядом других преимуществ: например, световой сигнал не подвержен действию внешних электромагнитных помех; в отличие от радио сигнала, его невозможно перехватить; материалы, применяемые при изготовлении оптоволоконна имеют малую удельную массу, в отличии от медных проводов.

В настоящее время оптоволоконные линии связи занимают лидирующее положение в области телекоммуникационных технологий, превосходя такие виды связи как беспроводная, спутниковая связь, “витая пара”, коаксиальный кабель, в масштабах от городских до магистральных и трансокеанских сетей. Кроме того, попытки создать линии связи на основе волокна привели и к другим исследованиям и открытиям, таким как вынужденное

комбинационное рассеяние, четырехволновое смешение, фазовая самоодуляция и другие, положив начало новому направлению исследований — нелинейной волновой оптике [20].

1.1. История развития волоконной оптики

Волоконно-оптические линии связи прошли в своем развитии несколько этапов, каждый из которых завершался решением фундаментальной или технической задачи, направленной на увеличение скорости и/или дальности передачи информации. Для начала, рассмотрим основные принципы распространения света по оптическому волокну, в контексте которых отметим основные вехи развития оптических линий связи.

Оптический кабель состоит из нескольких основных элементов: сердцевина, изготовленная из SiO_2 , оболочка и внешнее покрытие. Благодаря ступенчатому изменению показателя преломления между сердцевиной и оболочкой, свет оказывается запертым внутри стеклянной сердцевины (см. рисунок 1). Основными эффектами, возникающими при распространении света по оптическому волокну, являются дисперсия, нелинейность и потери. Дисперсия приводит к уширению импульса при распространении, нелинейность проявляется в искажении спектра сигнала, а вследствие оптических потерь падает мощность сигнала. Световая волна, распространяющаяся в оптическом волокне, называется *модой*. Волокно может поддерживать от одной до нескольких мод: внутри одного волоконного кабеля могут распространяться несколько световых волн, каждая из которых обладает своей частотой.

Первые волоконные световоды были многомодовыми, обладали коэффициентом потерь порядка нескольких дБ/км. Одной из характеристик оптоволоконна является зависимость коэффициента потерь от частоты сигнала. Оптоволоконно характеризуется несколькими “окнами прозрачности” — оптическими диапазонами частот, внутри которых потери минимальны, см. рисунок 2. Полупроводниковые лазеры, служащие источником сигнала на первоначальном этапе развития волоконных линий связи, оперировали на частоте 0.85 мкм — первое окно прозрачности.

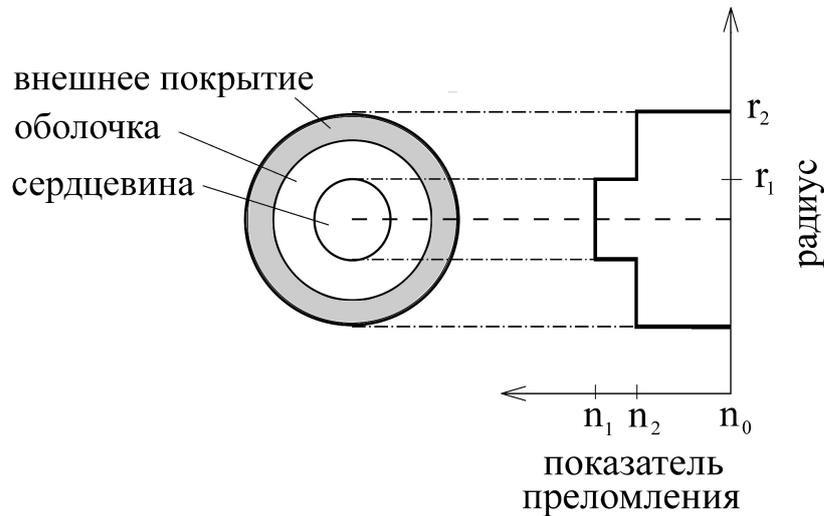


Рисунок 1 — Поперечное сечение оптоволоконного кабеля и профиль показателя преломления.

Однако, первые волоконно-оптические линии связи хотя и обладали преимуществом по сравнению с системами на медных проводах, все-таки не оправдали ожиданий: межмодовая дисперсия и малая пропускная способность ограничивали рост скорости передачи данных. Эта проблема была достаточно быстро решена разработкой многомодовых волоконных световодов с градиентным профилем показателя преломления, которые на порядок увеличили значение пропускной способности и обеспечили скорость передачи данных до 45 Мбит/с.

Следующий этап развития волоконно-оптических линий связи связан с прогрессом в области изготовления оптоволокна: в начале 80-х годов стали доступны волокна с коэффициентом потерь порядка 1 дБ/км, что позволило значительно увеличить протяженность линий связи. Далее, благодаря изготовлению одномодовых волокон удалось исключить влияние межмодовой дисперсии, а благодаря смещению несущей волны в область ИК диапазона (1.55 мкм) удалось снизить коэффициент потерь до 0.2 дБ/км, что привело к росту скорости передачи данных до 2.5 Гбит/с.

Открывшиеся возможности оптических линий связи привели к значительному прогрессу в области систем передачи информации. Объем передаваемого трафика непрерывно увеличивался, стимулируя работы по совершенствованию волоконных систем. Было показано, что увеличению скоро-

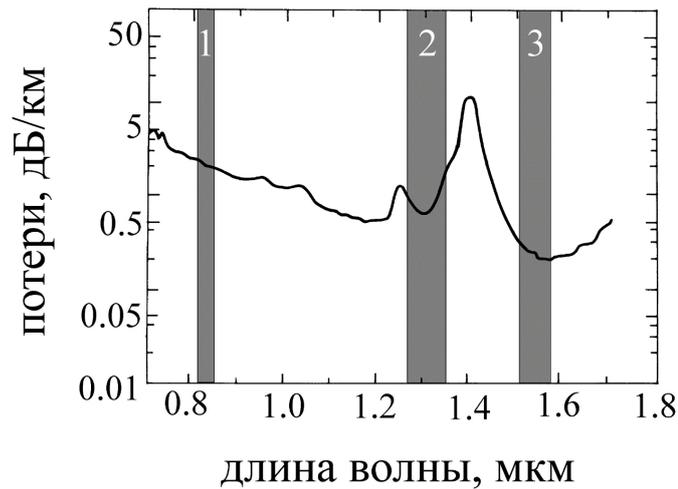


Рисунок 2 — “Окна прозрачности” волокна (1), (2), (3) или зависимость коэффициента потерь от длины несущей волны.

сти и дальности передачи информации препятствует наличие дисперсионных эффектов в волокне. Довольно скоро был предложен выход — оптические волокна с нулевой или смещенной дисперсией. Однако следующим настоящим прорывом стало изобретение оптоволоконных усилителей.

Такие усилители смогли заменить дорогостоящие регенераторы — устройства, которые преобразовывали оптический сигнал в электрический, восстанавливали его форму, а затем формировали оптический сигнал для дальнейшего прохождения по волоконному кабелю. Разработанные в 90-х годах усилители EDFA (*“Erbium Doped Fiber Amplifier”* — усилитель, основанный на использовании легированного эрбием оптического волокна) не только позволили увеличить дальность передачи сигнала, но также позволили передавать сигнал в большем диапазоне частот. Эта возможность привлекла к использованию в волоконных линиях связи систем со спектральным уплотнением каналов [21] — *Wavelength Division Multiplexing, WDM*. В таких системах используется возможность передачи информации на разных длинах волн, то есть в разных частотных каналах. Системы линий связи, использующие и оптическое усиление, и спектральное уплотнение, позволили повысить скорость передачи данных до 100 Гбит/с [22]. Однако, новые технологии открыли ряд новых проблем, связанных с нелинейностью оптоволоконного кабеля. Например, наличие четырехволнового смешения

— появление дополнительных гармоник в спектре, искажающих передаваемый сигнал.

В настоящее время в основе развития оптоволоконных технологий лежит использование нового принципа детектирования сигнала — когерентного детектирования [23–25]. Ранее кодирование информации происходило за счет использования амплитуды сигнала. На современном этапе благодаря когерентному приему сигнала возможно определять не только амплитуду, но и фазу сигнала. Это позволяет кодировать больше информации в одном оптическом импульсе, а значит, увеличивает скорость передачи данных.

1.2. Математические модели и численные алгоритмы

Математическая модель волоконно-оптических линий связи состоит из нескольких блоков, каждый из которых символизирует отдельный элемент. Моделирование происходит поэтапно. Пример наиболее распространенного типа волоконно-оптической линии связи представлен на рисунке 3 (а), рассмотрим поэтапно каждый из изображенных элементов.

На **передатчике** $T(x_i)$ происходит создание последовательности световых импульсов, кодирующих некоторую информацию. Представление информации традиционно задается псевдослучайной последовательностью бит — нулей и единиц. На передатчике генерируется M подобных последовательностей, каждая из которых будет задавать огибающую электромагнитного поля с индивидуальной несущей волной на частоте ω_i . Далее, по некоторому закону битам сопоставляется набор световых импульсов, имеющих определенные свойства и характеристики. Такой закон называется **форматом модуляции**. Свет обладает комплексной, сложной природой и огибающая поля (набор импульсов) будет описываться комплексными числами. Каждый импульс будет иметь действительную и мнимую компоненты. Характеристиками импульса являются пиковая мощность P_0 , ширина на полувысоте T_{FWHM} , ширина T_0 (ширина на уровне мощности в \sqrt{e}

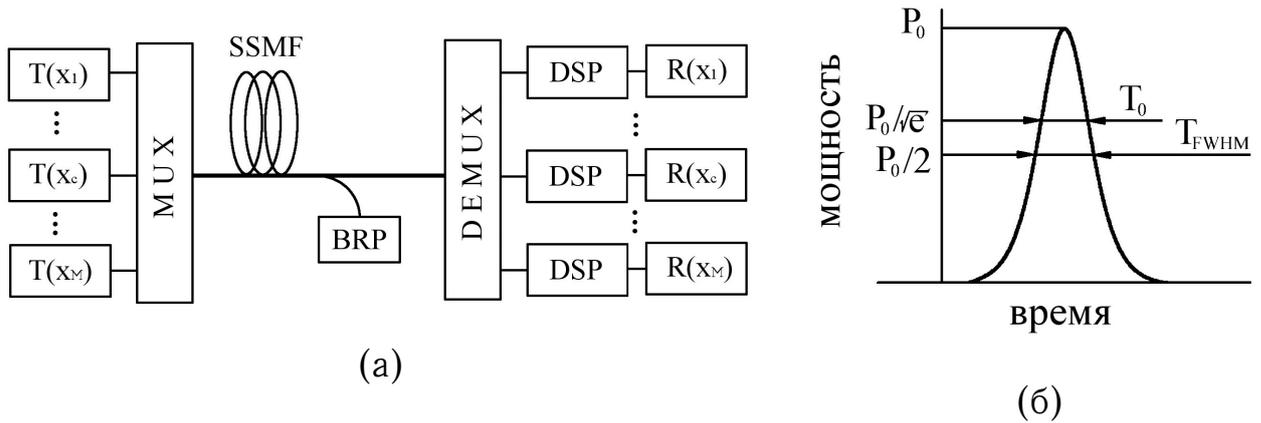


Рисунок 3 — (а) Типичная схема волоконно-оптической линии связи: $T(x_i)$ — модулятор сигнала, MUX — мультиплексор, $SSMF$ — участок оптического волокна, BRP — ВКР-усилитель, $R(x_i)$ — детектор сигнала, DSP — модуль цифровой обработки сигнала; (б) основные параметры светового импульса: пиковая мощность, ширина на полувысоте.

раз меньше пиковой мощности), фаза $\phi = \arctan\left(\frac{Im(A_i)}{Re(A_i)}\right)$ (см. рисунок 3 (б)). Кроме того, расстояние между импульсами постоянно и определяется тактовой частотой лазера. Тактовая частота задает размер символьного интервала T_s — расстояния между пиками соседних импульсов.

Наиболее простым примером формата модуляции сигнала является бинарная амплитудная модуляция ООК — “*On-Off Keying*”, когда единичному биту ставится в соответствие импульс ненулевой амплитуды, а нулевому — отсутствие импульса. На рисунке 4 схематически изображены различные форматы модуляции, в том числе бинарный амплитудный формат ООК на рисунке 4 (а). Огибающая электромагнитного поля (зависимость мощности сигнала от времени) здесь кодирует последовательность битов “0010100011011”: на месте “нулей” мы видим отсутствие импульса, на месте “единиц” — наличие импульса. Значение фазы импульса здесь не играет роли, декодировка такого сигнала будет производиться по мощности. Более сложными форматами модуляции являются когерентные форматы, где для кодировки информации используется фаза импульса. Так, например, бинарный фазовый формат BPSK — “*Binary Phase Shift Keying*”, изображен на рисунке 4 (б): как видно, огибающая поля здесь уже представлена последовательностью импульсов одинаковой мощности. Тем не менее, ну-

ции равен 1, для QPSK — 2. С ростом количества фаз N , используемых для кодирования информации, количество бит, содержащихся в символе растет пропорционально $\log_2 N$.

В обобщенном виде запись n -го импульса может быть представлена следующим образом:

$$E_n(t) = c_n f(t - nT_s), \quad (1)$$

где c_n — коэффициент модуляции, T_s — символьный интервал, $f(\cdot)$ — огибающая поля. Соответственно полная запись огибающей электромагнитного поля, состоящего из N_s символов:

$$E(t) = \sum_{n=0}^{n=N_s} c_n f(t - nT_s). \quad (2)$$

Передатчик может генерировать сигнал на нескольких несущих длин волн — $E^0, E^1, E^2 \dots E^M$ (или нескольких несущих частотах: $\omega_0, \omega_1, \dots \omega_M$). Следующий элемент - **мультиплексор MUX** — суммирует все созданные сигналы на разных длинах волн в один. На рисунке 5 схематически изображена работа мультиплексора. Результирующий сигнал используется как начальная огибающая поля, следующего по оптическому волокну, и математически выражается через следующую сумму:

$$E(0, t) = \sum_{m=0}^{m=M} \exp(i\omega_m t) E^m(t) = \sum_{m=0}^{m=M} \sum_{n=0}^{n=N_s} c_n f(t - nT_s) e^{i\omega_m t}, \quad (3)$$

где M — количество частотных каналов.

Далее сигнал распространяется по оптическому волокну. В общем случае, распространение света будет описываться системой уравнений Максвелла. Однако, было показано, что для задач телекоммуникаций система уравнений Максвелла может быть сведена к уравнению Шредингера, выписанному в приближении медленной огибающей [20, 26]. Представленное далее уравнение Шредингера описывает распространение импульсов шириной более 5 пс. В настоящей работе данное условие не нарушено:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - i\gamma |E|^2 E - \alpha E = 0, \quad (4)$$

где z — пространственная переменная, t — переменная по времени, $E(z, t)$ — комплексная огибающая электромагнитного поля, γ — коэффици-

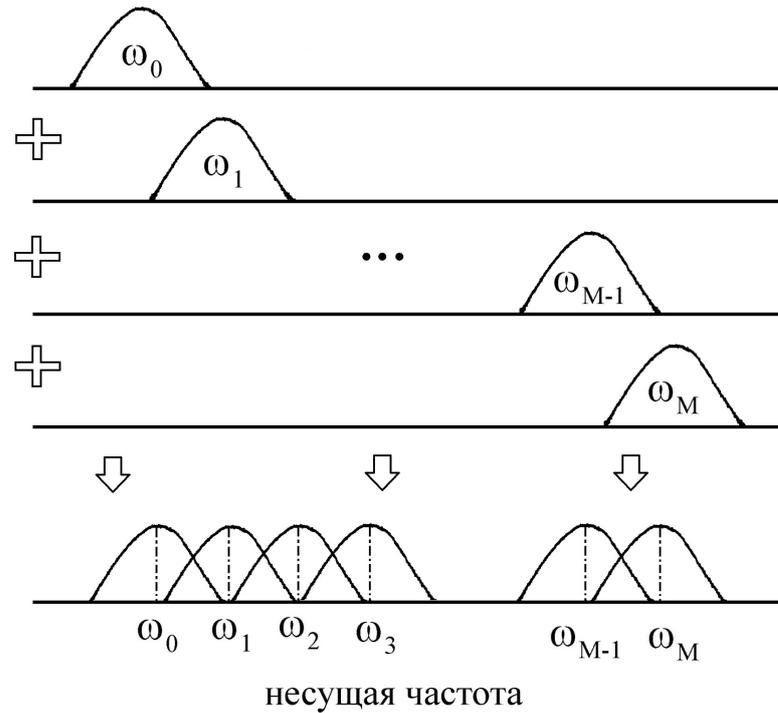


Рисунок 5 — Схематическое изображение принципа работы мультиплексора: суммирование спектров сигнала, сгенерированных на разных частотах ω_m .

ент нелинейности, β_2 — коэффициент дисперсии, α — коэффициент оптических потерь. Такая модель описывает распространение сигнала в среде с потерями. Для подобных линий связи модель включает и присутствие усилителя EDFA, который бы компенсировал потери и вносил в систему шумовую добавку. Однако, в представленной работе рассматривается другой тип усиления, основанный на эффекте вынужденного комбинационного рассеяния (Рамановское или ВКР-усиление) [27–29]. В подобных системах усиление происходит непрерывно на протяжении всей волоконно-оптической линии связи, так что в уравнении (4) член с потерями отсутствует. Тем не менее, Рамановские усилители вносят в систему шумовую добавку, так что итоговое уравнение распространения записывается в виде:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - i\gamma|E|^2 E = iN(z, t), \quad (5)$$

где $N(z, t)$ — член, описывающий шум, добавляемый в систему. Модель шума соответствует модели белого Гауссова шума, согласно многим исследованиям такая модель хорошо описывает генерацию шума в натуральных

экспериментах [10, 30]. Спектральная плотность мощности шума описывается следующим уравнением:

$$N_{ASE} = n_{sp} \hbar \omega_0 \alpha z, \quad (6)$$

n_{sp} — фактор спонтанной эмиссии, \hbar — постоянная Планка, ω_0 — несущая частота, z — расстояние распространения сигнала.

После распространения сигнал поступает на **модуль цифровой обработки сигнала**. Подобные устройства могут представлять собой электронные компенсаторы дисперсии, модули коррекции ошибок или другие устройства [31–34]. В настоящей работе этот модуль представляет собой некоторый чип, электронное устройство на приемнике, выполняющее процедуру обратного распространения сигнала. Здесь происходит моделирование сигнала по линии связи в обратном направлении, то есть с противоположными знаками членов дисперсии и нелинейности. Поскольку процедура электронная, и физического распространения здесь не происходит, шумовая добавка не учитывается. Кроме того, в качестве начального условия здесь используется огибающая поля на приемнике. Моделируется задача:

$$E_r \Big|_{t=0} = E(L, t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E_r}{\partial t^2} + i \gamma |E_r|^2 E_r = 0. \quad (8)$$

Поясним принцип действия процедуры: например, в ходе прямого, физического распространения сигнала происходит дисперсионное уширение импульсов. В ходе применения процедуры обратного распространения сигнала, наоборот, будет происходить сжатие импульсов. Таким образом, используя в качестве начального условия для процедуры обратного распространения сигнала уширенный импульс на детекторе, можно полностью исключить влияние дисперсионных эффектов. Аналогично, возможна компенсация не только дисперсионных, а также и нелинейных эффектов волокна. Данный метод обработки сигнала пока не применим на практике, поскольку требует больших вычислительных мощностей. Однако, представляет собой перспективный метод обработки сигнала на приемнике и является актуальным направлением исследований [35–38].

После этого происходит **демодуляция сигнала (DEMUX)**. Демультимплексор в общем случае представляет собой оптический фильтр, вырезающий из спектра нужные частоты, например, интересующий спектральный канал. После этого возможна оцифровка и декодировка принятого сигнала (**модуль $\mathbf{R(x)}$**), а также его последующая статистическая обработка, например, подсчет ошибочно принятых битов.

Наиболее важным статистическим параметром ошибки является *BER* — “*Bit Error Rate*”. *BER* вычисляется как отношение ошибочно принятых битов к общему числу переданных битов. На современном этапе, с использованием методов коррекции ошибок, уровень $BER = 2 \cdot 10^{-2}$ соответствует безошибочной передаче информации. Так, для достоверной оценки *BER* необходимо в каждом расчете учитывать распространение по крайней мере 10^5 бит.

Однако, проведение расчетов большой статистики не всегда оправдано: для получения быстрой оценки и экономии времени довольно часто используются другие статистические параметры. Одним из них является параметр ошибки *EVM* — *Error Vector Magnitude*, показывающий, насколько мощность импульса на детекторе отличается от мощности импульса на передатчике:

$$EVM = \frac{1}{N_s} \sum_0^{N_s} \frac{|E_{Rx,i} - E_{Tx,i}|}{|E_{Tx,i}|}, \quad (9)$$

где $E_{Rx,i}$ — значение амплитуды i -го сигнала на детекторе, взятое в середине символьного интервала, $E_{Tx,i}$ — аналогичное значение на передатчике. Для фиксированных форматов модуляции каждому значению *EVM* возможно сопоставить значение параметра *BER* [39, 40].

Кроме того, одним из важнейших параметров системы является параметр *SNR* (*Signal to Noise Ratio*) — параметр отношения сигнал/шум. Представим, что распространение идет по линии без влияния дисперсионных и нелинейных эффектов, и учитывается лишь накопление шума. Логично, что с увеличением мощности сигнала влияние шума уменьшается, искажения сигнала становятся менее значительны, следовательно, значение параметра *BER* падает. Эта зависимость изображена на рисунке 6.

Кроме того, на рисунке показано, что при увеличении порядка модуляции сигнала, для достижения того же уровня ошибки BER необходим сигнал большей мощности. Легко понять этот эффект, если рассмотреть конкретный пример: пусть по шумовой линии распространяется сигнал модуляции BPSK. С ростом уровня шума фаза такого сигнала может исказиться значительно (например, на $\pm\frac{\pi}{4}$), но не смотря на это передача сигнала будет оставаться безошибочной, поскольку искажение фазы до значения альтернативного значения фазы невозможно. С другой стороны, с таким же уровнем шума искажения 16-PSK сигнала будут намного значительнее: существует вероятность искажения фазы до значения двух соседних фаз. Таким образом, значение параметра BER увеличивается.

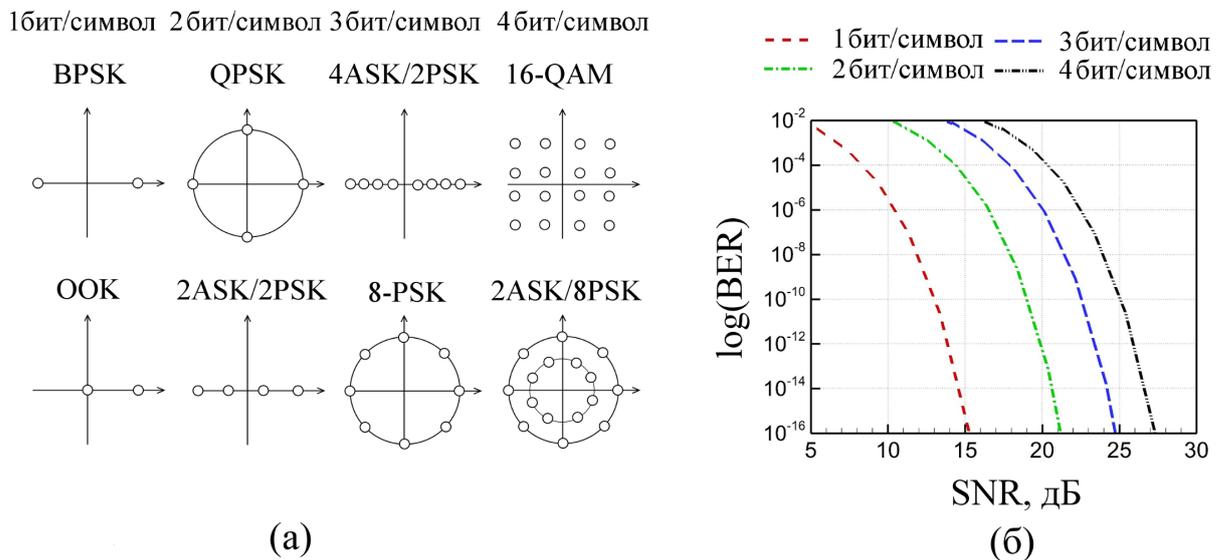


Рисунок 6 — (а) Различные форматы модуляции сигнала (б) зависимость коэффициента ошибки BER от значения параметра SNR .

Параметр SNR задается соотношением:

$$SNR = 10 \log \left(1 + \frac{2B_{ref} P_0}{R_s P_N} \right), \quad (10)$$

где B_{ref} — референсная полоса частот, $R_s = 1/T_s$ — символьная скорость передачи данных, P_N — мощность накопленного шума.

При использовании форматов модуляции более высоких порядков скорость передачи данных растет. Однако, для осуществления безошибочной передачи информации необходимо генерировать сигнал более высокой

мощности, что в традиционных линиях связи способно привести к росту нелинейных искажений сигнала.

Итак, распространение сигнала по оптическому волокну описывается нелинейным уравнением Шредингера. В частных случаях возможно выписать его аналитическое решение. Например, хорошо известно, что импульс формы $sech(t, z) \exp(\frac{iz}{2})$ — фундаментальный солитон [20] — является частным решением нелинейного уравнения Шредингера. Однако, для передачи информации по оптоволокну используется не один импульс, а последовательность, каждый из которых, в общем случае, будет обладать различным набором параметров. Последовательность импульсов уже не будет являться решением уравнения Шредингера, поэтому не существует теории, полностью описывающей нелинейный оптический канал. Поэтому, для решения подобных задач широко применяются численные методы.

Таха и Абловиц [41] провели сравнительный анализ различных численных методов, использующихся для решения нелинейного уравнения Шредингера, такие как: классический метод, неявный-явный метод, неявную схему Кранка-Николсон, схему Абловица-Ладика, метод расщепления по физическим процессам и другие. На задаче о распространении солитона различной мощности, а также задаче о столкновении двух солитонов, было показано, что метод расщепления является оптимальным для решения задач нелинейной волновой оптики, как обладающий достаточной точностью и быстротой счета. После исследования [41] метод расщепления стал широко применим в моделировании различных задач фотоники и оптики [42–45].

Для численного решения уравнения (5) в диссертационной работе была использована симметричная схема метода расщепления по физическим процессам [20, 46, 47].

Рассмотрим уравнение (5) в отсутствии влияния шума и перепишем его в операторном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial z} &= (\hat{D} + \hat{N})E, \\ \hat{D} &= -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \hat{N} = i\gamma|E|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где \hat{D} и \hat{N} — дисперсионный (линейный) и нелинейный оператор соответственно.

В световоде дисперсионный и нелинейный операторы действуют совместно. Однако, метод расщепления основан на предположении, что при достаточно малых численных шагах действие операторов можно учитывать поочередно. Таким образом, на численном шаге h поочередно решается линейная и нелинейная задачи, причем решение первой используется в качестве начальных данных для решения второй. Такой подход может быть реализован за счет использования решающего оператора $\psi_n(h) = \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N})$, решение будет иметь вид:

$$E(z + h, T) \approx \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N}) E(z, T), \quad (12)$$

где оператор $\exp(h\hat{D})$ может быть рассчитан при помощи преобразования Фурье:

$$\exp(h\hat{D})B(z, T) = F_T^{-1} \exp \left[h\hat{D}(i\omega) \right] F_T B(z, T). \quad (13)$$

Рассмотренный подход порождает ошибку расщепления вследствие некоммутативности операторов \hat{D} и \hat{N} . Чтобы оценить точность метода расщепления по физическим процессам, заметим, что точное решение уравнения выписывается в виде:

$$E(z + h, T) = \exp(h(\hat{D} + \hat{N}))E(z, T). \quad (14)$$

Согласно формуле Бейкера-Хаусдорфа для двух некоммутативных операторов разница между решениями (12) и (14):

$$\exp(\hat{a}) \exp(\hat{b}) = \exp \left(\hat{a} + \hat{b} + \frac{1}{2}[\hat{a}, \hat{b}] + \frac{1}{12}[\hat{a} - \hat{b}, [\hat{a}, \hat{b}]] + \dots \right), \quad (15)$$

где $[\hat{a}, \hat{b}] = \hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{a}$. Таким образом, видно, что основной вклад в локальную ошибку метода дает член вида $\frac{1}{2}h^2[\hat{D}, \hat{N}]$.

Повысить точность метода расщепления можно при помощи использования решающего оператора вида:

$$\psi_2(h) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp(h\hat{N}) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right). \quad (16)$$

За счет симметричного вида формулы (16) данный метод получил название симметричной схемы. Он обладает вторым порядком точности: глобальная ошибка второго порядка и локальная — третьего.

В рассматриваемом уравнении (5) присутствует шумовой член $N(z, t)$. Поскольку в модели предполагается непрерывное усиление сигнала, то и шум в систему добавляется “непрерывно” — после каждого шага dz по пространству. Далее выпишем пошаговый численный алгоритм решения уравнения:

1. На первом численном полушаге $h/2$ учитывается половина вклада дисперсионных эффектов (делается половина шага по пространству $h/2$). Решается уравнение:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \hat{D}E \quad (17)$$

Данное уравнение имеет точное решение в частотной области. Для его нахождения необходимо сделать переход в ω -пространство, которое в настоящей работе выполнено при помощи быстрого преобразования Фурье. Таким образом, решение будет выписано в виде:

$$\tilde{E}_1(z + \frac{h}{2}, \omega) = \tilde{E}(z, \omega) \exp \left[\frac{i\beta_2 \omega^2 z}{2} \right]. \quad (18)$$

2. Затем учитывается влияние нелинейных эффектов за весь шаг по пространству h , решается задача:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\gamma |E|^2 E. \quad (19)$$

Обратим внимание, что здесь в качестве начального условия уже используется решение, полученное на предыдущем полушаге E_1 . Решение уравнения возможно выписать во временной области:

$$E_2(z + h, t) = E_1(z, t) \exp(-i\gamma |E_1|^2). \quad (20)$$

3. Далее делается еще один полушаг для учета дисперсионных эффектов, в качестве начального условия используется огибающая E_2 . Итоговое решение НУШ выписывается в виде:

$$E(z + h, t) = \exp \left(\frac{h}{2} \hat{D} \right) \exp (h \hat{N}) \exp \left(\frac{h}{2} \hat{D} \right) E(z, t). \quad (21)$$

4. К полученному решению добавляется шум $E(t, z + h) + N(t, z + h)$.

Отметим, что добавление шума в последнем шаге алгоритма снижает компьютерную эффективность метода расщепления. Это происходит из-за того, что дисперсионный шаг разбивается на два, вынуждая вычислителя лишней раз применять преобразование Фурье для перехода в частотную область, хотя именно оно требует большого количества вычислительных операций. Этого можно легко избежать, добавляя шум либо в частотной области, либо после нелинейного шага. Во втором случае решение в общем виде будет выписано как [30]:

$$E(t, z + h) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \left[\exp(h\hat{N}) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) E(t, z) + f_n(z, t) \right], \quad (22)$$

где f_n — шум, вносимый на n -м шаге dz .

Итак, как было сказано выше, основной вклад во время работы метода расщепления вносит необходимость перехода в частотную область. Использование алгоритма быстрого преобразования Фурье позволяет сократить количество выполняемых операций до $O(N \log N)$, где N — число узлов сетки во временной области. Это делает метод расщепления быстрее до двух порядков по сравнению с большинством конечно-разностных схем.

Тем не менее, у данного метода есть свои недостатки. Так, являясь явным методом, метод расщепления обладает лишь условной устойчивостью. Величину как пространственного, так и временного шага необходимо выбирать довольно аккуратно, для точного описания импульса, его спектра и энергии. Проверку сохранения точности метода можно выполнять, например, отслеживая точность выполнения закона сохранения энергии.

1.3. Традиционные волоконно–оптические линии связи

В настоящий момент в мире проложено более 1 млн. километров оптического волокна. Преимущественно линии связи представляют собой набор участков одномодового стандартного волокна длиной L_a — *пролетов*,

в конце которых стоит оптический усилитель. В таких линиях связи в качестве сигнала, несущего информацию используется сигнал гауссовой формы или формы Найквиста $\frac{\sin(t)}{t}$ [10, 48]. Кроме того, в таких линиях связи необходимо наличие дополнительных элементов — компенсаторов дисперсии. Сейчас компенсацию дисперсии возможно осуществить несколькими способами, например, при помощи составления линии связи из чередующихся типов волокон: с нормальной и аномальной дисперсией. Кроме того, существуют электронные компенсаторы дисперсии [22].

Наиболее эффективным форматом передачи данных сейчас является формат передачи с использованием импульсов Найквиста. При определенном расположении таких импульсов возможно добиться полного отсутствия межимпульсного взаимодействия (см. рисунок 7 (а)), а прямоугольный спектр сигнала позволяет максимально плотно располагать частотные каналы (см. рисунок 7 (б)). Таким образом, в линейном режиме передачи данных, когда используется сигнал малой мощности, подобный формат будет обладать наибольшей эффективностью. Подобные линии связи уже могут оперировать на скоростях, близких к теоретически возможному пределу безошибочной передачи данных.

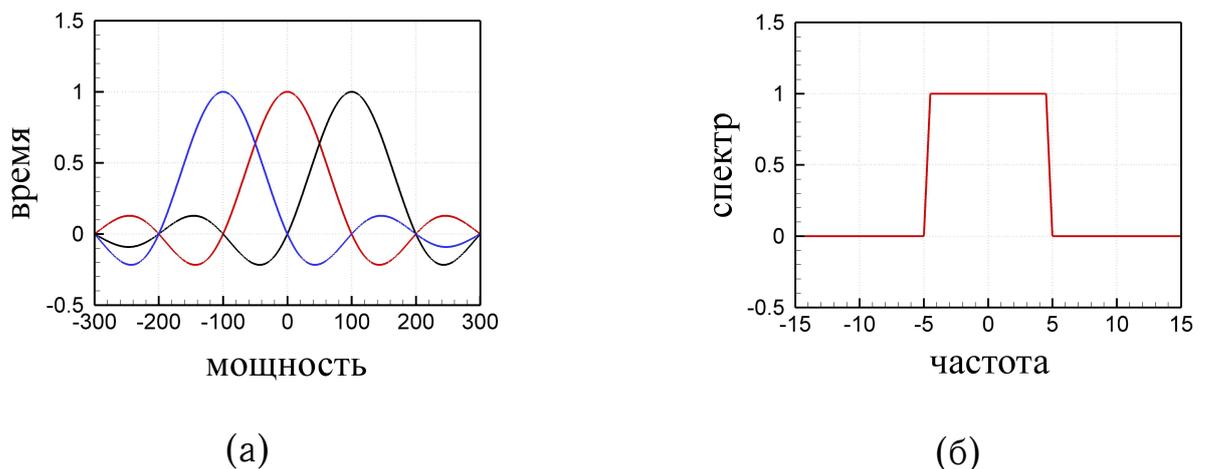


Рисунок 7 — (а) Размещение импульсов найквиста на символьных интервалах, (б) спектр сигнала.

1.3.1. Детерминистские эффекты традиционных линий связи

Сначала рассмотрим те эффекты распространения, которые, в общем случае, можно назвать “детерминистскими” — т.е. определенными из самого уравнения распространения (4).

Так, для того, чтобы понять действие **дисперсионных эффектов**, выпишем уравнение Шредингера в отсутствие нелинейного члена и потерь, и решим задачу о распространении импульса в оптическом волокне с начальным условием в виде импульса гауссовой формы [20, 49]:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (23)$$

$$E(0, t) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{t^2}{2T_0^2}\right). \quad (24)$$

Уравнения подобного типа решаются переходом в Фурье-пространство. Так, для предыдущей постановки получим:

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2}\omega^2, \quad (25)$$

в частотной области решение выглядит следующим образом:

$$\tilde{E}(L, \omega) = \tilde{E}(0, \omega) \exp\left(-\frac{i\beta_2}{2}\omega^2 L\right). \quad (26)$$

Для того, чтобы выписать решение во временной области, необходимо сделать обратное преобразование Фурье уравнения (26). Проведем необходимые вычисления. Так, для начала необходимо найти Фурье-образ начальных условий.

$$\begin{aligned}
\tilde{E}(0, \omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(0, t) \exp(-it\omega) dt = \\
&= \left(\frac{P_0}{2\pi}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2T_0^2} - it\omega\right) dt \stackrel{1}{=} \\
&= \left(\frac{P_0}{2\pi}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(d^2) \exp\left(-\left(\frac{t}{\sqrt{2}T_0} + d\right)^2\right) dt \stackrel{2}{=} \\
&= \sqrt{P_0 T_0} \exp\left(-\frac{\omega^2 T_0^2}{2}\right)
\end{aligned} \tag{27}$$

переход (1) осуществляется через выделение полного квадрата суммы, где d удовлетворяет соотношению $it\omega = (2td)/(T_0\sqrt{2})$, а переход (2) выполняется по формуле Эйлера—Пуассона. После этого не составляет труда выписать решение уравнения (25) в частотной области:

$$\tilde{E}(L, \omega) = T_0 \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\omega^2 T_0^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{i\beta_2}{2} \omega^2 L\right). \tag{28}$$

Далее, необходимо сделать обратное преобразование Фурье и выписать решение $E(t, L)$ во временной области. Аналогичным образом считается интеграл

$$\begin{aligned}
E(t, L) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\omega, L) \exp(it\omega) d\omega = \\
&= \frac{\sqrt{P_0 T_0}}{T_1} \exp\left(-\frac{t^2}{2T_1^2}\right), \text{ где } T_1 = (T_0^2 - i\beta_2 L)^{1/2}.
\end{aligned} \tag{29}$$

Сделав подстановку $T_1 = |T_1| \exp(i\theta)$ можно легко переписать выражение (29) в форме электромагнитной волны: $E(t, L) = E(t, L) \exp(i\theta(t, L))$. После этого, выпишем уравнения для мгновенной мощности и частоты:

$$P(t, L) = E^2(t, L) = \frac{P_0 T_0^2}{|T_1|^2} \exp\left[-\frac{t^2 T_0^2}{|T_1|^4}\right], \tag{30}$$

$$\delta\omega = \frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{t\beta_2 L}{T_0^4 + \beta_2^2 L^2}. \tag{31}$$

Графическое представление формул (31) представлено на рисунке 8. Для примера был выбран импульс формы Гаусса мощности 1 мВт и шириной $T_0 = 30$ пс. Видно, что вблизи переднего фронта импульса $\delta\omega$ отрицательна, в то время как вблизи заднего фронта — положительна. Эти вариации изменений частоты называются “красным” и “синим” сдвигом. При этом “синие” частоты распространяются по волокну быстрее красных, откуда и возникает уширение импульса.

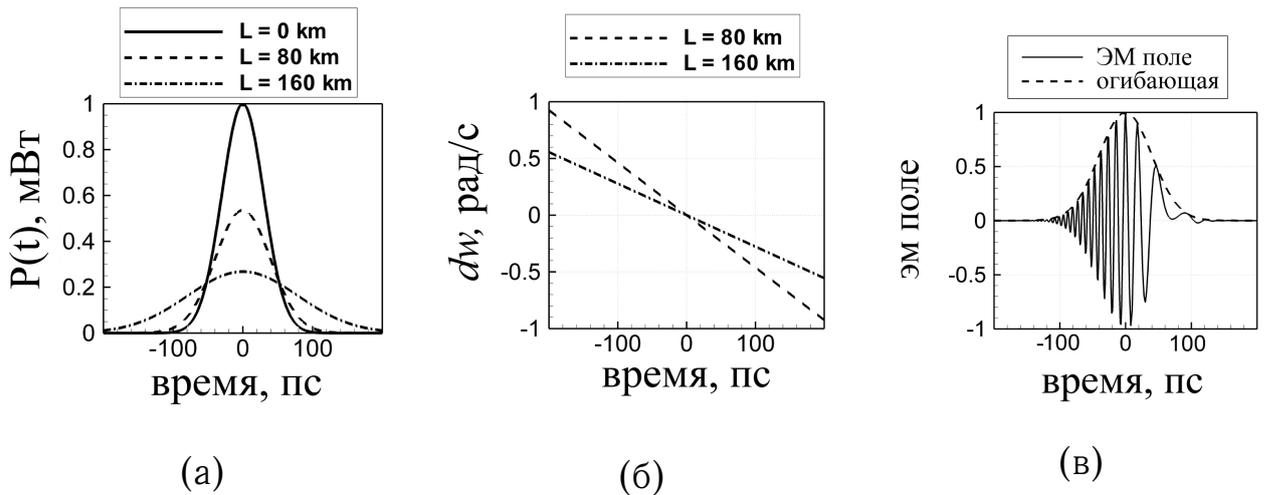


Рисунок 8 — Влияние дисперсии на параметры поля: (а) уширение импульса в зависимости от пройденного расстояния, (б) изменение мгновенной частоты $\delta\omega$, (в) огибающая и реальное электромагнитное поле.

Еще одним детерминистским эффектом является **нелинейный эффект Керра**. Рассмотрим его действие, полагая в уравнении (4) дисперсионный член, а также член потерь равными нулю:

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \gamma |E|^2 E = 0. \quad (32)$$

Подставим в уравнение решение вида $E(t, z) = A(t, z)e^{i\theta(z)}$:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial(A(t, z)e^{i\theta(z)})}{\partial z} + \gamma |A|^2 |e^{i\theta}| A e^{i\theta} &= 0, \\ i \left(\frac{\partial A}{\partial z} e^{i\theta} + i \frac{\partial \theta}{\partial z} e^{i\theta} A \right) &= -\gamma |A|^2 |e^{i\theta}| A e^{i\theta}, \\ i \left(\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\partial \theta}{\partial z} A \right) &= -\gamma |A|^2 A. \end{aligned} \quad (33)$$

Разделяя мнимую и действительную части поля, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = \gamma |A|^2 A. \end{cases} \quad (34)$$

Система (34) говорит о том, что под действием нелинейных эффектов форма огибающей электромагнитного поля остается постоянной. Однако же фаза поля меняется пропорционально мощности сигнала $|A|^2$. Поскольку изменение фазы зависит непосредственно от значения мощности сигнала $|A|^2$, этот эффект носит название **фазовой самомодуляции**.

Тогда, решением уравнения (32) будет поле вида: $E(t, z) = E(0, t) \exp(i\gamma |E|^2 L)$, мгновенная мощность такого импульса будет задаваться начальным условием, а мгновенная частота, например, для Гауссова пучка, выражением:

$$\delta\omega = \frac{2\gamma P_0 L t}{T_0^2} \exp\left(-\frac{t^2}{T_0^2}\right). \quad (35)$$

Рассмотрим изменения характеристик импульса на рисунке 9: как видно, форма импульса остается неизменной, в то время как изменения частоты опять приводят к появлению красного и синего сдвигов.

В эффект фазовой самомодуляции включают не только изменение фазы импульса, но также и генерацию дополнительных гармоник в спектре сигнала. Такие гармоники приводят к уширению спектра, что не всегда является негативным эффектом. Подобные широкие спектры называются *супер-континуумом*, а излучение с подобными характеристиками находит широкое применение в задачах спектроскопии. Так, на рисунке 10 изображено уширение спектра под действием нелинейности: начальный спектр сигнала, после прохождения 3000 км и 6000 км (дисперсионные эффекты не учитывались).

При распространении нескольких спектральных каналов, кроме вышеописанных эффектов возникает эффект взаимодействия между полями, распространяющимися на разных частотах. Это приводит сразу к двум видам искажения — **фазовой кросс-модуляции и четырехволновому смещению**.

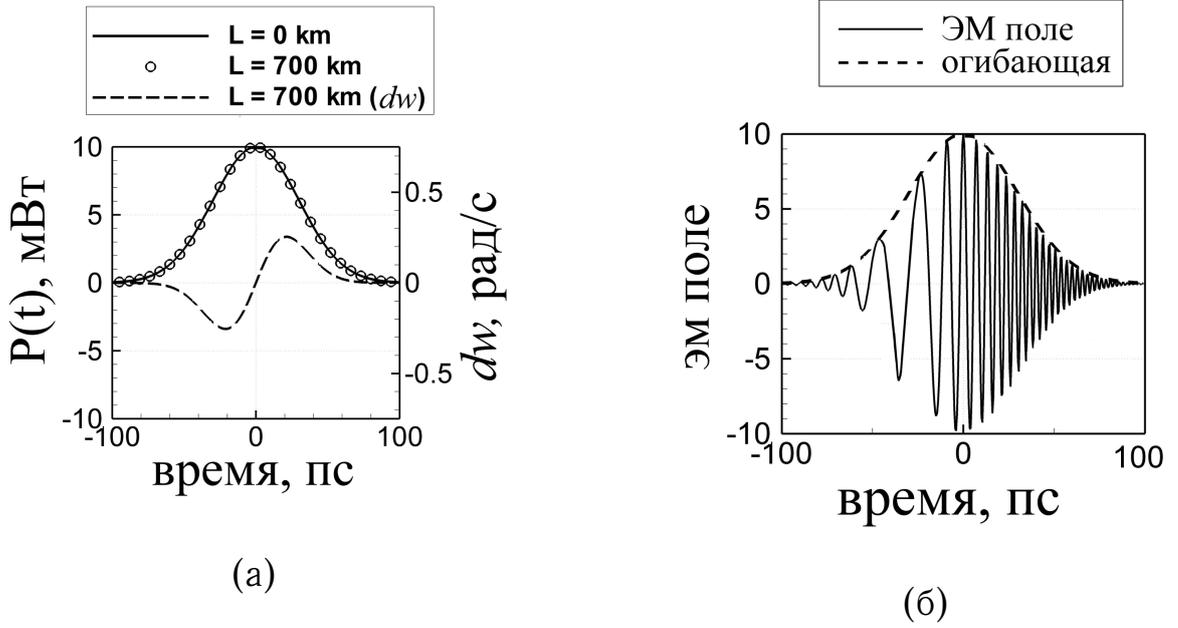


Рисунок 9 — Влияние нелинейности на параметры поля: (а) отсутствие изменения огибающей поля и изменение мгновенной частоты $\delta\omega$, (б) огибающая и реальное ЭМ поле.

Итак, в случае наличия многоканальной системы огибающая поля записывается в виде:

$$E(t, z) = \sum_{m=-M/2}^{m=M/2} q_m e^{-i\omega_m t} = q \cdot e^{-i\omega_0 t}, \quad (36)$$

где $q = \sum q_m \exp(-i(\omega_m - \omega_0)t)$. Подставим выражение (36) в нелинейное уравнение Шрёдингера вида (4) и полагая $\alpha = 0$, после простейших преобразований получим:

$$\sum_m \left(i \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \left[\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - 2i\omega_0 \frac{\partial q}{\partial t} \right] \right) + \gamma \sum_j q_j e^{-\omega_j t} \sum_k q_k e^{-\omega_k t} \sum_l q_l^* e^{\omega_l t} = 0. \quad (37)$$

Здесь использовано соотношение $|q|^2 q = q q q^*$, q^* — комплексное сопряжение. Из последнего члена уравнения видно, что нелинейные эффекты волокна создают дополнительные гармоники спектра в виде $\omega_j + \omega_k - \omega_l$. Однако, на центральный канал, расположенный на частоте ω_0 , наибольший эффект будут оказывать частоты удовлетворяющие соотношению $\omega_j + \omega_k - \omega_l = \omega_0$.

Выпишем уравнение для q_m . Кроме того, заметим, что члены произведения сумм, удовлетворяющие $j = k = l$ будут моделировать эффект фазовой

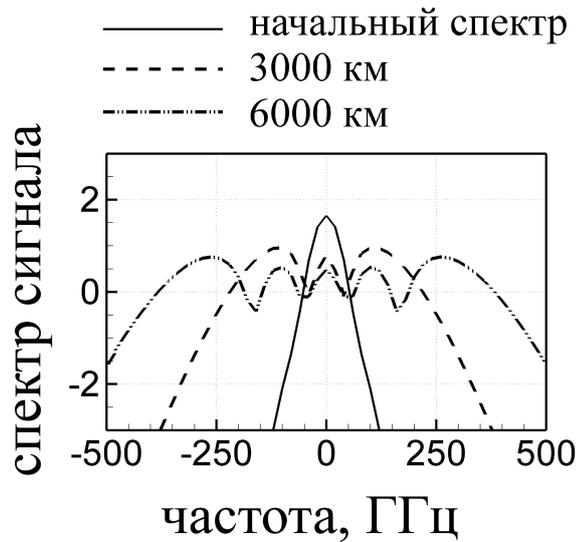


Рисунок 10 — Уширение спектра сигнала и генерация супер-континуума.

само модуляции. Итак, уравнение (37) можно переписать в виде:

$$i \left(\frac{\partial q_m}{\partial z} - 2\omega_0 \frac{\partial q_m}{\partial t} \right) = -\gamma \left[\underbrace{|q_m|^2 q_m}_{\text{ФСМ}} + \sum_k \underbrace{|q_k|^2 q_m}_{\text{ФКМ}} + \sum_j \sum_k \sum_l \underbrace{q_j q_k q_l e^{i(\omega_j + \omega_k - \omega_l)}}_{\text{ЧВС}} \right]. \quad (38)$$

где **ФСМ** — член фазовой само модуляции (влияние мощности сигнала на изменение его же фазы), **ФКМ** — член фазовой кросс-модуляции (влияние на сигнал q_m соседнего частотного канала q_k) и **ЧВС** — член четырехволнового смешения (взаимодействие между каналами разных частот).

Фазовая кросс-модуляция проявляется во временном сдвиге сигнала, расположенного не в центре системы WDM. Это происходит вследствие того, что скорость распространения сигнала, в общем случае, зависит от несущей частоты. Так, сигналы на разных частотах будут распространяться с разной скоростью. На приемнике это будет отражено в запаздывании сигнала (см. рисунок 11).

Четырехволновое смешение проявляется в генерации дополнительных волновых гармоник вследствие взаимодействия волн на разных частотах. Кроме негативного эффекта, четырехволновое смешение может использоваться и положительным образом, например, для усиления сигнала. Такие усилители называются ОРА (*Optical Parametric Amplification*): здесь рас-

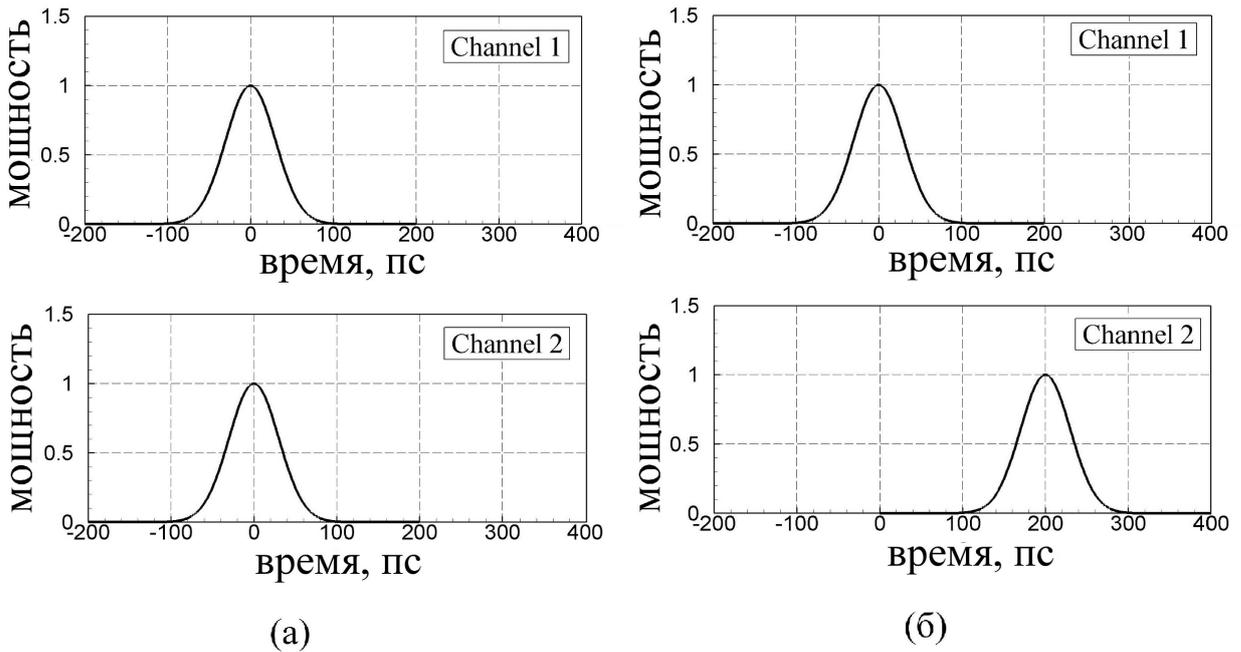


Рисунок 11 — Проявление фазовой кросс-модуляции: (а) сигнал на передатчике в центральном (Channel 1) и “боковом” (Channel 2) спектральном канале, (б) импульсы в центральном и боковом канале на приемнике.

положение волны накачки подобрано таким образом, что генерация волны происходит на несущей частоте, тем самым, основной сигнал усиливается.

Главной особенностью всех упомянутых эффектов является то, что действие каждого из них можно описать математически. Любой вклад от них является прямым следствием уравнения (5), а значит, существуют техники компенсации этих эффектов. Так, например, для компенсации дисперсионных эффектов существуют волокна разного типа (нулевой, положительной дисперсии), а также цифровые модули компенсации дисперсии. Кроме того, уже разработаны способы компенсации фазовых сдвигов, а также нелинейных эффектов в целом — например, метод сопряженных волн.

В настоящей работе нелинейные эффекты компенсируются при помощи метода обратного распространения сигнала, который был описан в Разделе 1.2. Тем не менее, в традиционных линиях связи есть эффекты, которые носят случайный характер, и действие которых невозможно полностью исключить.

1.3.2. Шумовые нелинейные эффекты

В реальных линиях связи, применяемых на практике, присутствует шум усиления, возникающий в следствие усиленной спонтанной эмиссии. Чтобы понять его воздействие на сигнал выпишем уравнение (4) для зашумленной огибающей электромагнитного поля $A(z, t) + n(z, t)$, где n — шумовая добавка усиления. Итак:

$$i \frac{\partial(E + n)}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2(E + n)}{\partial t^2} = -\gamma |E + n|^2 (E + n), \quad (39)$$

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + i \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} \right) = -\gamma (E^3 + n^3 + 3E^2 n + 3E n^2). \quad (40)$$

Поскольку шумовая компонента согласно уравнению (6) задается $2B_{ref} n_{sp} \alpha h \nu L$, то члены уравнения $\frac{\partial n}{\partial z}$ и $\frac{\partial n}{\partial t}$ не отражают влияние шума на сигнал и равны нулю. Кроме того, можно пренебречь членом n^3 за порядком малости. Тогда уравнение сведется к виду:

$$i \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\gamma (E^3 + 3E^2 n + 3E n^2). \quad (41)$$

Член уравнения γE^3 отвечает эффекту фазовой самомодуляции, а члены $3\gamma E^2 n$ и $3\gamma E n^2$ являются случайными, шумовыми компонентами. Оба ответственствуют изменению фазы импульса, нелинейному и линейному.

В системах связи, где нелинейные и дисперсионные эффекты могут быть скомпенсированы, вклады фазовой самомодуляции и других детерминистских эффектов не оказывают влияния на сигнал. Однако шумовые эффекты, носящие случайный характер не могут быть скомпенсированы, и именно они являются основным ограничивающим фактором роста спектральной эффективности в традиционных линиях связи.

В работах [50, 51] была рассмотрена найквистова передача информации с символьной скоростью 100 Гбод/с. Найквистовы импульсы обладают прямоугольной формой спектра, поэтому считается, что использование подобных импульсов обеспечивает наиболее плотную упаковку WDM каналов. Кроме того, в рассмотренной линии связи все дисперсионные и нелинейные эффекты были скомпенсированы методом обратного распространения сигнала. Было показано, что емкость нелинейного волоконного канала в

таких линиях связи описывается уравнением [50, 52, 53]:

$$C = \log_2 \left(1 + \left[\frac{n_{sp} h \nu \alpha L R_s}{P_0} + 4 \frac{\gamma^2 (P^*)^2 L}{|R_s^2 \beta_2|} \right]^{-1} \right)$$

где $P^* = \left[\sum_n \frac{\kappa}{2\pi} \frac{R_s}{|\Delta f_n|} \right]^{1/2} P_0.$ (42)

где P^* учитывает взаимодействие соседних спектральных каналов, расположенных от центрального на расстояния $|\Delta f_n|$. Коэффициент κ отображает выбор формата модуляции, $R_s = 1/T_s$ — символьная скорость одного спектрального канала.

На рисунке 12 представлены результаты [50] — зависимость ёмкости нелинейного волоконного канала от параметра SNR . Черной сплошной кривой обозначен предел Шеннона — аналитический предел, выше которого безошибочная передача информации невозможна. Символами показана оценка ёмкости канала согласно формуле (42).

Итак, в области небольших мощностей, где дисперсионные и нелинейные эффекты играют малую роль, возможна оптическая передача сигнала со скоростью, близкой к пределу Шеннона. По мере увеличения мощности сигнала (роста параметра SNR) или роста вклада шума (большие расстояния распространения) ёмкость волоконного канала падает — это происходит вследствие того, что невозможно исключить случайное влияние шумов на искажение сигнала.

1.4. Солитонные волоконно–оптические линии связи

Объектом исследования диссертационной работы, в частности, являются солитонные когерентные волоконно-оптические линии связи. Они обладают рядом особенностей, и для дальнейшего понимания работы разберем основные из них.

Солитонные линии связи представляют собой отдельный класс линий связи, в которых в качестве импульса, передающего информацию, используется солитон. Впервые явление одиночной устойчивой волны было замечено в 1834 году С. Расселлом. Ему удалось наблюдать одиночную волну,

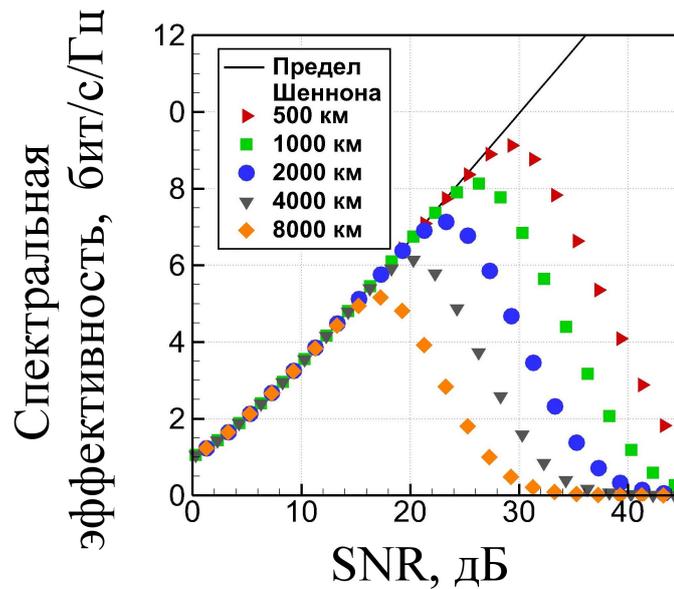


Рисунок 12 — Спектральная эффективность нелинейного волоконного найквистового канала для различных расстояний распространения согласно [50].

образовавшуюся и распространяющуюся в узком канале. Расселла заинтересовало то, что на волну не действовали дисперсионные эффекты уширения. Конечно же, он был не первым, кто наблюдал подобное явление. Однако, он был первым ученым, которому удалось поставить эксперимент по созданию одиночной волны, а так же вычислить ее скорость. К сожалению, Расселлу не удалось описать движение подобных волн, поскольку на тот момент дифференциальные уравнения в частных производных были совершенно новой и неизученной областью исследований, а нелинейные уравнения в частных производных даже не упоминались.

Описать уравнение движения солитона впервые удалось в 1895 году ученым Кортевегом и де Фризом, их модель получила название КдФ модели. Только в 1965 году ученые известной лаборатории Bell Labs положили начало исследованием численного решения уравнения КдФ. Численные вычисления Мюррея Хилла показали, что две одиночные волны при столкновении будут вести себя как частицы при упругом столкновении. Кроме того, он заметил, что синусоидальные волны могут эволюционировать в одиночные волны, испускающие дополнительное дисперсионное

излучение. Из-за упругого поведения, больше свойственного для частиц, подобное волны прозвали солитонами (“solitary” — уединенная, и окончание “-он” больше свойственное для названия частиц, например, “электрон”, “бозон”). Это имя получило широкое распространение. Также, солитоны стали первыми “частицами”, существование которых определила математика, а не натурный эксперимент.

Нелинейное уравнение Шредингера появилось намного позже уравнения КдФ. Стационарная версия уравнения Шредингера (без производной по времени) впервые была выписана в 1950 году в контексте сверхпроводимости, и в 1960-х в задачах самофокусировки света в нелинейных средах. В 1961 году нестационарное нелинейное уравнение Шредингера впервые было предложено для описания конденсата Бозе—Энштейна, а в 1967 году российский ученый Захаров впервые предложил использовать его для описания распространения волновых пакетов в оптическом волокне. Захаров и Шабат впервые показали, что решением уравнения Шредингера является волна, состоящая из солитонного импульса и дисперсионного излучения.

Итак, солитонный импульс задается формулой гиперболического секанса:

$$A(t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) = \sqrt{P_0} \frac{2}{\exp(t/T_0) + \exp(-(t/T_0))}. \quad (43)$$

Кроме того, ширина солитона связана с его пиковой мощностью следующим соотношением:

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2}. \quad (44)$$

Это в свою очередь означает, что ширина спектра солитона также будет зависеть от его мощности.

На рисунке 13 представлены формы импульсов, наиболее распространенные для передачи информации по оптоволокну: прямоугольный импульс, импульс формы Гаусса, “sinc” — импульс Найквиста, а также солитон. Импульсы шириной $T_0 = 10$ пс расположены на символьном интервале $T_s = 80$ пс.

Изначально солитоны со своей устойчивой структурой и не испытывающие дисперсионного уширения казались оптимальными импульсами для нелинейной среды. Однако позже оказалось, что солитоны крайне подвер-

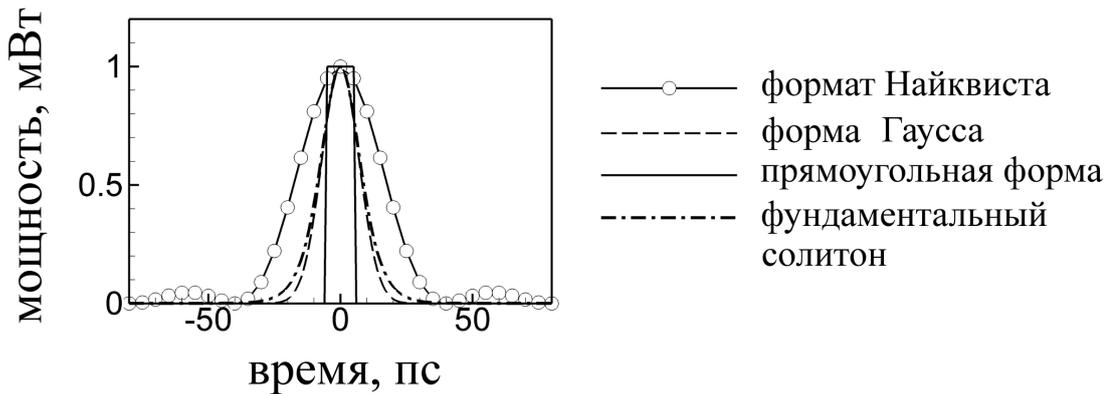


Рисунок 13 — Формы различных сигналов: прямоугольный импульс, импульс Гаусса, кардинальный синус и солитон.

жены шумовым эффектам, и после изобретения волокон с нулевой дисперсией исследования прекратились. Тем не менее, в контексте новых технологий солитоны остаются мало изученными. На современном этапе, когда нелинейные искажения служат основным ограничением роста спектральной эффективности волоконно-оптических линий связи, солитоны, которые используют нелинейность как положительный эффект “самокомпенсации” дисперсии, представляют огромный интерес [54,55].

Итак, в солитонных линиях связи также присутствуют нежелательные эффекты. Рассмотрим их более детально.

1.4.1. Межсолитонное взаимодействие

Поскольку цепочка солитонов, распространяющихся по волокну уже не является решением уравнения Шредингера, это приводит к флуктуациям положения и формы солитонных импульсов. Другими словами, одиночный солитонный импульс может распространяться в нелинейных средах без изменения формы, а несколько солитонных импульсов – нет. Этот эффект получил название межсолитонного взаимодействия. Было показано, что взаимодействие между солитонами определяется соотношением их мощностей и фаз [56].

Для того, чтобы увидеть проявления межсолитонного взаимодействия необходимо учитывать перекрытие соседних импульсов при составлении

полной огибающей электромагнитного поля. Характер такого взаимодействия может проявляться различными способами, например, во взаимном притяжении или отталкивании импульсов, а также перекачке энергии между импульсами. Было показано [56], что период межсолитонных столкновений происходит на характерной длине:

$$z_p = \frac{\pi}{2} \exp(q_0), \quad (45)$$

где $2q_0 = T_s/T_0$ – нормированный параметр разделения солитонов. Более того, было показано, что межсолитонными эффектами можно пренебречь при выполнении условия:

$$z_p L_s \gg L. \quad (46)$$

где $L_s = |\beta_2|/T_0^2$ – характерная длина, L – расстояние распространения.

В настоящей работе во всех проведенных расчетах учитывалось взаимодействие 3-х ближайших соседей каждого импульса. На рисунке 14 представлено схематическое упругое столкновение двух солитонов.

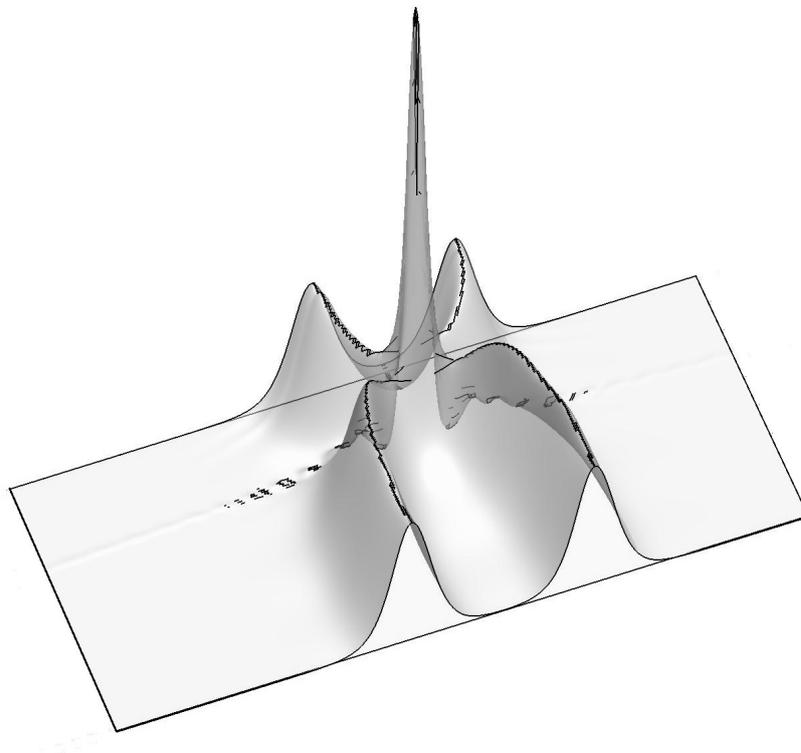


Рисунок 14 — Упругое столкновение двух солитонов.

1.4.2. Эффекты Гордона-Хауса и Гордона-Молленауэра

Шум усиленной спонтанной эмиссии может приводить к появлению флуктуаций положения максимума спектра солитонного сигнала. Хроматическая дисперсия волокна конвертирует такие вариации во флуктуации временного положения импульса. Так, определенный солитонный импульс может сместиться со своего временного положения, что может вызвать ошибки декодирования и снизить эффективность солитонных линий связи.

Для оценки временных флуктуаций положения солитонного импульса, рассмотрим огибающую спектра солитонного сигнала Φ . Добавим к ней спектр шума η и посчитаем среднее отклонение положения максимума спектра от несущей частоты ω_0 [57]:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{W_\Omega} \int_R \Omega (\Phi + \eta)^2 d\Omega = \\ &= \frac{1}{W_\Omega} \int_R \Omega (|\Phi|^2 + \Phi\eta^* + \Phi^*\eta + |\eta|^2) d\Omega \end{aligned} \quad (47)$$

где W_Ω - энергия сигнала в частотной области.

При расчете среднеквадратичных флуктуаций положения максимума спектра членом $|\Phi|^2$ можно пренебречь, поскольку флуктуации без шумовой добавки равны нулю. Тогда получим:

$$\langle \Omega^2 \rangle = \frac{2\pi n_2 n_{sp} h c (G - 1)}{3T_0 |\beta_2| \lambda^2 A_{eff} Q}, \quad (48)$$

где h — постоянная Планка, c — скорость света, n_2 — показатель преломления, A_{eff} — эффективное сечение моды, $Q = \frac{\alpha L_a}{1 - \exp(-\alpha L_a)}$, $G = \exp(L_a \alpha)$ — коэффициент усиления.

Итак, групповая задержка скоростей во временной области задается $t_g = |\beta_2| L_a$, где L_a — расстояние между усилителями системы. Тогда $\Delta t_g = |\beta_2| L_a \Delta \Omega$, а среднеквадратичные флуктуации, вызванные вкладом шума от одного усилителя:

$$\langle \delta t^2 \rangle = |\beta_2|^2 L_a^2 \langle \Omega^2 \rangle. \quad (49)$$

Поскольку действие N усилителей, стоящих вдоль линии связи — независимый процесс, то вклад шума в колебания положения максимума спек-

тра от N усилителей будет задаваться следующим выражением:

$$\langle \delta t_N^2 \rangle = |\beta_2^2| \langle \Omega^2 \rangle \sum_{i=1}^N ((N-i)L_a)^2 \quad (50)$$

Известно, что сумма в правой части (50) $\approx N^3/3$. Подставив $N = L/L_a$ получим $\langle \delta t_N^2 \rangle = |\beta_2^2| \langle \Omega^2 \rangle \frac{L^3}{3L_a}$.

Подставив значение отклонений положения максимума спектра получим, что среднеквадратичные флуктуации временного положения солитона задаются выражением [58]:

$$\sigma_\tau = \frac{n_2 h}{9} n_{sp} \frac{\alpha D}{A_{eff} T_0} L^3 \quad (51)$$

где n_2 — показатель преломления, D - параметр хроматической дисперсии, $T_0 = T_{FWHM}/1.76$ — ширина солитонного импульса, h — постоянная Планка.

Схематическое изображение временных колебаний импульса σ_τ представлено на рисунке 15 (г) — индикаторной диаграмме. Здесь, после распространения 2^{10} импульсов, они были наложены друг на друга. Видно, что максимумы импульсов не совпадают, дисперсия их случайного отклонения от центра и называется *временными флуктуациями* или флуктуациями Гордона-Хауса.

Еще одним характерным солитонным шумовым эффектом является эффект Гордона-Молленауэра. Он заключается в конвертации флуктуаций амплитуды солитонных импульсов в флуктуации фазы.

Итак, представим, что по оптоволокну распространяется цепочка солитонов со значением фазы 0. Солитоны разнесены на значительное расстояние так, что межсолитонным взаимодействием можно пренебречь. Если отобразить значение фазы в центре импульса ($\phi_i = \arctg \left(\frac{Im(E)}{Re(E)} \right)_i$) на плоскости $(Re(E), Im(E))$ мы увидим точку с координатами $(\sqrt{P_0}, 0)$. Теперь рассмотрим более сложный пример: представим, что фаза i -го импульса ϕ_i^T задается случайным образом. Поскольку все импульсы обладают равной мощностью, на плоскости $(Re(E), Im(E))$ в начальный момент времени мы увидим точки, расположенные на кольце радиуса $\sqrt{P_0}$ (см. рисунок 15 (а)). После распространения такого сигнала проведем следующую процедуру: фазу каждого импульса изменим на индивидуальное начальное

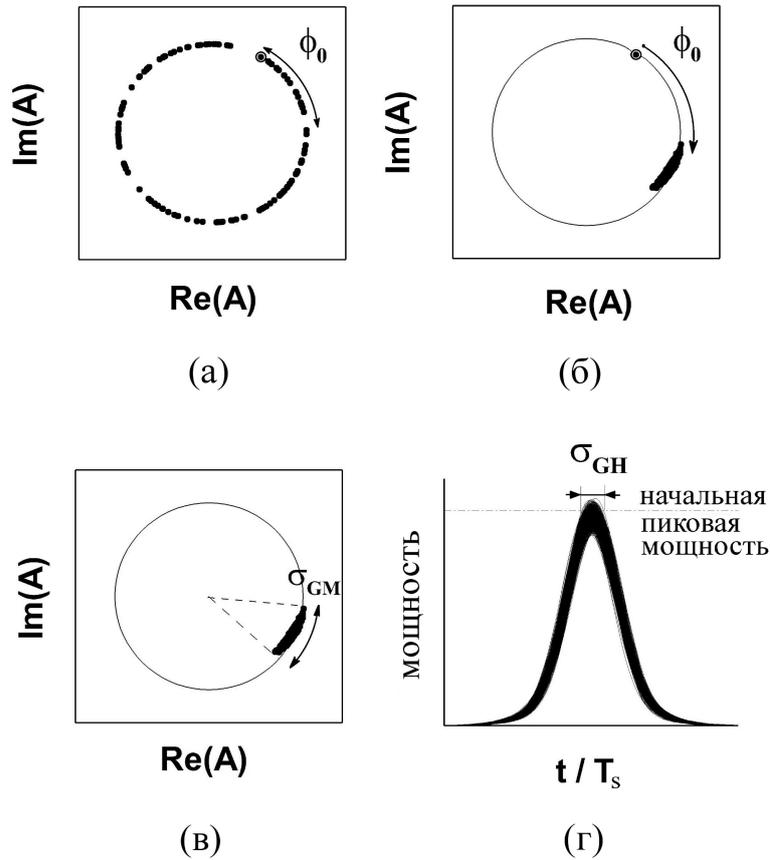


Рисунок 15 — Схематическое изображение эффекта Гордона-Хауса (случайные колебания положения импульса на временном слоте) и эффекта Гордона-Молленауэра (случайное колебание фазы импульса): (а) начальная констелляционная диаграмма, (б) процедура индивидуального поворота фазы, (в) флуктуации Гордона-Молленауэра, (г) флуктуации Гордона-Хауса.

значение: $\Delta\phi_i = \phi_i^R - \phi_i^T$. Значение этой величины складывается из двух компонент: нелинейный набег фазы и шумовая компонента. Если отобразить эти значения на плоскости $(Re(E), Im(E))$, мы увидим некоторое “облако” (см. рисунок 15 (б)), центр которого лежит на окружности радиуса $\sqrt{P_0}$. Среднеквадратичное отклонение значения фазы от своего центрального значения σ_ϕ и будет служить количественной мерой эффекта Гордона-Молленауэра (см. рисунок 15 (в)).

Средне-квадратичное отклонение случайных флуктуаций от начального значения фазы задается формулой [59–61]:

$$\sigma_{\phi} = \frac{n_2 h}{9} n_{sp} \frac{\alpha D}{A_{eff} T_0^3} L^3. \quad (52)$$

Отметим, что отношение временных флуктуаций к фазовым составляет $\tau^2/3$.

1.5. Многоядерные волокна в задачах нелинейной оптики

Многоядерные волокна находят широкое применение в задачах нелинейной оптики и фотоники. Подобные структуры можно рассматривать как нелинейные дискретные системы, важные как для фундаментальных исследований, так и для практического применения. Например, было показано, что неустойчивость распространения импульсов по многоядерному волокну может привести к концентрации энергии в определенных ядрах, приводя к сжатию и усилению световых импульсов [62]. Подобное использование многоядерного волокна находит применение в создании фотонных устройств, например, оптических переключателей.

Также многоядерные волокна используются в качестве оптических разветвителей [63]. Первые многоядерные разветвители были изготовлены еще в 1989 году. Подобные устройства применяются в технологиях спектрального уплотнения каналов.

Кроме того, многоядерные волокна обладают большим потенциалом в применении к эффективной передаче информации на большие расстояния. Известно, что существует стационарный режим распространения в многоядерном волокне, когда в каждом ядре распространяются импульсы мощности одного порядка. В задачах телекоммуникаций световоды многоядерного волокна обычно расположены далеко друг от друга, так что перекачки энергии между ядрами не происходит. В сочетании с современными технологиями, многоядерное волокно способно увеличить скорость передачи информации до 140 Тбит/с на расстояния порядка 7000 км [16].

Еще одним интересным применением многоядерного волокна является исследование феномена световых пульс — высокоэнергетичных импульсов, распространяющихся без искажений. Световые пули образуются за счет взаимной компенсации дифракции, аномальной дисперсии и нелинейности. В непрерывных средах малые колебания интенсивности или ширины светового пучка могут привести к коллапсу. В таких средах световые пули являются неустойчивой структурой. Однако в дискретных средах, например, в многоядерных волокнах, подобного эффекта не наблюдается [64, 65]. В общем случае, световые пули могут быть описаны импульсом формы гиперболического секанса [66] и представляют собой пространственно-временной солитон. Так, например, для регулярной структуры ядер многоядерного волокна было показано существование двух импульсов, распространяющихся по соседним световодам [67]:

$$\begin{cases} m_0 = \lambda \operatorname{sech}(\lambda\tau) + O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right), \\ m_1 = \frac{1}{2\lambda}(e^{\lambda\tau} \ln[1 + e^{-2\lambda\tau}] + e^{-\lambda\tau} \ln[1 + e^{2\lambda\tau}]) + O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right), \end{cases} \quad (53)$$

где λ — константа распространения, τ — ширина импульса.

К сожалению, солитонные решения подобных нелинейных систем с бóльшей точностью могут быть найдены только численно. Кроме того, часто существование решения ограничено областью больших энергий [67]: для малых значений λ точность решения (53) падает. Поэтому поиск стационарных решений высокого порядка точности в подобных системах является востребованной и актуальной задачей. Кроме того, именно решения малой энергии применимы в задачах передачи информации. Типичные значения мощности сигнала в линиях связи составляют десятые доли мВт.

Среди методов поиска стационарных локализованных решений наиболее распространенными являются метод Петвиашвили, а также метод мнимого времени (*ITEM* - *imaginary time evolution method*). Так, в методе ИТЕМ ищется решение заранее заданной мощности. Время t заменяется мнимым временем it , для построения итерационного процесса в норме L_2 . Недостатком этого метода является отсутствие возможности фиксации постоянной распространения λ . В этом алгоритме она вычисляется на каждом итерационном шаге. Метод Петвиашвили стабилизирующей поправки,

с другой стороны, подходит для поиска решений с заранее заданной постоянной распространения, однако, его применение ограничено рассмотрением регулярных структур. Для многоядерных волокон нерегулярной структуры метод Петвиашвили будет сходиться к семейству тривиальных или нелокализованных решений.

Для описания распространения электромагнитного поля по многоядерному волокну используется система нелинейных связанных уравнений Шредингера:

$$\begin{cases} i\frac{\partial A_0}{\partial z} + D_0\frac{\partial^2 A_0}{\partial t^2} + 2\gamma_0|A_0|^2A_0 + \sum_{m=0}^{m=N_c} C_{0m}A_m = 0, \\ i\frac{\partial A_1}{\partial z} + D_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + 2\gamma_1|A_1|^2A_1 + \sum_{m=0}^{m=N_c} C_{1m}A_m = 0, \\ \dots \\ i\frac{\partial A_{N_c}}{\partial z} + D_1\frac{\partial^2 A_{N_c}}{\partial t^2} + 2\gamma_1|A_{N_c}|^2A_{N_c} + \sum_{m=0}^{m=N_c} C_{N_cm}A_m = 0, \end{cases} \quad (54)$$

где A_i — огибающая электромагнитного поля в i -ом ядре, D_i — коэффициенты дисперсии, γ_i — коэффициенты нелинейности, C_{ij} — коэффициенты взаимодействия между полями в i -ом и j -ом ядре, N_c — количество световодов в многоядерном волокне.

Коэффициенты взаимодействия между ядрами описываются следующим соотношением:

$$C_{ij} = \frac{c}{(A_i A_j)^{1/2}} \int \int (n_i^2 - n_j^2) A_i A_j dx dy, \quad (55)$$

где $n_i(x, y)$ — функция пространственного распределения значения коэффициента преломления i -го ядра, c — некоторая константа.

Различают два режима использования многоядерных волокон: режим сильного и слабого взаимодействия ядер. Так, если ядра многоядерного волокна расположены довольно близко, член уравнения $\sum_{m=0}^{m=N_c} C_{nm}A_m$ будет давать большой вклад в эволюцию поля A_n . Это приведет к возникновению таких эффектов, как перекачка энергии между ядрами. В режиме слабого взаимодействия, когда значения коэффициентов C_{ij} малы, перекачки энергии не происходит; такие волокна подходят для задач телекоммуникаций.

В общем случае, известно, что ядра в многоядерных световодах хорошо изолированы, мощность поля, распространяющегося в световоде, в фиксированном

рованный момент времени с удалением от центра ядра падает квадратично. Поэтому, для описания эволюции импульсов в многоядерных волокнах часто учитывают взаимодействие лишь ближайших ядер. Например, для линейного расположения ядер система приобретет вид:

$$i\frac{\partial A_i}{\partial z} + D_i\frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} + 2\gamma_i|A_i|^2A_i + K(A_{i-1} + A_{i+1}) = 0. \quad (56)$$

Заметим, что для решения данной системы необходимо задать граничные условия (поскольку расположенные на краях ядра будут иметь только одно ближайшее ядро: справа или слева), $A_0 = A_{N_c} = 0$. Однако, в случае радиального расположения ядер (без центрального ядра) подобной асимметрии удалось бы избежать используя периодические граничные условия.

Перепишем уравнение (56) в приближении квазинепрерывной волны, когда эффект дисперсии групповых скоростей пренебрежимо мал:

$$i\frac{\partial A_i}{\partial z} + 2\gamma_i|A_i|^2A_i + K(A_{i-1} - 2A_i + A_{i+1}) + 2KA_i = 0. \quad (57)$$

При подстановке $A'_i = A_i \exp(2iKz)$ — сдвиг константы распространения — возможно выписать систему уравнений исключая линейный член $2KA_i$. Итоговое уравнение в безразмерных величинах примет вид:

$$i\frac{\partial A_i}{\partial z} + Kd^2\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} + |A_i|^2A_i = 0, \quad (58)$$

где d — расстояние между ядрами, а член $\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} = \frac{(A_{i-1} - 2A_i + A_{i+1})}{d^2}$ — разностная производная.

Решением данного типа уравнения и является локализованный, пространственно-временной солитон — стационарное решение, которое будет обсуждаться в Главе 4. Задачи о линейном или радиальном расположении ядер можно считать одномерными, если рассматривать их в декартовой и полярной системах координат. При внесении нерегулярности в структуру ядер, задача становится двумерной по пространству. В диссертационной работе будет рассмотрена подобная двумерная задача, с нерегулярностью в виде центрального ядра, окруженного ядрами на периферии.

Итак, при рассмотрении задач о существовании стационарного решения в многоядерных волокнах регулярной структуры, система уравнений

(54) может быть упрощена и сведена к системе инвариантных уравнений в частотном пространстве. Для поиска стационарных, локализованных во времени и пространстве решений таких систем хорошо подходит метод Петвиашвили. Например, для структуры в виде замкнутого кольца ядер (см. рисунок 16 (а)) возможен поиск как локализованного по времени и пространству решения, так и распределенного по пространству решения, когда в каждом из ядер распространяется импульс, причем все импульсы имеют мощность одного порядка. Также метод Петвиашвили позволяет найти стационарное решение в виде локализованного пространственно-временного солитона в многоядерных волокнах гексагональной структуры, см. рисунок 16 (б).

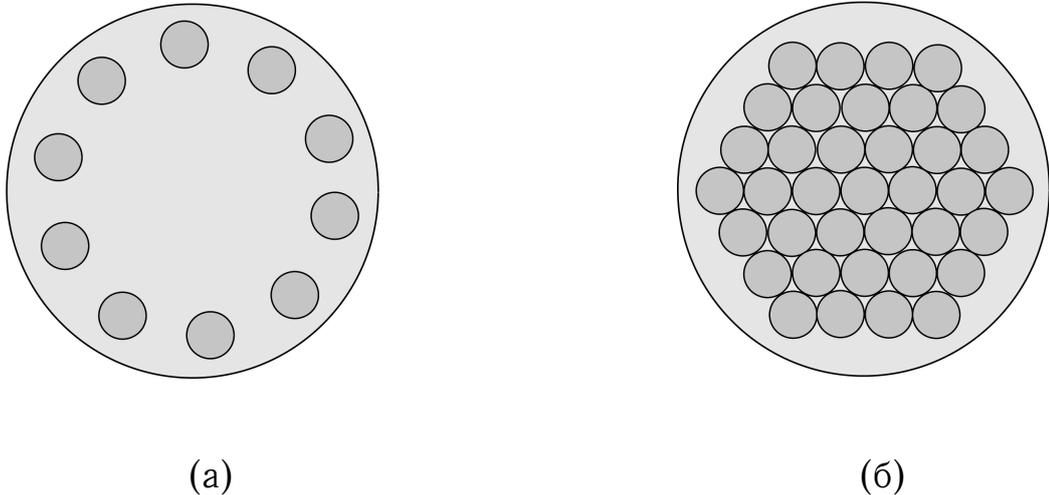


Рисунок 16 — Схематическое изображение регулярной структуры многоядерного волокна: (а) радиальное расположение ядер, (б) гексагональное расположение ядер.

Метод Петвиашвили хорошо подходит для поиска стационарных решений уравнений вида 57 или, в более общем виде:

$$iU_t + \nabla^2 U + |U|^p U = 0, \quad (59)$$

где $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$, U - вектор неизвестных функций. В подобных системах уравнений при переходе в Фурье-пространство возможна полная диагонализация. Пояснением может послужить уравнение (57): преобразование Фурье членов A_{i-1} и A_{i+1} даст взаимно компенсирующиеся

слагаемые, приводя уравнение (57) к инвариантному виду. Итерационный процесс выписывается в простой форме:

$$u_{n+1} = M^{-1} u_n^p \left(\frac{\langle u_n, u_n^p \rangle}{\langle u_n, M u_n \rangle} \right)^{-\gamma}. \quad (60)$$

Было показано, что выбор γ влияет на скорость сходимости итераций, и оптимальным значением является $\gamma = \frac{p-1}{p}$ [68].

Рассмотрим многоядерное волокно с центрально-симметричной схемой расположения ядер: одним центральным ядром и N_c ядрами, расположенными на периферии (см. рисунок 17). Подобные системы являются двумерными и были хорошо изучены как для непрерывных волн [69], так и для импульсных волн [67]. Тем не менее, существующие подходы обладают рядом недостатков.

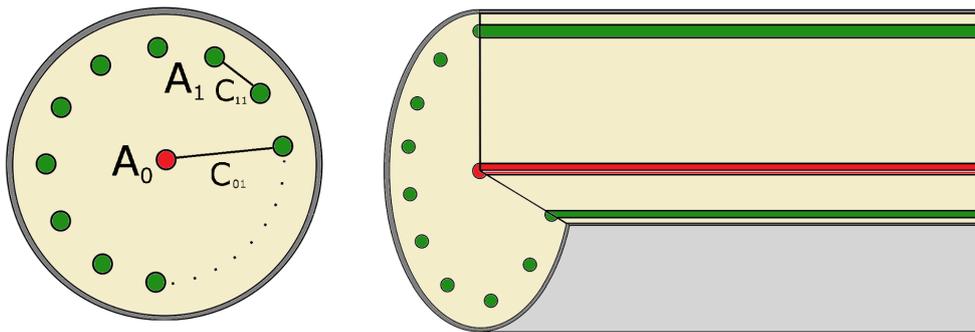


Рисунок 17 — Схематическое изображение структуры рассматриваемого в диссертационной работе многоядерного волокна.

Так, при описании распространения непрерывной волны используется осредненное уравнение Шредингера, в котором отсутствует дисперсионный член уравнения. Данный подход заметно сужает область применимости системы уравнений. Для импульсных волн [67] система уравнений сохраняет широкую область применения, однако нахождение аналитического приближенного решения здесь является сложной задачей. В частности, высокая точность совпадения численного и приближенного решения в области малых значений энергии для таких систем достигнута не была.

Для описания распространения света в предложенной структуре волоконных ядер используется система (54) состоящая из $(N_c + 1)$ уравнения.

Как видно, данная система не может быть сведена к системе инвариантных уравнений, а значит метод Петвиашвили для данного класса задач не будет сходиться к семейству локализованных решений. Для рассматриваемой системы уравнений необходимо разрабатывать новый численный итерационный метод поиска стационарных решений.

Глава 2. Методы подавления шумовых эффектов в солитонных волоконно-оптических линиях связи

Как уже отмечалось ранее, основным ограничением роста скорости волоконно-оптических линий связи является случайный характер взаимодействия импульсов и шума усилителей. Случайные колебания фазы и положения импульса на символьном интервале могут приводить к ошибкам декодирования. Кроме того, в присутствии значительных флуктуаций фазы невозможно использовать фазовые форматы модуляции высокого порядка, что логарифмически снижает скорость передачи информации.

Исследования методов подавления случайных колебаний фазы и положения импульса в солитонных линиях связи проводились в начале 90-х годов, когда основным методом приема сигнала было прямое детектирование [70–73]. В подобных линиях связи использовался простейший формат модуляции “включено-выключено” — ООК, который описан в Главе 1. В настоящее время большая часть волоконно-оптических линий связи использует методы когерентного детектирования сигнала, когда для кодировки информации используется фаза импульса. Однако обстоятельных,

детальных исследований методов подавления флуктуаций в когерентных солитонных линиях не проводилось.

Итак, одним из методов снижения влияния шумов на распространение импульсов в солитонных линиях связи с прямым детектированием сигнала является компенсация дисперсии. Было показано, что благодаря компенсации дисперсии на приемнике, возможно уменьшить значение временных флуктуаций в два раза [72]. Кроме того, при помощи использования методик подавления эффекта Гордона-Хауса была продемонстрирована передача солитонного канала 40 Гбит/с на расстояния порядка 10 тыс. км. [74].

Способами компенсации фазовых флуктуаций в солитонных линиях связи с прямым детектированием сигнала являются оптическое фазовое сопряжение [75, 76] и метод спектральной инверсии [77]. Также было показано, что фазовое сопряжение, примененное на половину длины распространения сигнала снижает флуктуации фазы солитона до 3-х раз.

Кроме вышеупомянутых, существует множество исследований, посвященных изучению эффектов фазовых и временных флуктуаций [59, 60, 78].

Общим методом уменьшения влияния шумовых эффектов на распространение солитонных импульсов в системах прямого детектирования сигнала является применение оптических фильтров параболической формы [26, 73]. Также существуют специальные “скользящие” фильтры, которые сдвигают несущую частоту сигнала в частотную область, где шум предварительно фильтруется. С уменьшением количества шума в системе можно добиться значительного улучшения качества сигнала.

Однако, существуют и негативные последствия применения частотной фильтрации: поскольку фильтр обрезает часть частотных составляющих спектра сигнала, происходит потеря его мощности. Поэтому в подобных линиях связи необходимо применение дополнительного усиления для восстановления энергии сигнала после фильтрации. Каждый из таких усилителей будет являться источником дополнительного шума, вносимого в систему. По мере прохождения сигнала через каждый усилитель, распложенный вдоль линии связи, будет происходить усиление не только “полезной”, но и “шумовой” компоненты сигнала. Большое количество усилителей мо-

жет приводить к переусилению шумовой компоненты и росту искажений сигнала.

Тем не менее, благодаря современным технологиям возможна эффективная солитонная передача сигнала с применением технологии спектрального уплотнения и фильтрации [79].

В Главе 2 рассматриваются два способа подавления шумовых эффектов в солитонных волоконно-оптических линиях связи: метод цифровой обработки сигнала и метод оптической фильтрации. В качестве цифрового метода используется метод обратного распространения сигнала, изложенный в Разделе 1.2. Оба подхода к подавлению временных и фазовых флуктуаций впервые рассматриваются в контексте когерентной солитонной передачи данных. Проводится оптимизация применения данных методов: метода обратного распространения сигнала по “виртуальной” длине обратного распространения, метода фильтрации по ширине фильтра и расстоянию между фильтрами в линии связи. На основе значений дисперсии случайных отклонений фазы и положения импульса проводится анализ эффективности методов и их сравнение.

2.1. Метод обратного распространения сигнала

Рассмотрим распространение солитонного сигнала по линии связи, схема которой изображена на рисунке 18. В данной линии последовательность солитонных импульсов распространяется по оптическому волокну длиной L без каких-либо встроенных компонент (например, без фильтров). Оптические потери компенсируются за счет использования идеального распределенного Рамановского усиления с обратной накачкой BRP (*Backward Raman Pump*). Для моделирования “прямого” распространения используется обобщенное нелинейное уравнение Шредингера с добавлением шумового члена в правой части. Для исследования влияния дисперсии на накопление и подавление шумовых эффектов в расчетах использовались три типа волокна, параметры которых представлены в Таблице 1. Для проведения численных расчетов использовались хорошо разделенные солитоны, для

которых выполняется соотношение $T_0/T_s > 5$. Таким образом исключался вклад межсолитонного взаимодействия.



Рисунок 18 — Схематическое изображение линии связи с применением метода обратного распространения сигнала.

На приемнике исследуемой линии связи осуществляется процедура обратного распространения сигнала на расстояние L_b , которая описана в Разделе 1.2. В общем случае, $L_b \neq L$, поскольку в искажение сигнала вносит вклад как межсолитонное взаимодействие, так и случайные, шумовые эффекты, которые невозможно компенсировать методом обратного распространения. Оптимизация параметра L_b является актуальной и интересной задачей.

Необходимо помнить, что обратное распространение сигнала является цифровой процедурой, т.е. представляет собой обработку принятого и оцифрованного сигнала. Расстояние L_b является “виртуальным”, поэтому моделирование проводится без добавления шумового члена.

В качестве формата модуляции был выбран формат с непрерывным равномерным распределением фазы. Подобный формат модуляции подразумевает случайное задание фазы для каждого импульса, таким образом распределение значения фазы является равномерным в диапазоне $[0; 2\pi]$. Итак, значение фазы любого из последовательности импульсов случайно, а значение фазы в пределах символьного интервала остается постоянным (см. рисунок 19 (а)). Начальная констелляционная диаграмма будет представлять собой кольцо радиуса $\sqrt{P_0}$, см. рисунок 19 (б).

Таблица 1 — Параметры оптического волокна и численной модели

Параметры волокна		
	Затухание на длине волны 1550 нм	0.2 дБ/км
	Эффективная площадь моды	80 мкм ²
	Нелинейный показатель преломления	$2.7 \cdot 10^{-29}$ км ² /мВт
	Коэффициент нелинейности	$1.27 \cdot 10^{-3}$ мВт ⁻¹ · км ⁻¹
SSMF	Дисперсия	17 пс / нм / км
TWF		4 пс / нм / км
DSF		0.5 пс / нм / км
Параметры численной модели		
	Количество импульсов	2^{15}
	Расстояние распространения	до 20 тыс. км.
SSMF	Ширина импульса	80 пс
TWF		30 пс
DSF		16 пс
SSMF	Символьный интервал	600 пс
TWF		250 пс
DSF		100 пс
SSMF	Мощность	8 мВт
TWF		13 мВт
DSF		6 мВт
SSMF	Численный шаг	0.31 км
TWF		0.18 км
DSF		0.43 км

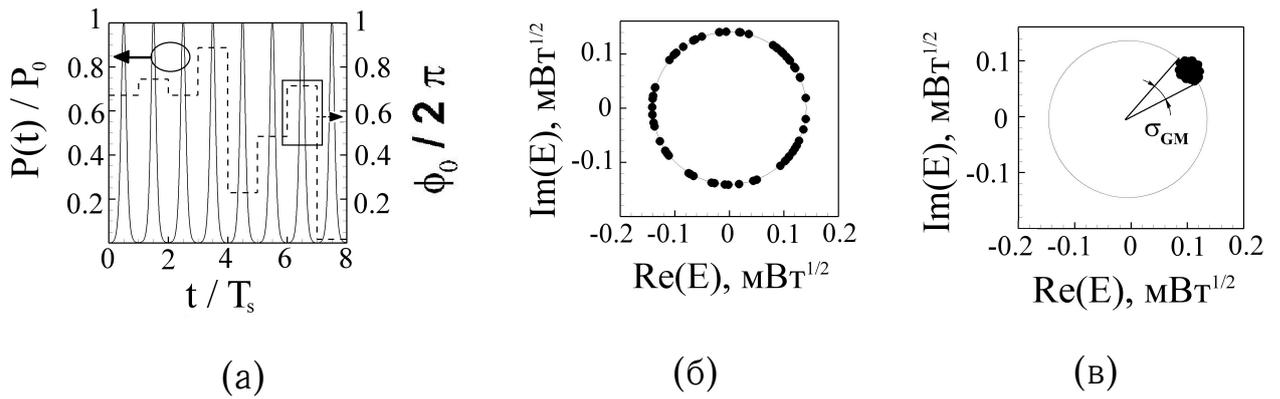


Рисунок 19 — (а) Последовательность солитонных импульсов равной мощности со случайной фазой, (б) начальная констелляционная диаграмма сигнала с непрерывной фазовой модуляцией, (в) констелляционная диаграмма сигнала после процедуры индивидуального поворота.

При анализе данных основными расчетными параметрами будут являться временные и фазовые флуктуации, σ_τ и σ_ϕ соответственно. Для их оценки применялся следующий алгоритм:

1. При создании последовательности импульсов значение каждой фазы записывалось в отдельный массив данных;
2. После распространения фаза каждого импульса поворачивалась на индивидуальное начальное значение — производилась процедура обратного поворота по фазе. Так, в отсутствии искажений сигнала начальная констелляционная диаграмма отобразилась бы в точку. Однако, нелинейные шумовые искажения, а также нелинейный набег фазы, приобретаемые по мере распространения сигнала по волокну, вносят искажения. Они проявляются в виде нелинейного набега фазы и трансформации “точки” в “шумовое облако” на констелляционной диаграмме (см. рисунок 19 (в));
3. Далее вычислялся центр масс облака:

$$x_c = \frac{1}{N_s} \sum_1^{N_s} (x_i), y_c = \frac{1}{N_s} \sum_1^{N_s} (y_i). \quad (61)$$

Относительно него вычислялось значение фазовых флуктуаций σ_ϕ , как среднеквадратичное отклонение от центра масс “облака”:

$$\sigma_\phi^2 = (\overline{\phi^2}) - (\overline{\phi})^2 \quad (62)$$

4. Аналогично проводился расчет временного отклонения σ_τ , как среднеквадратичного отклонения положения импульсов от центра на индикаторной диаграмме (см. рисунок 15):

$$\sigma_\tau^2 = (\overline{t^2}) - (\overline{t})^2 \quad (63)$$

где t — положение максимума импульса на временном интервале.

Таким образом, были проведены расчеты для исследования влияния процедуры обратного распространения сигнала на подавление временных и фазовых флуктуаций в солитонных волоконно-оптических линиях связи. Подобная процедура не способна компенсировать шумовые эффекты, но, тем не менее, она способна подавить другие детерминистские эффекты, такие как межсолитонное взаимодействие.

На рисунке 20 продемонстрированы численные результаты моделирования накопления временных и фазовых флуктуаций, а также их подавление методом обратного распространения сигнала для двух типов волокон: DSF и TWF. Черными прямоугольниками показано накопление эффектов во время физического распространения сигнала по солитонной линии связи, в присутствии шума и отсутствии методов контроля (обратного распространения сигнала или оптической фильтрации). Цветными символами представлены данные обработки сигнала на приемнике. Каждая кривая представляет собой данные для фиксированного расстояния распространения L_i . Например, для DSF волокна (см. рисунок 20 (а, в)) фиксированные расстояния составили 5 тыс. км (красные символы), 10 тыс. км (синие символы), 15 тыс. км (зеленые символы) и 20 тыс. км (фиолетовые символы). Так, после каждого из фиксированных L_i , цветными символами обозначены значения флуктуаций как функции “виртуальной” длины обратного распространения L_b (ось абсцисс представляет собой сумму “физического” (черные символы) и “виртуального” (цветные символы) распространения).

Для каждого из фиксированных L_i процедура обратного распространения сигнала проводилась на то же расстояние L_i . На рисунке 20 (б,г) представлен аналогичный численный результат для накопления и подавления временных и фазовых флуктуаций в линиях связи, в которых используется тип волокна TWF.

Видно, что в обоих случаях (как для временного, так и для фазового отклонения) процедура обратного распространения сигнала способна значительно уменьшить величину флуктуаций параметров импульсов. Кроме того, видно, что оптимальное значение “виртуальной” длины распространения составляет примерно половину физической длины распространения, $L_b \approx L/2$.

Для традиционных линий связи основное применение процедуры обратного распространения сигнала направлено на подавление и компенсацию как нелинейных, так и дисперсионных искажений. Поэтому в традиционных линиях связи необходимо выполнять данную процедуру на всю длину распространения. Однако, в солитонных линиях связи данное требование снижено: нелинейные и дисперсионные эффекты компенсируют друг друга. Обратное распространение сигнала необходимо для компенсации детерминистских эффектов. В солитонных линиях связи длина “виртуального” распространения составляет половину физического распространения сигнала.

Кроме того, качество сигнала определяется взаимодействием сигнала и шума, а значит полная компенсация негативных эффектов невозможна. Проведенное численное моделирование показало, что использование процедуры обратного распространения сигнала в солитонных линиях связи позволяет уменьшить влияние эффектов временных и фазовых флуктуаций более чем на 40%. Тем не менее, эффективность данной процедуры падает при распространении сигнала на большие расстояния. Данный эффект связан с чрезмерным накоплением шумов системы: сигнал искажается так сильно, что “обратная” компенсация детерминистских эффектов становится невозможной.

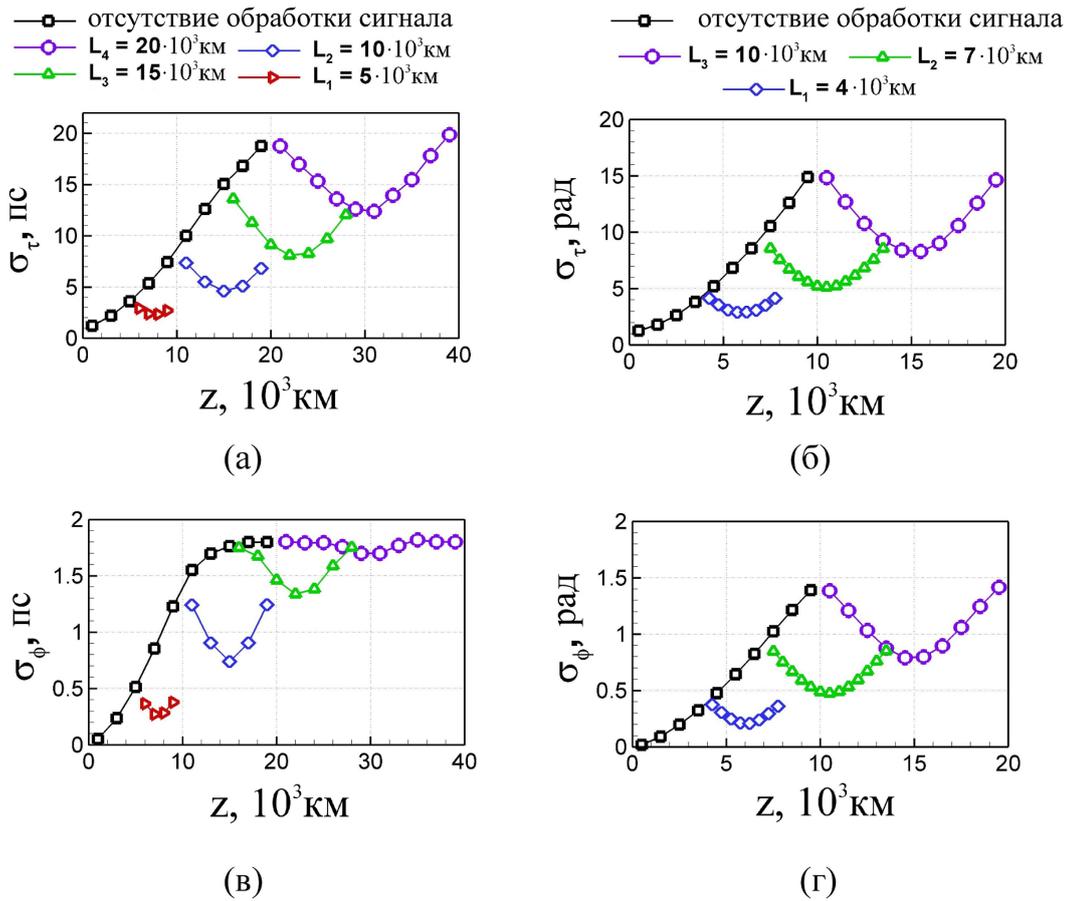


Рисунок 20 — Влияние процедуры обратного распространения сигнала на подавление шумовых эффектов в солитонных линиях связи на примере двух типов волокон: DSF (а,в) и TWF (б,г). На рисунках (а,б) представлена динамика временного отклонения; (в,г) — фазового отклонения.

2.2. Применение оптической фильтрации

Альтернативным методом борьбы с шумовыми эффектами, предложенным в 1991 году, является применение оптической фильтрации. В основе данного подхода лежит идея того, что любые случайные флуктуации положения максимума спектра солитона можно подавить при помощи фильтра параболической формы — эталонного фильтра. Так, под действием фильтрации положение максимума будет возвращаться на начальное положение. Уменьшение колебаний максимума спектра солитонного сигнала будет приводить к уменьшению флуктуаций временного положения импульсов.

Было показано, что применение фильтрации позволяет уменьшать фактор роста отклонений с $Z^3/3$, как описано в Разделе 1.4 формулами (51–52), до Z [26].

Кроме того, применение такой фильтрации позволяет уменьшать и амплитудные колебания. Например, солитонный импульс бóльшей мощности (по сравнению с начальной пиковой мощностью P_0) будет иметь более широкий спектр, а значит при фильтрации будет испытывать бóльшие потери. Импульс меньшей мощности, наоборот, будет испытывать меньшие потери при фильтрации. Было показано, что эталонный фильтр также позволяет снизить фактор роста амплитудных флуктуаций с кубического до линейного [26].

Необходимо отметить, что импульсы **не солитонной формы** не способны распространяться по оптоволоконным линиям связи в присутствии эталонных фильтров. При распространении на большие расстояния спектр несолитонного сигнала будет уширяться за счет эффекта фазовой самомодуляции. Фильтр будет обрезать появляющиеся новые частотные компоненты, таким образом, будет происходить потеря мощности сигнала и, как следствие, потеря информации. Тем не менее, солитонный сигнал способен пройти через цепочку подобных фильтров благодаря способности к регенерации частотных компонент.

Однако, усилители вносят дополнительный шум в систему. Цепочка усилителей будет усиливать не только сигнал, несущий информацию, но и шум, добавленный в систему предыдущим усилением. В результате, мощность шума в линии связи будет расти экспоненциально от усилителя к усилителю, что приведет к быстрому разрушению сигнала. Поэтому присутствие эталонных фильтров в солитонных линиях связи имеет свои ограничения, а применение фильтрации требует оптимизации системы.

На рисунке 21 изображена исследуемая линия связи. Она состоит из N последовательных сегментов, каждый из которых содержит участок оптоволоконна, оптический фильтр F и усилитель A . Оптические потери компенсируются при помощи распределенного ВКР-усиления. Усилитель A необходим для компенсации потерь мощности, вносимых фильтром F .

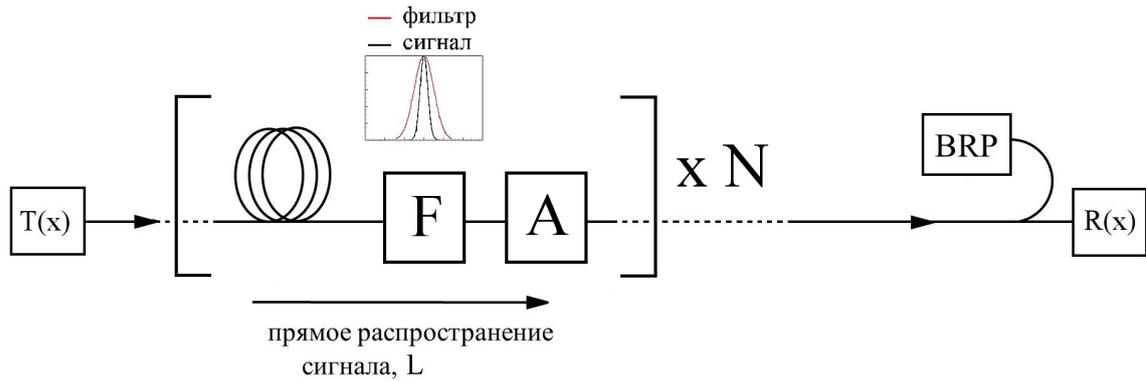


Рисунок 21 — Схема исследуемой волоконной линии связи с применением оптической фильтрации.

На рисунке 22 представлены результаты оптимизации применения фильтрации для солитонных волоконно-оптических линий связи. Огибающая фильтра задавалась формулой:

$$F(\omega, z) = \left(1 - \frac{k(\omega - \omega_i)^2}{\Delta\nu_{ch}^2}\right) \delta(z - nL_a) \quad (64)$$

где ω_i — частота несущей волны, n — номер фильтра. Оптимизация проводилась по двум параметрам: коэффициенту ширины фильтра k и расстоянию между фильтрами вдоль линии связи L_a .

Итак, на рисунке 22 (а,б) представлены значения временного и фазового отклонений для набора значений (k, L_a) в линии связи с типом волокна DSF. При слишком частой фильтрации (малые значения L_a) спектр солитонного сигнала не успевает восстановиться, происходит потеря мощности и потеря солитонной формы сигнала, что приводит к большим искажениям. При слишком редком применении фильтрации эффективного избавления от шума не происходит, что приводит к росту флуктуаций солитонных параметров и снижению эффективности линии связи. Аналогично влияет на сигнал и ширина фильтра: слишком узкий фильтр “обрезает” много “полезных” частот спектра, слишком широкий — не обеспечивает эффективного подавления шумов и приводит к росту отклонений солитонных параметров.

Согласно результатам оптимизации параметров оптической фильтрации, существует область, где и фазовые, и временные флуктуации достигают своих минимальных значений. Во всех последующих численных расчетах

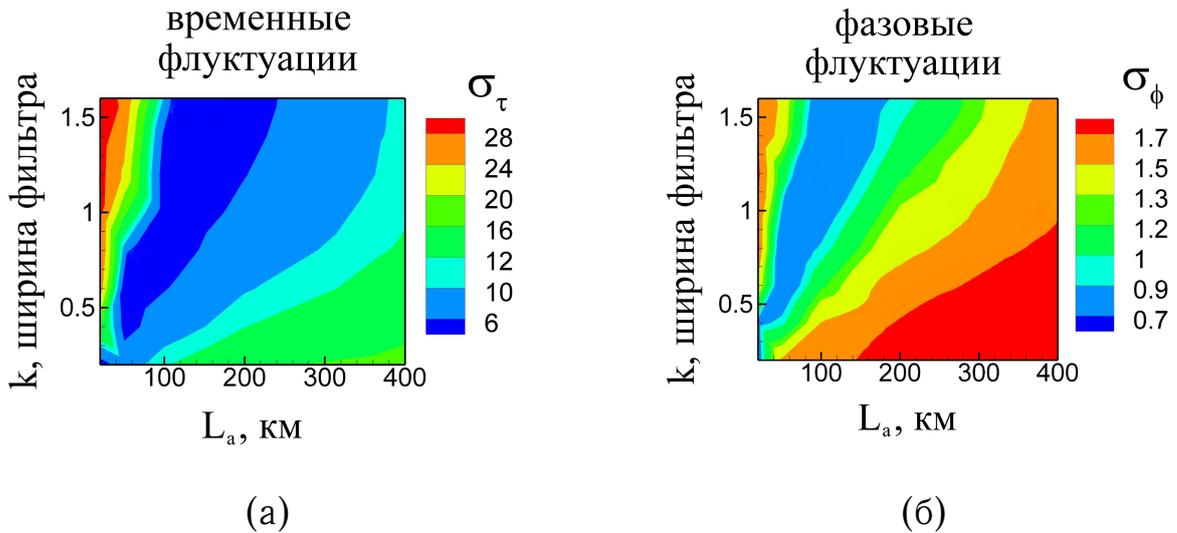


Рисунок 22 — Оптимизация параметров фильтрации в солитонных волоконно-оптических линиях связи: (а) значения временных и (б) фазовых флуктуаций.

было зафиксировано:

$$k = 1, \quad L_a = 100 \text{ км.} \quad (65)$$

На рисунке 23 приведено сравнение применения оптимизированных процедур обратного распространения сигнала (“виртуальная” длина составляет половину длины распространения сигнала, $L_b = L/2$) и эталонного фильтра (расстояние между фильтрами $L_a = 100$ км) для DSF волокна. Применение фильтрации подразумевает отсутствие какой-либо дополнительной обработки сигнала, такой как обратное распространение сигнала, корректировка ошибок и другие. Видно, что для небольших расстояний распространения (менее 5000 км) подавление как временных, так и фазовых флуктуаций обоими методами дает равнозначный результат. Однако, с увеличением расстояния распространения, применение фильтрации оказывается намного более эффективным по сравнению с процедурой обратного распространения сигнала.

Кроме того, на рисунке 23 представлено сравнение результатов численного эксперимента по накоплению флуктуаций и теоретической оценки (51–52). Видно хорошее качественное и количественное согласование. Расхождения в значениях фазовых флуктуаций обусловлено ограничением применения формулы (52) расстояниями до 5000 км.

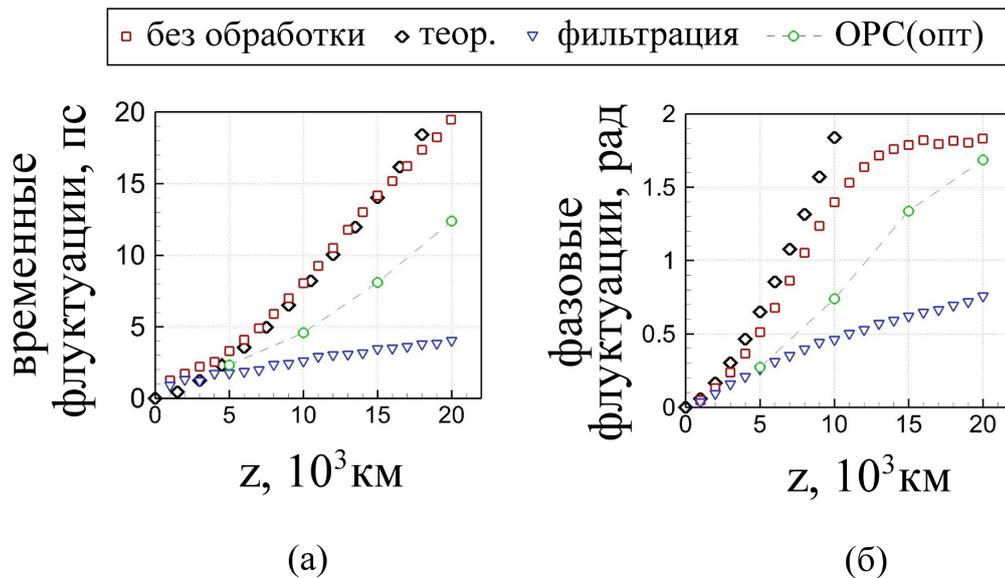


Рисунок 23 — Сравнение применения методов обратного распространения сигнала и фильтрации для подавления эффектов (а) Гордона-Хауса и (б) Гордона-Молленауэра в солитонных волоконно-оптических линиях связи с использованием DSF волокна.

Поскольку оба эффекта фазовых и временных флуктуаций являются следствием как взаимодействия солитонных импульсов с шумом, так и детерминистского межсолитонного взаимодействия, процедура обратного распространения сигнала лишь частично способна компенсировать данные негативные эффекты. С ростом мощности шума в системе искажения сигнала становятся необратимыми. Тем не менее, применение фильтрации снижает общий уровень шума, а значит подавляет временные и фазовые флуктуации на больших расстояниях распространения значительно эффективней. На рисунке 24 представлены результаты сравнения обеих процедур подавления флуктуаций для всех исследованных типов волокон.

Солитонные волоконно-оптические линии связи с применением эталонных фильтров не обладают высокой спектральной эффективностью, однако проведенное исследование показывает, что солитонные линии связи способны работать в области высоких значений отношения сигнал/шум.

Далее был проведен анализ зависимости коэффициента ошибки EVM при когерентной солитонной передаче сигнала от применения оптической

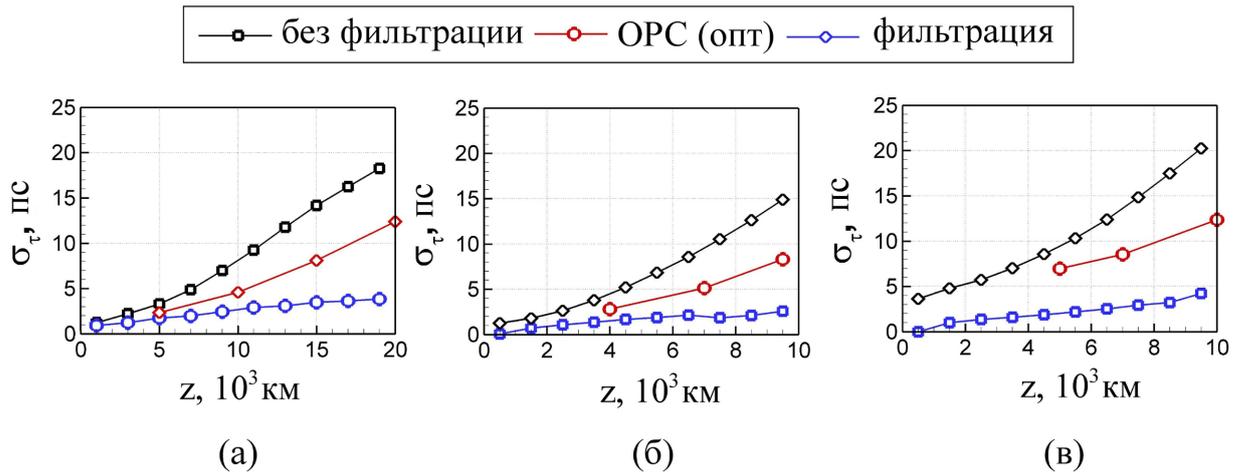


Рисунок 24 — Сравнение различных методов подавления временных флуктуаций для (а) DSF, (б) TWF, (в) SSMF волокон.

фильтрации. Параметр EVM является мерой искажения сигнала, и может послужить критерием безошибочной передачи информации (см. Главу 1).

На рисунке 25 для разных типов волокон показано, что при использовании оптической фильтрации значение EVM может быть значительно снижено. Поскольку значение параметра EVM может быть аналитически выражено через значение параметра BER для каждого конкретного формата модуляции [39], был проведен анализ применимости различных фазовых форматов в солитонных линиях связи. Так, приняв $BER = 2 \cdot 10^{-2}$ за пороговое значение коэффициента ошибок на приемнике, мы рассчитали значение EVM для определения расстояния передачи сигнала, при котором возможно безошибочное его декодирование. Так, для фазового формата модуляции BPSK пороговое значение EVM составило 57%, QPSK — 44%, 8-PSK — 22%. На рисунке 25 все перечисленные пороговые значения изображены штриховыми линиями. Так, например, для волокна DSF показано (рисунок 25 (в)), что при использовании бинарного формата модуляции по фазе BPSK (скорость передачи данных 10 Гбит/с) с применением оптической фильтрации возможно увеличение безошибочной передачи данных с 5.5 до 13 тыс. км. С другой стороны, для того же расстояния распространения (≈ 5000 км) использование эталонных фильтров позволяет утроить скорость передачи данных при помощи использования формата 8-PSK. Та-

ким образом, солитонные линии связи с применением оптической фильтрации позволяют передавать 30 Гбит/с сигнал на расстояния до 4000 км без ошибок.

В таблице 2 приведены численные результаты расчета максимального расстояния, на которое возможна безошибочная передача информации в солитонных когерентных линиях связи с использованием форматов модуляции различного порядка: BPSK (10 Гбит/с), QPSK (20 Гбит/с), 8-PSK (30 Гбит/с).

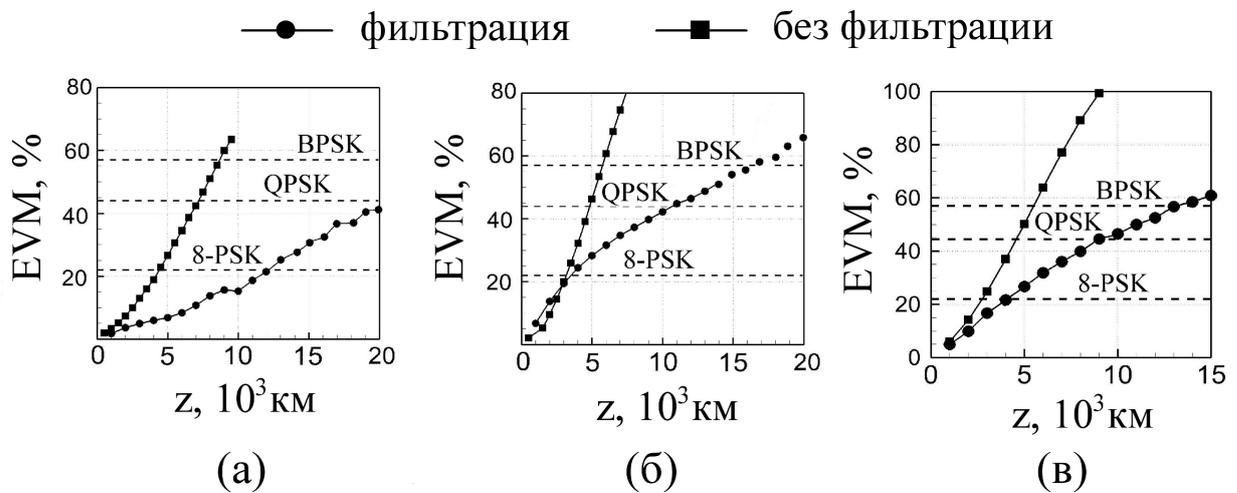


Рисунок 25 — Сравнение различных методов подавления временных флуктуаций для (а) SSMF (б) TWF (в) DSF волокон.

Таблица 2 — Результаты применения фильтрации в солитонных линиях связи: максимальное расстояние безошибочной передачи данных для различных форматов модуляции и типов волокон

	DSF	TWF	SSMF
BPSK	14 тыс.км.	16 тыс.км.	> 20 тыс.км.
QPSK	9 тыс.км.	10 тыс.км.	20 тыс.км.
8-PSK	3.5 тыс.км.	3.5 тыс.км.	12 тыс.км.

Также отметим, что применение фильтрации для SSMF волокна оказалось эффективнее, чем для других типов волокон. Так, для DSF волокна и

формата модуляции BPSK с применением фильтрации возможно увеличение расстояния распространения с 5500 до 13000 км, а для SSMF волокна (рисунок 25 (а)) от 4000 до 20000 км. Такая разница обусловлена разной мощностью сигнала, используемого в линиях связи с различными типами волокна, а также различным соотношением T_{FWHM}/T_s , которое определяет расстояние между соседними импульсами.

Итак, применение фильтрации уменьшает значение параметра ошибки EVM в два раза по сравнению с прямой передачей сигнала (отсутствие какой-либо обработки сигнала), и в 1.5 раза по сравнению с применением оптимизированной процедуры обратного распространения сигнала.

2.3. Заключение по Главе 2

В данной главе дан краткий обзор способов подавления временных и фазовых флуктуаций в солитонных волоконно-оптических линиях связи. Выполнено исследование влияния процедуры обратного распространения сигнала и оптической фильтрации на качество сигнала для волокон, характеризующихся различным коэффициентом дисперсии: SSMF, TWF и DSF (17, 4 и 0.5 пс/нм/км соответственно).

Показано, что применение метода обратного распространения сигнала на приемнике линии связи позволяет подавить временные и фазовые флуктуации более чем на 40%. Тем не менее, при увеличении дальности передачи информации эффективность метода падает, поскольку накопленный шум вносит случайные искажения, которые невозможно скомпенсировать цифровой процедурой. Также была проведена оптимизация применения оптической фильтрации в солитонных линиях связи по параметрам L_a — расстоянию между фильтрами вдоль линии связи и k — параметру ширины оптического фильтра. Численные результаты говорят о том, что применение фильтрации для компенсации фазовых и временных флуктуаций более эффективно, чем цифровая процедура обратного распространения сигнала. Это объясняется тем, что фильтры снижают общий уровень шума в системе.

Проведена оценка производительности солитонных линий связи на основе статистического параметра ошибки *EVM*. Для каждого из рассматриваемых типов волокон были определены пределы безошибочной передачи данных для различных форматов модуляции. Например, для DSF волокна возможно передача данных 10 Гбит/с на расстояния порядка 14 тыс. км, 20 Гбит/с — 9 тыс. км, и 30 Гбит/с — 3.5 тыс. км.

Глава 3. Спектральная эффективность солитонных когерентных оптических линий связи

Одним из перспективных направлений исследований в настоящее время являются линии связи, в которых кодировка информации осуществляется при помощи использования значения фазы импульса [80–84]. В таких линиях связи для детектирования сигнала используется несколько электромагнитных полей – поле сигнала и заранее известное поле локального осциллятора, поэтому линии связи, использующие подобный метод декодирования называются когерентными. По интерференционной картине взаимодействия полей возможно узнать фазу пришедшего на приемник импульса и принять решение для его декодировки. В настоящее время подобные форматы модуляции вытесняют традиционное амплитудное кодирование, позволяя передавать большее количество информации. Кроме того, существуют комбинированные форматы модуляции, где кодировка происходит по двум или более параметрам: например, фазе и амплитуде, или фазе и положению импульса на символьном интервале [85].

Из-за наличия негативных эффектов Гордона-Хауса и Гордона-Молленауэра проводилось мало исследований спектральной эффективности солитонных волоконно-оптических линий связи с применением когерентного детектирования. Тем не менее, применение солитонных техно-

логий обладает большим потенциалом: благодаря устойчивой форме импульса солитон способен сохранять значение фазы при распространении по оптическому волокну.

В Главе 3 рассматривается солитонная передача сигнала с использованием фазовой модуляции, а также с использованием комбинированного формата модуляции — как по фазе, так и по положению импульса на символьном интервале. С помощью численного моделирования определен максимальный порядок модуляции сигнала, при использовании которого возможна безошибочная декодировка сигнала на фиксированном расстоянии. Проведена оптимизация солитонных линий связи по параметрам модуляции и ширины импульса для достижения максимальной спектральной эффективности. Проведено сравнение традиционных дисперсионных и солитонных линий связи в области высоких значений отношения сигнал/шум.

3.1. Оптимизация параметров фазовой модуляции сигнала

В данном исследовании также рассматривается линия связи, изображенная на рисунке 18. Она состоит из передатчика, участка волокна и приемника, на котором осуществляется процедура обратного распространения сигнала. Параметры используемого волокна и импульсов представлены в Таблице 3. Аналогично Главе 2 в солитонной линии связи используется ВКР-усиление и модель идеального непрерывного Рамановского усиления. Для численного решения уравнения Шредингера применяется симметричная схема метода расщепления по физическим процессам. Моделируется распространение 15-ти спектральных каналов по линии связи протяженностью 2000 км.

Первый этап работы заключался в проведении оптимизации: необходимо подобрать ширину импульса и расстояние между спектральными каналами таким образом, чтобы спектральная эффективность была максимальной. Ширина солитонного импульса будет во многом определять

Таблица 3 — Параметры оптического волокна, сигнала и численной модели.

Параметры волокна		
α	Затухание на длине волны 1550 нм	0.2 дБ/км
A_{eff}	Эффективная площадь моды	80 мкм ²
n_2	Нелинейный показатель преломления	$2.7 \cdot 10^{-29}$ км ² /мВт
D	Дисперсия	17 пс / нм / км
γ	Коэффициент нелинейности	$1.27 \cdot 10^{-3}$ мВт ⁻¹ км ⁻¹
Параметры численной модели		
N_s	Количество импульсов	2^{15}
L	Расстояние распространения	2000 км
	Количество спектральных каналов	15
Параметры импульса		
T_s	Ширина импульса	200 ÷ 1200 пс

эффективность всей солитонной линии связи. Во-первых, ширина T_0 будет определять мощность импульса и режим распространения. Во-вторых, при фиксированном символьном интервале T_s ширина солитона будет определять степень наложения (или взаимодействия) импульсов. Кроме того, ширина спектра сигнала тем шире, чем меньше значение T_0 .

Спектральная эффективность является важным параметром, по которому можно оценить производительность линии связи. Она задается следующим соотношением:

$$SE = \frac{B}{\Delta\nu_{ch}} = \frac{\log_2(M)}{T_s \Delta\nu_{ch}}, \quad (66)$$

где B — битовая скорость передачи данных, M — порядок модуляции сигнала (в когерентной передаче данных — количество фаз, используемых для кодировки информации), $\Delta\nu_{ch}$ — межканальное расстояние.

Таким образом, спектральная эффективность измеряется в бит/с/Гц, и показывает, сколько бит в секунду можно передать через единицу частотного диапазона. То есть, насколько эффективно можно использовать имеющуюся спектральную полосу для передачи информации.

Для получения верхней оценки значения спектральной эффективности использовался следующий алгоритм:

1. В качестве формата модуляции, как и в Главе 2, использовался непрерывный формат модуляции по фазе.
2. На приемнике проводилась процедура обратного поворота фазы импульсов для получения “облака” на констелляционной диаграмме.
3. Далее оценивался размер полученного “облака” — его радиус r — и количество облаков Q , помещающихся на окружность радиуса $\sqrt{P_0}$.
4. На основе полученного значения спектральная эффективность вычислялась как:

$$SE = \frac{\log_2 Q}{T_s \Delta \nu_{ch}}. \quad (67)$$

Результаты оптимизации представлены на рисунке 26. Здесь проведен расчет для набора символьных интервалов от 300 до 1000 пс, на каждом из которых варьировалась ширина солитонного импульса: от малых отношений T_s/T_{FWHM} , что соответствует большому перекрытию импульсов, до больших, что соответствует хорошему разделению импульсов и малому взаимодействию между ними. При задании начальных условий учитывалось перекрытие 3-х соседних импульсов.

Итак, из рисунка 26 видно, что спектральная эффективность при использовании узких импульсов, для которых выполняется соотношение $T_s/T_{FWHM} > 2.5$, невелика. В этой области противопоставлены два эффекта. С одной стороны, несмотря на отсутствие межсолитонного взаимодействия, узкие импульсы будут обладать широким спектром. Поскольку спектральная эффективность обратно пропорциональна ширине спектрального канала, то ее значение будет падать с уменьшением ширины импульса. Однако, более высокая мощность сигнала будет поддерживать более высокий порядок модуляции, поскольку с ростом мощности влияние аддитивного шума будет уменьшаться. Тем не менее, рост порядка модуляции будет влиять на рост параметра спектральной эффективности логарифмически, что медленнее, чем линейный спад, вызванный увеличением ширины спектра. Таким образом, в области небольших значений ширин импульсов мы видим спад спектральной эффективности.

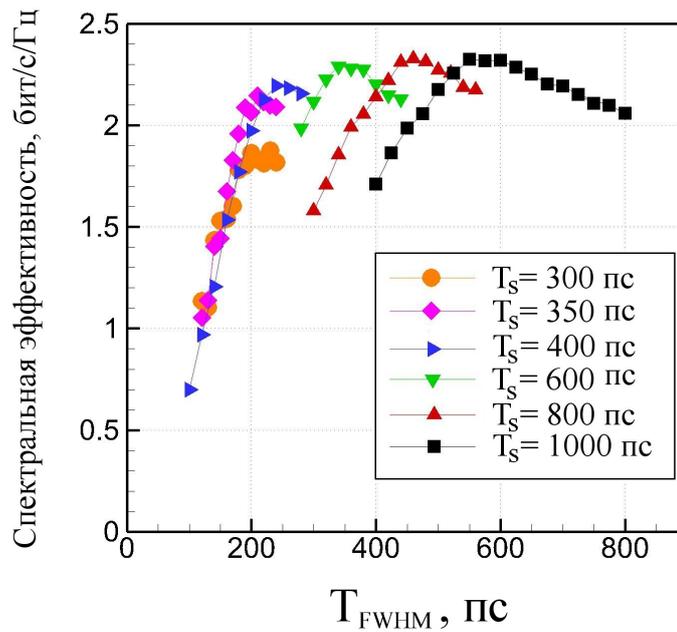


Рисунок 26 — Оптимизация многоканальной солитонной волоконно-оптической линии связи по параметру ширины солитона для достижения максимальной спектральной эффективности.

В области высоких значений ширины импульсов так же будут противопоставлены два эффекта: с одной стороны, рост ширины импульса будет приводить к снижению мощности сигнала, и, следовательно, к уменьшению ширины спектрального канала. С другой стороны, широкие импульсы будут перекрываться, что приводит к появлению начальных возмущений в положении импульса на символьном интервале, а также к появлению флуктуаций фазы импульса. В итоге, порядок допустимой модуляции будет падать. В отличие от области высоких значений T_s/T_{FWHM} вышеупомянутые эффекты будут действовать наоборот: линейное уменьшение ширины спектрального канала будет давать больший вклад, чем логарифмическое уменьшение порядка модуляции сигнала. Так, мы наблюдаем рост спектральной эффективности с ростом ширины импульсов, до того момента, пока начальные флуктуации не становятся слишком велики.

На рисунке 27 представлена оптимизация спектральной эффективности солитонных когерентных линий связи по значению T_s/T_{FWHM} . Видно, что максимум спектральной эффективности достигается при значении $T_s/T_{FWHM} = 1.7$. На рисунке так же представлены основные характери-

ки импульса в точке максимума кривой $T_s = 800$ пс. Максимальное количество фаз Q , которые можно использовать для кодировки информации в этой точке, составило $Q = 13.64$. Это значит, что в реальных линиях связи возможно использование формата модуляции 8-PSK и ниже. На рисунке 27 справа представлены результаты численного расчета распространения 8-PSK сигнала на 2000 км, в том числе: начальный спектр сигнала, состоящий из 15 частотных каналов, спектр сигнала на приемнике, а также индикаторная и констелляционная диаграммы на детекторе.

Констелляционная диаграмма представляет собой 8 облаков, которые расположены довольно близко друг к другу — это говорит о том, что формат модуляции подобран максимально эффективно (бóльшая скорость передачи информации по солитонной линии связи данной фиксированной протяженности невозможна). Индикаторная диаграмма довольно зашумлена. Тем не менее, наличие пустой области в центре говорит о том, что детектирование пересекающихся импульсов все еще возможно.

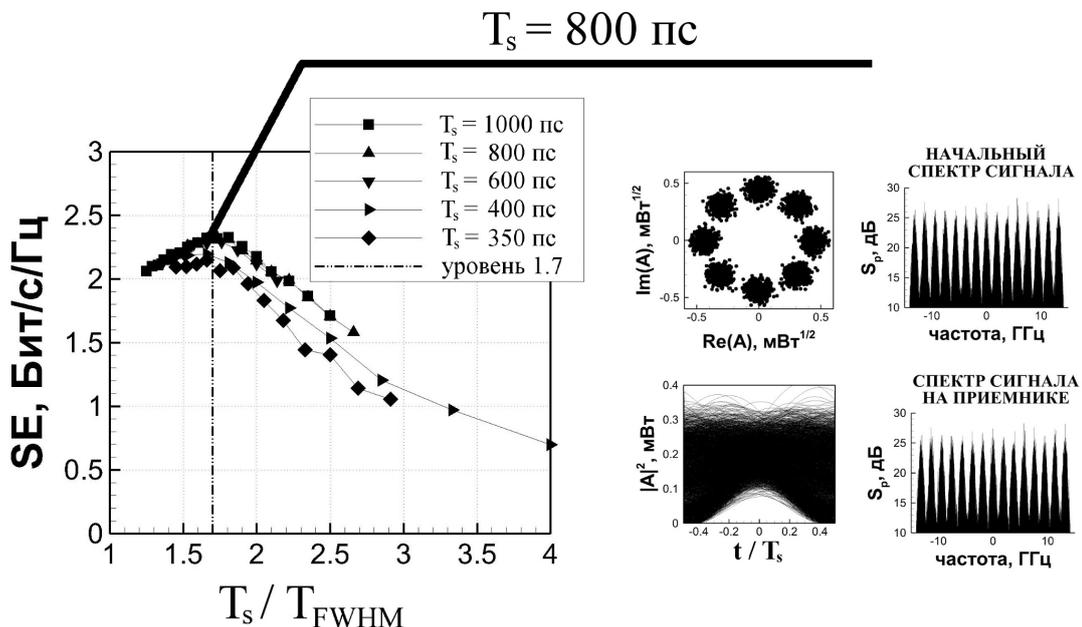


Рисунок 27 — Оптимальное отношение символического интервала к ширине солитонного импульса и параметры сигнала в точке максимума $T_s = 800$ пс: констелляционная и индикаторная диаграммы на приемнике, начальный и конечный спектр сигнала.

Результаты оптимизации межканального расстояния представлены на рисунке 28. На рисунке (а) видно, что с увеличением межканального расстояния значения временных и фазовых флуктуаций падают. Это происходит за счет уменьшения взаимодействия между сигналами на соседних частотах. Чем больше межканальное расстояние, тем меньше значения отклонений.

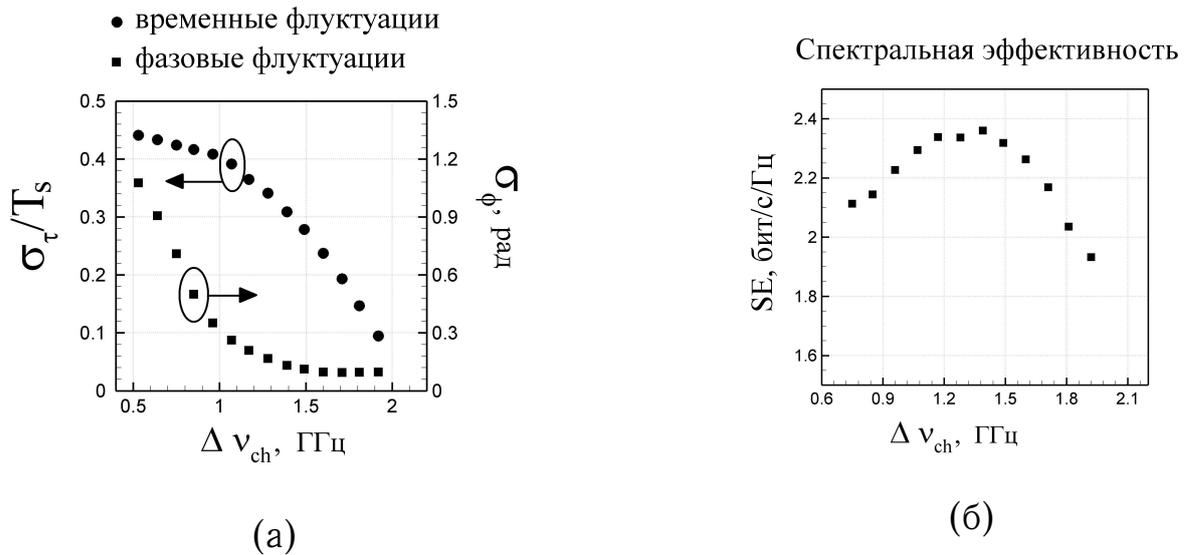


Рисунок 28 — Результаты оптимизации межканального расстояния: (а) значения временных и фазовых отклонений, (б) значения спектральной эффективности.

С другой стороны, большие значения межканального расстояния $\Delta \nu_{ch}$ приведут к уменьшению значения спектральной эффективности (см. рисунок 28 (б)).

Так, в качестве оптимизационных параметров были выбраны значения:

$$T_s / T_{FWHM} = 1.7, \quad \Delta \nu_{ch} = 2.36 / T_{FWHM} \quad (68)$$

Проведем анализ полученных данных. Как уже обсуждалось выше, в солитонной передаче сигнала присутствуют межсолитонное взаимодействие, а также шумовые эффекты Гордона-Хаусса и Гордона-Молленауэра. Оценим влияние каждого из этих эффектов относительно рассмотренной линии связи с полученными в диссертационной работе значениями оптимизационных параметров.

Как уже упоминалось ранее, межсолитонное взаимодействие характеризуется длиной L_c , на которой происходит периодическое столкновение солитонных импульсов:

$$L_c = \frac{\pi}{2} \exp\left(\frac{T_s}{2T_0}\right) \frac{T_0^2}{|\beta_2|}. \quad (69)$$

Проведенная оптимизация задает отношение $T_s/T_{FWHM} = 1.7$, а значит $\frac{T_s}{2T_0} = 1.5$. На рисунке 29 представлена зависимость параметра L_c от значения ширины солитона, пунктирной линией показана длина исследуемой солитонной оптической линии связи $L = 2000$ км. Как видно, для импульсов шириной более 170 пс межсолитонное взаимодействие пренебрежимо мало, $L_c \approx 5 \cdot 10^4 \gg L$. В наших расчетах использовались импульсы шириной $170 \div 600$ пс. Для подобных ширин межсолитонное взаимодействие на расстоянии 2000 км мало или же может быть легко скомпенсировано процедурой обратного распространения сигнала.

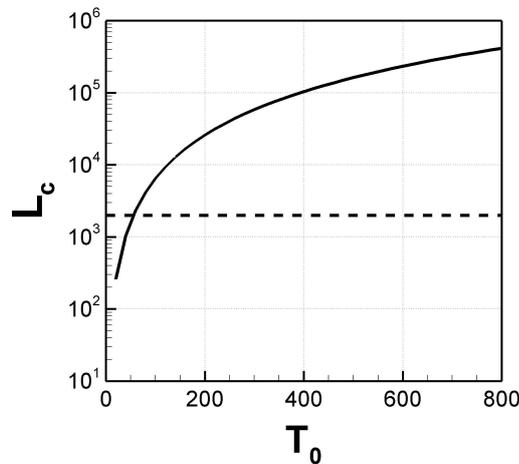


Рисунок 29 — Зависимость характерной длины солитонных столкновений L_c от ширины солитона T_0 (сплошная линия). Пунктирной линией показано значение протяженности исследуемой солитонной линии связи.

Кроме того, на распространение солитонов влияют шумовые эффекты случайных флуктуаций положения и фазы импульса. Как известно, они

зависят от мощности сигнала ($P_0 \sim 1/T_0^2$):

$$\sigma_\tau^2 = \frac{n_2 h}{9} n_{sp} \frac{\alpha D}{T_0 A_{eff}} Z^3, \quad (70)$$

$$\sigma_\phi^2 = \frac{n_2 h}{9} n_{sp} \frac{\alpha D}{T_0^3 A_{eff}} Z^3. \quad (71)$$

Тем не менее, в рассматриваемой линии связи импульсы сильно перекрываются друг с другом, что создает начальное возмущение положения и фазы сигнала. Оценим эти возмущения, рассмотрев влияние четырех соседних импульсов на солитон A_0 (два “соседа” слева и два справа). Для оценки максимального порядка возмущений будем считать, что фазы импульсов совпадают. Амплитуда последовательности солитонных импульсов будет задаваться соотношениями:

$$Re(A(t)) = \sqrt{P_0} \left[\sum_{j=-2}^{j=2} \operatorname{sech}\left(\frac{t - jT_s}{T_0}\right) \right] \cos \phi, \quad (72)$$

$$Im(A(t)) = \sqrt{P_0} \left[\sum_{j=-2}^{j=2} \operatorname{sech}\left(\frac{t - jT_s}{T_0}\right) \right] \sin \phi. \quad (73)$$

Для расчета флуктуаций амплитуды центрального импульса рассчитаем значения (72 - 73) в точке $t = 0$:

$$Re(A(t)) = \sqrt{P_0} \left[\sum_{j=-2}^{j=2} \operatorname{sech}\left(\frac{-jT_s}{T_0}\right) \right] \cos \phi \sim 1.15 \sqrt{P_0} \cos \phi, \quad (74)$$

$$Im(A(t)) = \sqrt{P_0} \left[\sum_{j=-2}^{j=2} \operatorname{sech}\left(\frac{-jT_s}{T_0}\right) \right] \sin \phi \sim 1.15 \sqrt{P_0} \sin \phi. \quad (75)$$

Таким образом, флуктуации мощности ΔP , равные разности $|A|^2 - |A_0|^2$ составляют 32% от P_0 , а амплитуды ΔA соответственно 15% от $\sqrt{P_0}$. Зная разброс значений амплитуды можно оценить количество “облаков” на констелляционной диаграмме как отношение длины окружности к флуктуациям амплитуды: $2\pi\sqrt{P_0}/(0.15\sqrt{P_0}) = 13.3\pi$. Таким образом, значение начальных фазовых флуктуаций может быть оценено как отношение $\frac{2\pi}{13.3\pi} = 0.15$ радиан или 9° .

На рисунке 30 представлен рост и подавление временных и фазовых флуктуаций в рассмотренной и оптимизированной конфигурации солитон-

ной линии связи. На рисунке 30 (а, в) представлено накопление флуктуаций по мере распространения сигнала, на рисунках (б,г) — подавление флуктуаций после применения процедуры обратного распространения сигнала (каждая из точек соответствует оценке величины флуктуаций после процедуры, выполненной на $L = 2000$ км). Видно, что значение фазовых флуктуаций начинаются с 0.15 рад, а временного - с 27%. Эти значения соответствуют начальным возмущениям. Кроме того, видно, что с ростом ширины солитонов и снижением пиковой мощности значения флуктуаций уменьшаются. Заметим, что процедура обратного распространения сигнала не способна полностью подавить возникающие флуктуации — как видно из рисунков 30 (б,г) компенсация возможна только до уровня начальных возмущений.

3.2. Комбинированные форматы модуляции сигнала

Одним из преимуществ солитонных линий связи является возможность использовать положение импульса на символьном интервале для кодировки информации [86–93]. Формат модуляции сигнала по положению импульса на символьном интервале называется PPM — *Pulse Position Modulation*. В традиционных дисперсионных линиях связи, использующих импульсы формы $\sin(t)/t$, такая модуляция невозможна: сдвиг импульса с центра интервала приведет к появлению межимпульсных взаимодействий. Итак, для смешанного формата модуляции в солитонных линиях связи вводится понятие *защитной полосы* — временного интервала, служащего для гарантированного разделения соседних солитонных импульсов. Разберем принцип кодировки информации на примере использования QPSK/4-PPM формата, в котором используется 4 возможных положения и 4 возможных значения фазы импульса, и сравним данный формат со стандартным фазовым форматом QPSK см. рисунок 31.

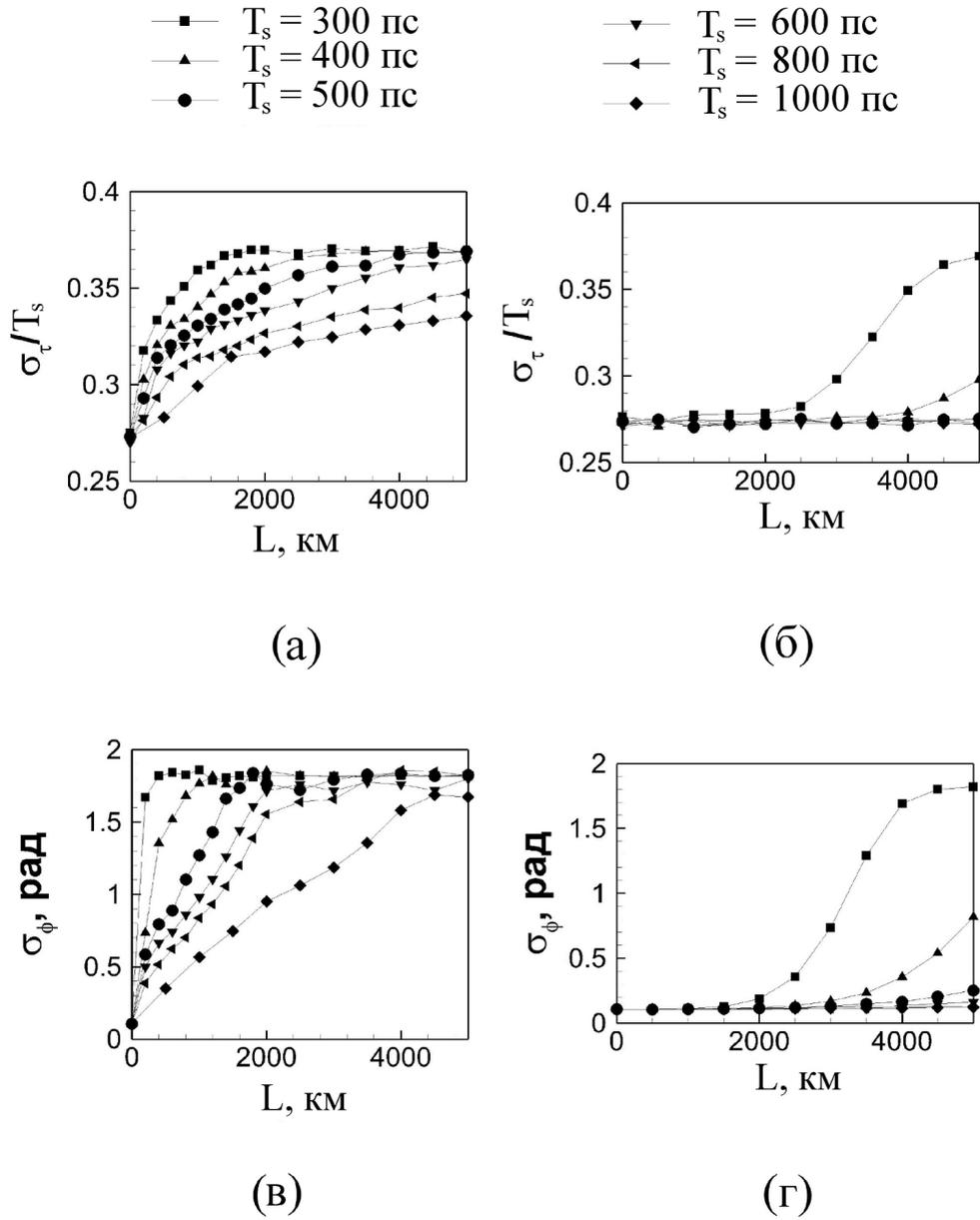


Рисунок 30 — Накопление (а, в) и подавление (б, г) временных и фазовых отклонений в оптимизированной когерентной солитонной волоконно-оптической линии связи для набора символьных интервалов 300 ÷ 1000 пс.

Так, при выполнении кодировки по фазе (QPSK) огибающая электромагнитного поля представляет собой последовательность импульсов, расположенных в центре своих символьных интервалов. Мощность каждого из импульсов одинакова, однако фазы импульсов (действительная и мнимая компоненты поля) различаются. Так, на рисунке 31 изображены символы **1**, **2**, **3**, **4**, закодированные при помощи формата QPSK. Каждый символ содержит информацию о 2-х битах. Так, например, фаза первого символа $\phi_1 = 0$, символ кодирует последовательность бит “00”. Фаза второго символа $\phi_2 = \pi/2$, он содержит информацию о последовательности бит “01”, и т.д. Символы **1**, **2**, **3**, **4** располагаются в центре символьного интервала, каждый символ содержит информацию о 2-х битах.

При использовании кодировки QPSK/4-PPM, на каждом временном символьном интервале также, как и при фазовой модуляции, находится всего один символ. Однако, импульс теперь может располагаться в 4 различных положениях, каждое из которых будет сдвинуто относительно центра символьного интервала T_s . Поскольку положений 4, каждое из них будет передавать информацию о 2 битах. Для гарантированного разделения солитонных импульсов используется защитный интервал — T_{GB} . Кроме того, каждый из импульсов будет обладать одной из 4 возможных значений фазы, а значит переносить информацию о дополнительных двух битах. Таким образом, каждый импульс будет нести информацию о 4-х битах: кодировка по фазе будет использована для декодирования первых двух битов, по положению – последних двух. Так, на рисунке 31 импульсы располагаются на символьном интервале 100 пс, а ширина защитного интервала составляет 20 пс. Тогда при использовании 4-х положений для кодировки информации, центры импульсов придутся на 30 пс, 50 пс, 70 пс и 90 пс. Итак, символы **5**, **6**, **7**, **8** будут кодировать последовательность из 4-х бит. Например, символ **5** — это импульс, имеющий фазу $\phi_5 = 0$ и располагающийся на первом из возможных положений. Символы **6**, **7**, **8** также характеризуются $\phi_{6,7,8} = 0$, но разными положениями на символьном интервале.

Так, согласно рисунку 31 с помощью формата QPSK закодирована последовательность “00-01-10-11”, а с помощью формата QPSK/4-PPM по-

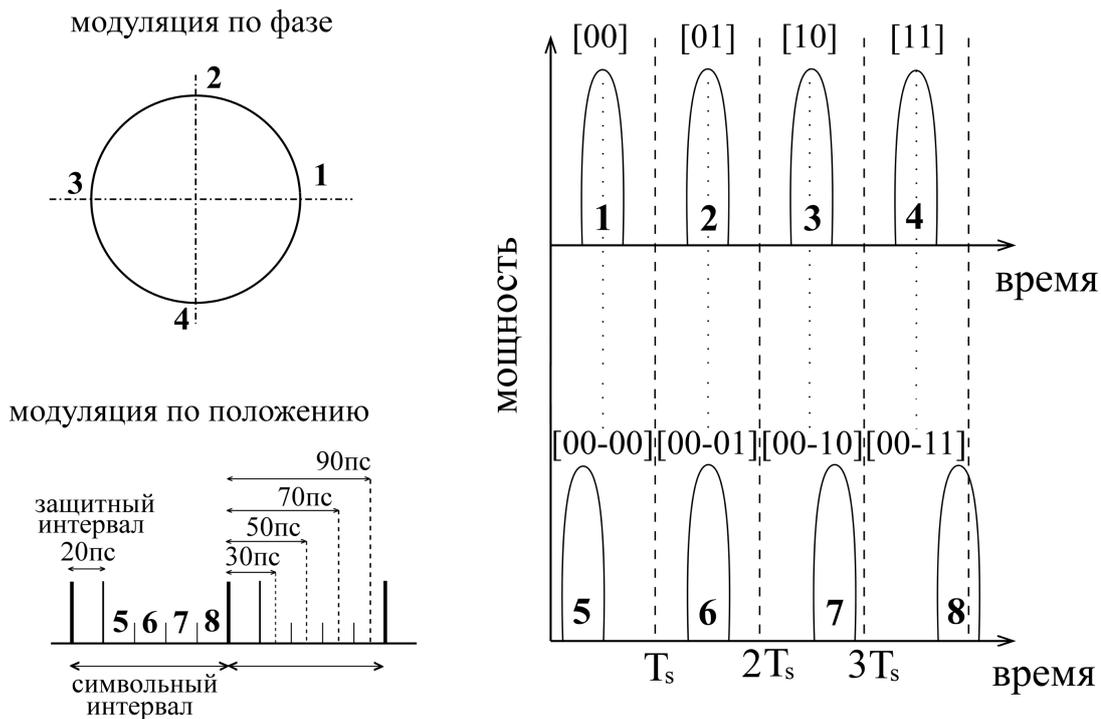


Рисунок 31 — Схематическое представление комбинированного формата модуляции: кодировка и по фазе, и по положению сигнала на временном интервале.

следовательность “0000-0001-0010-0011”. Скорость передачи информации при помощи модуляции сигнала QPSK/4-PPM в два раза быстрее.

В представленном исследовании используется более сложный формат модуляции, в котором как фаза, так и положение импульса задаются непрерывным образом. Начальная констелляционная диаграмма в это случае выглядит как “кольцо”, а начальная индикаторная диаграмма представляет собой плотно заполненный импульсами промежуток на временном интервале, см. рисунок 32 (а, в). На приемнике для оценки спектральной эффективности фаза всех импульсов возвращается на индивидуальную начальную фазу. Также все импульсы сдвигаются по времени согласно начальному положению относительно центра символьного интервала. Так, в отсутствии искажений сигнала начальные круг констелляционной диаграммы и область индикаторной диаграммы перейдут, соответственно, в точку и импульс (см. рисунок 32 (б, г)). В присутствии шумов, конечные констелляционная и индикаторная диаграммы будут представлять собой “облако” и искаженный импульс.

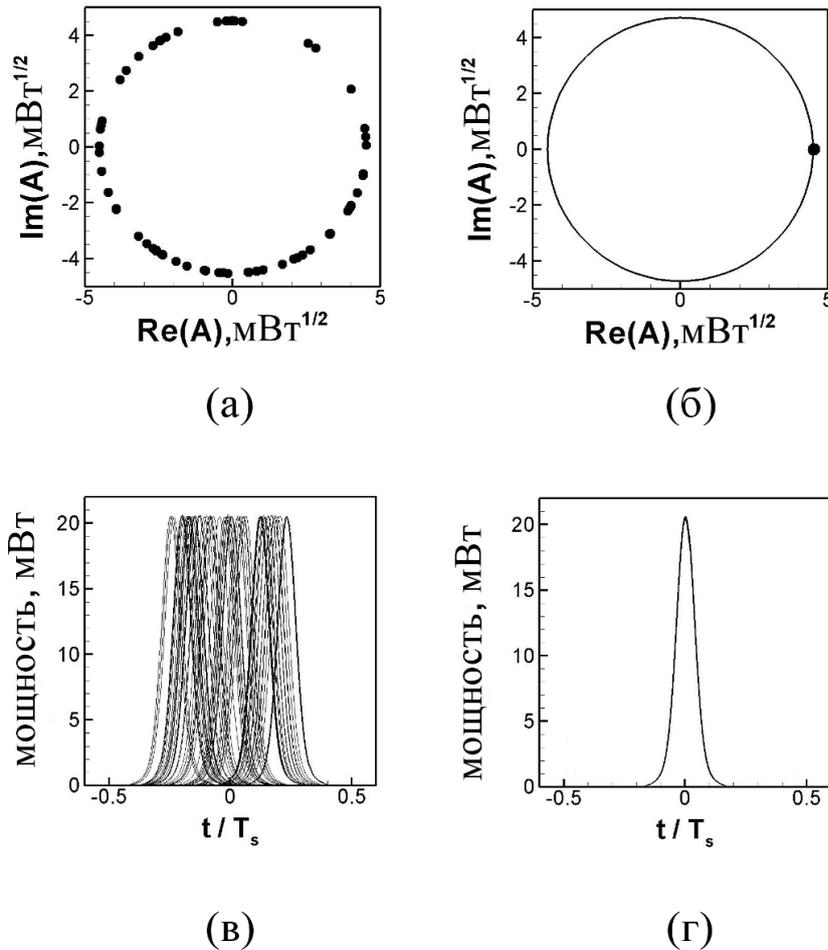


Рисунок 32 — Непрерывный формат кодирования по фазе и положению сигнала: (а) начальная констелляционная и (в) индикаторная диаграммы.

Процедура обратного поворота и центровки импульсов: (б) конечная констелляционная и (г) индикаторная диаграммы.

Далее, для оценки спектральной эффективности применялся следующий алгоритм:

1. После распространения и обработки сигнала применялся алгоритм оценки максимально допустимой фазовой модуляции согласно Разделу 3.1.
2. Далее проводилась оценка временных флуктуаций σ_τ центрированной индикаторной диаграммы и оценивался максимально допустимый порядок модуляции по положению,

$$N_{PPM} = \frac{T_s - T_{GB}}{\sigma_\tau} \quad (76)$$

3. Спектральная эффективность считалась согласно следующему выражению:

$$SE = \frac{\log_2(N_\phi N_{PPM})}{\Delta\nu_{ch} T_s}, \quad (77)$$

При помощи методов численного моделирования была проведена оптимизация параметров рассмотренной солитонной линии связи: оптимизация ширины солитонного импульса T_{FWHM} , межканального расстояния $\Delta\nu_{ch}$ и величины защитного интервала T_{GB} для достижения максимальной спектральной эффективности. На рисунке 33 представлен результат численного исследования зависимости спектральной эффективности от оптимизационных параметров. Кроме того, на рисунке также отображена зависимость параметра ошибки BER и пороговое значение $BER = 2 \cdot 10^{-2}$ (критическое значение для безошибочной декодировки сигнала на приемнике).

Оптимизация проводилась поэтапно. На первом этапе фиксировался символьный интервал 1000 пс, проводилось моделирование распространения сигнала, состоящего из 15 частотных каналов на расстояние 2000 км. Одновременно оценивался параметр ошибки BER (см. рисунок 33 (а)). Далее, по результатам моделирования выбиралась ширина импульса, для которой спектральная эффективность принимала максимальное значение, а значение коэффициента ошибки было менее порогового. На втором этапе оптимизации проводились вычисления с целью выбора значения защитного интервала (см. рисунок 33 (б)). На этом этапе уже использовалось оптимизированное значение ширины импульса. Далее, на последнем этапе проводилась оптимизация межканального расстояния, с использованием параметров, полученных в первых двух сериях вычислений (см. рисунок 33 (в)). Для выбора оптимизационных параметров использовался уровень $BER = 2 \cdot 10^{-2}$, после которого возможно восстановление и безошибочное кодирование сигнала.

Результатом оптимизации стали рекомендации выбора оптимизационных параметров относительно символьного интервала:

$$T_{FWHM} = 0.3 T_s, \quad (78)$$

$$T_{GB} = 0.5 T_s, \quad (79)$$

$$\Delta\nu_{ch} = 2.36 \frac{1}{T_{FWHM}}. \quad (80)$$

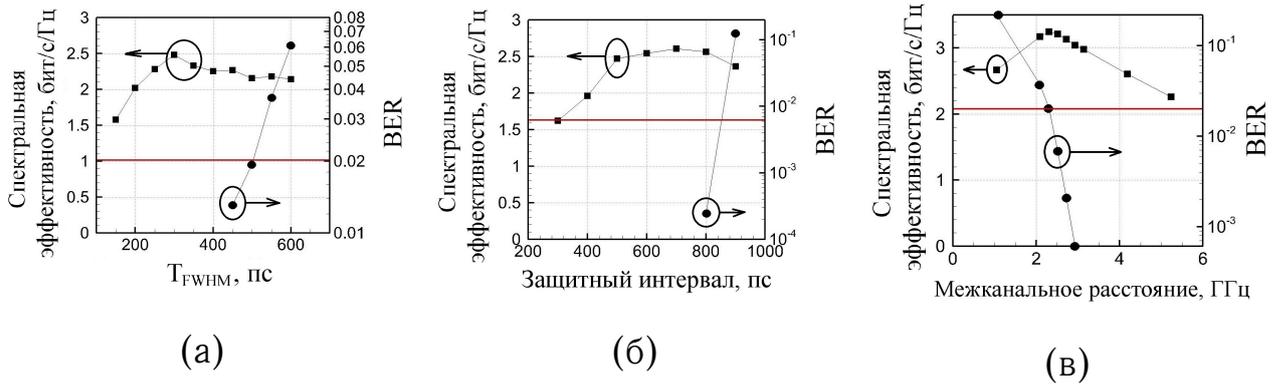


Рисунок 33 — (а) Результаты оптимизации ширины солитонного импульса T_{FWHM} , (б) ширины защитного интервала и (в) спектральной ширины канала.

На рисунке 34 представлены характеристики линии связи и качества сигнала, рассчитанные в процессе оптимизации. Расчет данных параметров помогал в выборе параметров оптимизации. Так, например, видно, что при оптимизации ширины защитного интервала (см. рисунок 34 (а, б)) отношение T_{GB}/T_s можно выбирать из целого диапазона значений. Для $T_{GB} = 400 \div 700$ пс значения отклонений, как и значение ошибки EVM , остается практически неизменным. Это происходит вследствие того, что для солитонов с шириной импульса в указанном диапазоне, перекрытие и начальные возмущения больше, чем теоретически возможное значение.

Итак, выбирая параметр защитного интервала необходимо помнить, что оптимизационное значение выбирается из баланса двух противоположных эффектов. С одной стороны, большое значение защитного интервала позволяет передавать широкие солитоны, которые способны обеспечить узкий спектр сигнала и, как следствие, высокую спектральную эффективность. С другой стороны, малое значение защитного интервала говорит о том, что возможно использование модуляции по положению высокого порядка.

На рисунке 34 (в) представлена зависимость временных флуктуаций и спектральной эффективности в зависимости от ширины спектрального канала. Аналогично ширине защитного интервала, существует диапазон значений, в котором возможно выбрать оптимизационное значение. Здесь малое значение $\Delta\nu_{ch}$ обеспечит линейный рост спектральной эффективности. С другой стороны, широкое межканальное расстояние будет обес-

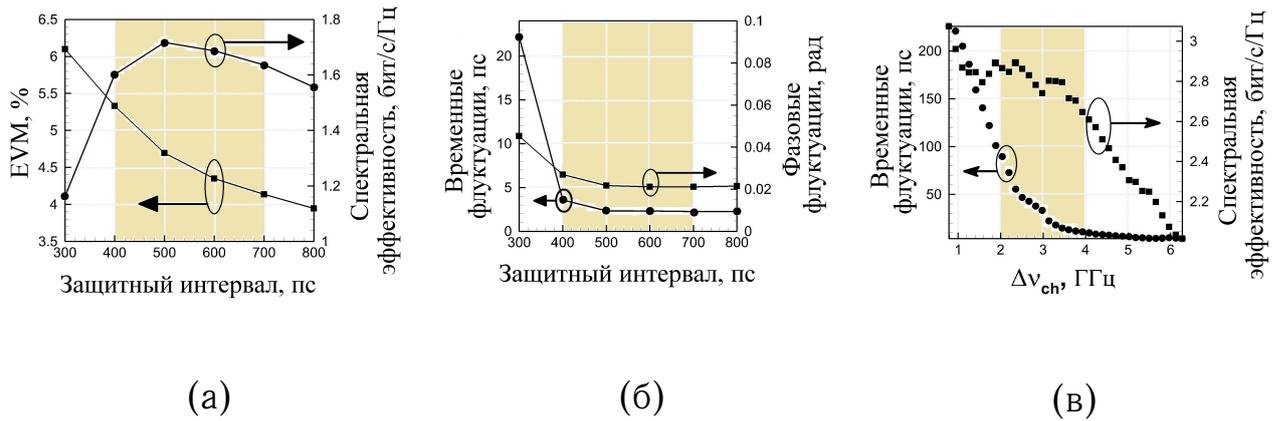


Рисунок 34 — (а) зависимость спектральной эффективности и параметра ошибки EVM от величины защитного интервала, (б) зависимость фазовых и временных флуктуаций от значения защитного интервала, (в) зависимость временного отклонения и спектральной эффективности от значения межканального расстояния.

печивать хорошие характеристики сигнала, а значит и высокие порядки модуляции.

3.3. Сравнение традиционных и солитонных линий связи

Сравнение эффективности солитонных и дисперсионных линий связи проводилось на основе двух параметров. Первым является спектральная эффективность, вторым — производительность S_L , равная произведению спектральной эффективности на максимальную длину линии связи, для которой возможно безошибочное декодирование сигнала. Кроме того, использовался параметр отношения сигнал/шум SNR и параметр PSD (*Power Spectral Density*) — этот параметр равен отношению мощности излучения, вводимого в оптоволокно, к ширине используемой спектральной полосы.

Для традиционных линий связи моделирование проводилось на основе модели, предложенной в [10]. Моделировалась передача Найквистовых импульсов формы $\sin(t)/t$ по волоконно-оптической линии связи, изображенной на рисунке 18. Символьная скорость передачи информации составила 100 Гбод, при распространении учитывались 7 спектральных каналов, по-

сколько было показано, что при дальнейшем увеличении количества спектральных каналов характеристики линии связи на приемнике не меняются.

Для расчета зависимости спектральной эффективности от параметра SNR протяженность как традиционной, так и солитонной линии составила 2000 км. Результаты представлены на рисунке 35 (а), где черной линией показаны результаты моделирования традиционной линии связи, а символами — солитонной. В данной области значений PSD режим работы линии связи — нелинейный. Искажения сигнала велики, и с дальнейшим увеличением мощности спектральная эффективность дисперсионных линий связи характеризуется быстрым спадом. Однако, нелинейные солитонные импульсы в области высоких мощностей более устойчивы. Солитонная линия связи, использующая только фазовую модуляцию сигнала способна обеспечивать спектральную эффективность 2.4 бит/с/Гц в области $PSD = 0.1 \div 0.2$ мВт/Гц. Добавление еще одного типа модуляции (двумерная модуляция по фазе и положению сигнала) способна привести к росту спектральной эффективности на 0.7 бит/с/Гц.

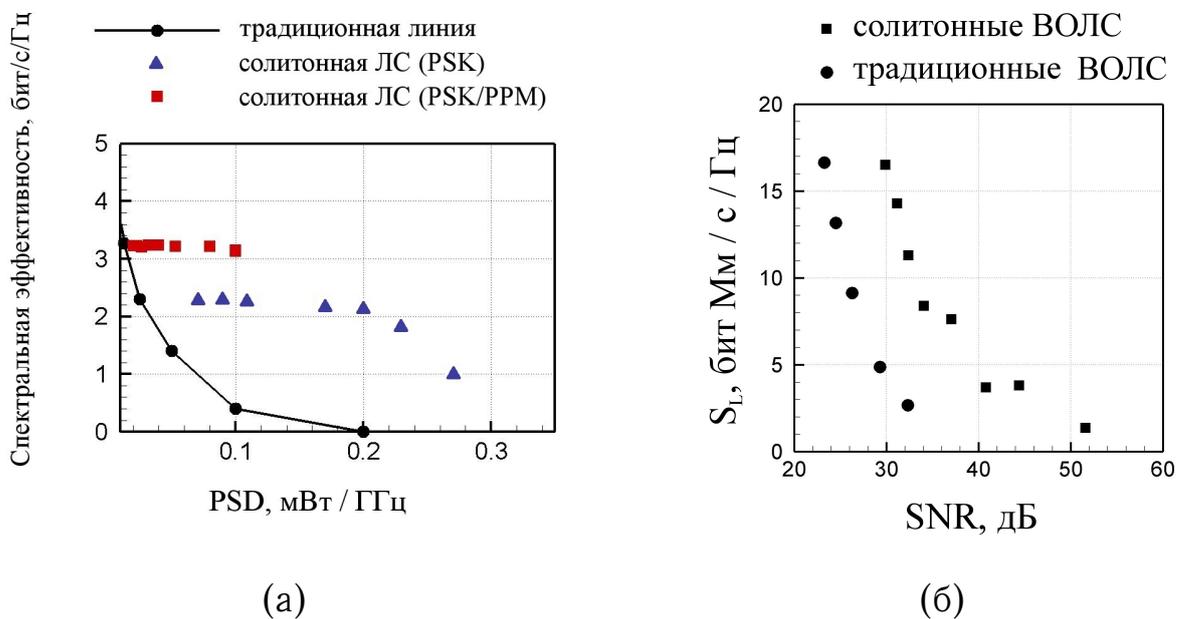


Рисунок 35 — Характеристики солитонных и традиционных волоконно-оптических линий связи: (а) зависимость спектральной эффективности от параметра PSD , (б) зависимость производительности S_L от параметра SNR .

На рисунке 35 (б) представлена зависимость параметра S_L от значений SNR . Для традиционных и солитонных линий связи данные зависимости строились различными способами, поскольку параметры данных линий выбираются из различных соображений.

Так, известно, что для дисперсионных линий существует оптимальная мощность, для которой при фиксированной длине распространения достигается максимальное значение спектральной эффективности. Для рассмотренной линии связи данное значение мощности составляет порядка 0.5 мВт. Сигнал с выбранной мощностью распространялся по линии связи длины 500, 1000, 2000, 3000 и 4000 км. После распространения рассчитывалось значение спектральной эффективности и параметр S_L . Значение SNR здесь варьируется за счет увеличения мощности накопленного шума при распространении на разные расстояния.

Для солитонных линий связи расчет строился следующим образом: для фиксированного значения символьного интервала использовались оптимизационные значения T_{FWHM} , P_0 , $\Delta\nu_{ch}$. Кроме того, при распространении рассчитывался параметр ошибки BER . Как только его значение становилось больше критического (критерий невозможной безошибочной передачи сигнала), счет прерывался, рассчитывалось значение спектральной эффективности и параметр S_L .

Результат представлен на рисунке 35 (б). Видно, что характер кривых качественно совпадает, однако солитонная кривая располагается правее дисперсионной по шкале SNR на 6 дБ. Это говорит о преимуществе солитонных оптических линий связи: при их использовании возможна более эффективная передача данных в области высоких значений параметра $SNR \sim 40$ дБ.

Также был проведен анализ достижимой скорости передачи в солитонных волоконно-оптических линиях связи. На рисунке 36 представлена зависимость максимально допустимого порядка модуляции сигнала при увеличении длины линии связи для (а) модуляции по положению и (б) модуляции по фазе сигнала. Видно, что порядок модуляции по фазе и положению ограничен начальными возмущениями σ_τ и σ_ϕ , возникающими вследствие наложения широких импульсов. Для примера выберем сим-

вольную скорость передачи информации 1.6 Бит/с/Гц ($T_s = 600$ пс) и расстояние распространения $L = 2000$ км. Согласно представленным результатам, с выбранными параметрами для модуляции сигнала возможно использовать 16 значений фаз и 8 положений импульсов. Таким образом, битовая скорость передачи информации составит $1.6 \cdot 4 \cdot 3 = 19.2$ Гбит/с. Согласно проведенной оптимизации, ширина частотного канала при этом составляет порядка 5 ГГц. Таким образом, при использовании солитонных технологий в сочетании со спектральным уплотнением каналов WDM возможна передача информации со скоростью 100 Гбит/с и шириной менее 40 ГГц.

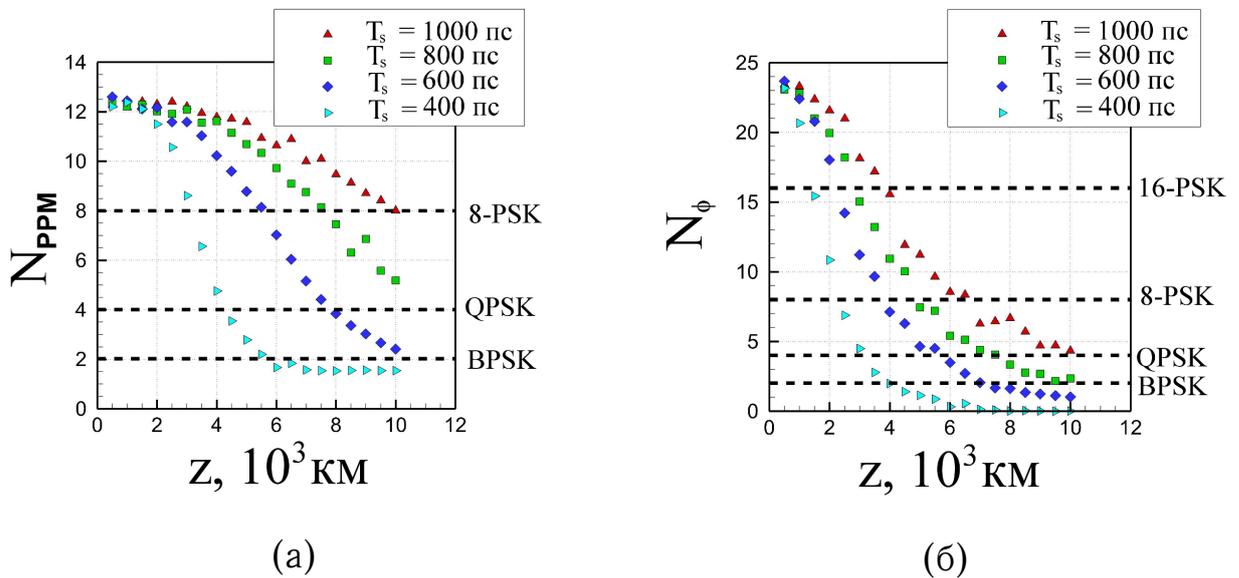


Рисунок 36 — Достижимые порядки модуляции в солитонных оптических линиях связи: (а) модуляция по положению (б) модуляция по фазе импульса.

3.4. Заключение по Главе 3

В Главе 3 были рассмотрены многоканальные когерентные солитонные волоконно-оптические линии связи протяженностью 2000 км. Кроме того, было исследовано два типа модуляции сигнала: фазовая модуляция и смешанная модуляция, когда для кодировки информации используется положение и фаза импульса.

Для когерентных линий связи с использованием фазовой модуляции было показано, что максимум спектральной эффективности достигается при использовании импульсов шириной $T_{FWHM} = T_s/1.7$ и межканального расстояния $\Delta\nu_{ch} = 2.36\frac{1}{T_{FWHM}}$. Для линий связи со смещенным типом модуляции было показано, что максимум спектральной эффективности достигается при следующих параметрах: $T_{FWHM} = 0.3 T_s$, $T_{GB} = 0.5 T_s$, $\Delta\nu_{ch} = 2.36\frac{1}{T_{FWHM}}$. Здесь, как видно, необходимо использовать более узкие солитоны, поскольку для смешанного типа модуляции фактическое расстояние между солитонами становится меньше. Параметры оптимизации показывают, что для максимизации спектральной эффективности солитонных волоконно-оптических линий связи необходимо брать широкие, перекрывающиеся импульсы, поскольку спектр такого сигнала будет максимально узким. Далее, показано, что добавление еще одного параметра модуляции позволяет увеличить спектральную эффективность примерно на 20% (от 2.4 бит/с/Гц до 3.1 бит/с/Гц).

В ходе работы было выделено три режима работы солитонных волоконно-оптических линий связи (для фиксированного расстояния распространения):

1. Первый режим подразумевает использование широких солитонов, для которых характерное расстояние межсолитонного взаимодействия $L_C \ll L$, и, кроме того, шумовые эффекты Гордона-Хауса и Гордона-Молленауэра не играют значительной роли. В данном режиме рост спектральной эффективности обеспечивается за счет использования широких, перекрывающихся импульсов с узким спектром. Это означает, что в данном режиме дальнейшее увеличение спектральной эффективности (выше 2.4 бит/с/Гц) возможно лишь за счет добавления модуляции по другим параметрам импульса (например, по положению, амплитуде или частоте).
2. Второй режим работы солитонных линий связи включает в рассмотрение эффект межсолитонного взаимодействия (притяжения и отталкивания), когда эффекты Гордона-Хауса и Гордона-Молленауэра все еще не играют значительной роли, поскольку мощность накопленного

шума мала. Поскольку при помощи процедуры обратного распространения сигнала возможно полностью скомпенсировать детерминистский эффект взаимодействия солитонов, то здесь увеличение спектральной эффективности и/или дальности линии связи возможно как за счет методов цифровой обработки сигнала, так и с помощью использования большего числа параметров модуляции.

3. Третий режим включает все негативные эффекты солитонной передачи сигнала: как взаимодействие импульсов, так и шумовые эффекты. Случайные флуктуации временного положения и фазы импульса не возможно полностью подавить; здесь достигается предел роста спектральной эффективности для линии связи рассмотренной конфигурации.

Кроме того, проведено сравнение солитонных и дисперсионных волоконно-оптических линий связи на основе параметров спектральной эффективности и производительности. Продемонстрировано, что солитонные импульсы обладают большим потенциалом для линий связи, оперирующих в нелинейном режиме, т.е. режиме больших мощностей сигнала. Также было показано, что солитонные линии связи обладают преимуществом SNR в 6 дБ.

Глава 4. Солитонная передача данных в многоядерных волокнах

В настоящее время, когда современные технологии уже не способны удовлетворить растущий спрос на скорость передачи информации в оптическом волокне, многоядерные волокна выступают в роли перспективной разработки нового поколения линий связи [94–96]. Подобное пространственное уплотнение кремниевых световодов под одной оболочкой совместимо с такими технологиями как спектральное уплотнение каналов и эффективные форматы модуляции, когда кодировка информации происходит по нескольким параметрам импульса. Таким образом, многоядерное волокно представляет собой сумму независимых каналов для передачи информации, позволяя увеличивать скорость передачи данных пропорционально количеству ядер.

Основной проблемой применения многоядерных волокон в реальных линиях связи является отсутствие технологии одновременного усиления сигнала во всех ядрах. Кроме того, актуальной задачей является изучение режимов распространения сигнала: режимы сильного и слабого взаимодействия ядер [97].

Итак, будем рассматривать многоядерное волокно с центрально-симметричной структурой: одно ядро в центре, N_c ядер на периферии. Для данного типа многоядерных волокон будем искать приближенное аналитическое и численное стационарные решения. Для поиска приближенного аналитического решения будем использовать степенные функции вида

$f(\lambda) = a_1\lambda + \sum_i a_i/\lambda^i$ и метод неопределенных коэффициентов. В случае нелинейных фотонных структур (например, многоядерных волокон), постоянная распространения λ хорошо параметризует локализованное решение [98]. Для поиска численного решения будем использовать разработанный в диссертационной работе двухуровневый итерационный процесс.

Поскольку в настоящей работе рассматриваются задачи телекоммуникационных технологий, при рассмотрении системы (54), будем учитывать взаимодействие только двух ближайших соседей. Это означает, что взаимодействие между ядрами слабое. Переобозначим $C_{00} = B_0$, $C_{01} = C_{10} = C_1$, $C_{11} = B_1$. А также введем безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} A_{0,1} &= \sqrt{P_{0,1}} e^{iB_0 L z} U_{0,1}, & P_0 &= P_1/N_c = N_c^{3/2} \frac{C_0}{\gamma_1}, \\ z' &= z/L, & L &= \frac{1}{C_0 \sqrt{N_c}}, \\ t' &= t/T, & T &= \left(\frac{D_0}{C_0 \sqrt{N_c}} \right), \end{aligned} \quad (81)$$

где P_i — коэффициенты обезразмеривания мощности импульсных решений в центральном и периферическом ядрах.

Итоговая безразмерная система уравнений для центрального ядра u_0 и N_c ядер на периферии u_i :

$$\begin{cases} i \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2 \frac{\gamma_0}{\gamma_1} N_c |u_0|^2 u_0 + u_1 = 0, \\ \dots \\ i \frac{\partial u_{N_c}}{\partial z} + \frac{D_{N_c}}{D_0} \frac{\partial^2 u_{N_c}}{\partial t^2} + 2 |u_{N_c}|^2 u_{N_c} + u_0 + \kappa u_{N_c} = 0. \\ \kappa = \frac{B_1 + 2C_1 - B_0}{C_0 \sqrt{N_c}}. \end{cases} \quad (82)$$

Система уравнений (82) является системой Гамильтонова типа. Они характеризуются двумя инвариантами: функцией Гамильтона H и полной энергией системы E_{tot} . Так, например, известно, что при $H < 0$ в дискретных системах не возникает коллапса - резкого изменения параметров решения, приводящего к его разрушению [99, 100]. Кроме того, существует энергетический критерий устойчивости стационарного решения — критерий Вахитова – Колоколова [101].

4.1. Приближенные аналитические стационарные пространственно-временные решения

Рассмотрим систему $(N_c + 1)$ уравнений, описывающую эволюцию электромагнитного поля в многоядерном волокне радиальной структуры.

$$\begin{cases} i \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2 \frac{\gamma_0}{\gamma_1} N_c |u_0|^2 u_0 + u_1 = 0, \\ \dots \\ i \frac{\partial u_{N_c}}{\partial z} + \frac{D_{N_c}}{D_0} \frac{\partial^2 u_{N_c}}{\partial t^2} + 2 |u_{N_c}|^2 u_{N_c} + u_0 + \kappa u_{N_c} = 0. \end{cases} \quad (83)$$

Приближенные аналитические стационарные решения будем искать в виде $P_i(\lambda) f_i(t) \exp(i\lambda^2 z)$, где P_i — амплитуда решения, f_i — пробная функция, задающая форму решения и λ — параметр разложения функций, который имеет физический смысл константы распространения. Таким образом, каждое семейство решений (u_0, \dots, u_{N_c}) будет описываться одним параметром λ и набором коэффициентов γ_i , D_i , κ и N_c .

Вследствие симметрии системы стационарное решение будет состоять из одинаковых импульсов на периферии. Таким образом, внутри семейства решение u_0 центрального ядра будет описываться набором (P_0, f_0) , а решение для каждого из периферических ядер набором (P_1, f_1) .

В предположении линейной зависимости фазы решения от z можно рассматривать всего два уравнения системы (83). Итоговая исследуемая система уравнений для поиска стационарного решения примет вид:

$$\begin{cases} -\lambda^2 u_0 + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2 \frac{\gamma_0}{\gamma_1} N_c |u_0|^2 u_0 + u_1 = 0, \\ -\lambda^2 u_1 + \frac{D_1}{D_0} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + 2 |u_1|^2 u_1 + u_0 + \kappa u_1 = 0. \end{cases} \quad (84)$$

4.1.1. Распределенное стационарное решение

Построим приближенное решение, для которого в каждом из ядер многоядерного волокна распространяются импульсы мощности одного порядка по λ . В качестве огибающей электромагнитного поля для всех ядер будем использовать функцию гиперболического секанса, поскольку именно она обеспечивает экспоненциальное затухание поля по времени. Итак, будем

искать решение в виде:

$$\begin{cases} u_0 = A(\lambda) f_0 \exp(i\lambda^2 z), \\ f_0 = \operatorname{sech}(\rho_0 t), \quad \rho_0 = \rho_0(\lambda), \\ A(\lambda) = \alpha_1 \lambda + \frac{\alpha_2}{\lambda} + \frac{\alpha_3}{\lambda^3} + \frac{\alpha_4}{\lambda^5} + O\left(\frac{1}{\lambda^7}\right), \end{cases} \quad (85)$$

$$\begin{cases} u_1 = B(\lambda) f_1 \exp(i\lambda^2 z), \\ f_1 = \operatorname{sech}(\rho_1 t), \quad \rho_1 = \rho_1(\lambda), \\ B(\lambda) = \beta_1 \lambda + \frac{\beta_2}{\lambda} + \frac{\beta_3}{\lambda^3} + \frac{\beta_4}{\lambda^5} + O\left(\frac{1}{\lambda^7}\right). \end{cases} \quad (86)$$

Заметим, что в разложении функций $A(\lambda)$, $B(\lambda)$ участвуют лишь нечетные степени параметра λ . Данный факт является свойством системы уравнений: при подстановке функций вида $\tilde{A} = \sum_{i=1}^{-\infty} a_i \lambda^i$ в систему уравнений (84), все коэффициенты a_i при четных степенях обратятся в ноль.

Итак, подставив решение в виде (85 - 86) в систему уравнений (84) получим:

$$\begin{cases} -\lambda^2 A f_0 + A \rho_0^2 (f_0 - 2f_0^3) + 2N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^3 f_0^3 + B f_1 = 0, \\ -\lambda^2 B f_1 + \frac{D_1}{D_0} B \rho_1^2 (f_1 - 2f_1^3) + 2B^3 f_1^3 + A f_0 + \kappa B f_1 = 0. \end{cases} \quad (87)$$

Поскольку искомые решения являются фундаментальными солитонами, потребуем взаимной компенсации дисперсионных и нелинейных эффектов, уравнивая в каждом из уравнений члены, содержащие f_i^3 . Таким образом, получим выражения для нахождения ширин импульсов:

$$\rho_0^2 = N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^2, \quad \rho_1^2 = \frac{D_0}{D_1} B^2. \quad (88)$$

Кроме того, отсутствие нелинейности по времени будет означать возможность согласования точного и приближенного решения при $t \rightarrow \infty$.

Будем рассматривать систему в точке максимума импульсов $t = 0$, когда $f_0(0) = f_1(0) = 1$ — подобный подход позволит согласовать поведение импульсов при $t \rightarrow \infty$ и найти сколь угодно точное по мощности решение. Итоговая система примет вид:

$$\begin{cases} -\lambda^2 A + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^3 + B = 0, \\ -\lambda^2 B + B^3 + A + \kappa B = 0. \end{cases} \quad (89)$$

Далее, подставим степенное разложение $A(\lambda), B(\lambda)$ в систему (89), и поочередно приравнивая сумму коэффициентов при разных степенях λ к нулю, получим систему уравнений для нахождения коэффициентов α_i, β_i . Уравнения будем выписывать до тех пор, пока все коэффициенты разложения не будут определены:

из первого уравнения:

$$\lambda^3 : -\alpha_1 + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \alpha_1^3 = 0,$$

$$\lambda : -\alpha_2 + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} 3\alpha_1^2 \alpha_2 + \beta_1 = 0,$$

$$\frac{1}{\lambda} : -\alpha_3 + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} (3\alpha_1^2 \alpha_3 + 3\alpha_1 \alpha_2^2) + \beta_2 = 0,$$

$$\frac{1}{\lambda^3} : -\alpha_4 + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} (\alpha_2^2 + 3\alpha_1^2 \alpha_4 + 6\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3) + \beta_3 = 0.$$

из второго уравнения:

$$\lambda^3 : -\beta_1 + \beta_1^3 = 0,$$

$$\lambda : -\beta_2 + 3\beta_1^2 \beta_2 + \alpha_1 + \kappa \beta_1 = 0$$

$$\frac{1}{\lambda} : -\beta_3 + (3\beta_1^2 \beta_3 + 3\beta_1 \beta_2^2) + \alpha_2 + \kappa \beta_2 = 0,$$

$$\frac{1}{\lambda^3} : -\beta_4 + (\beta_2^3 + 3\beta_1^2 \beta_4 + 6\beta_1 \beta_2 \beta_3) + \alpha_3 + \kappa \beta_3 = 0.$$

Теперь легко получить выражения для нахождения коэффициентов:

$$\alpha_1^2 = \frac{\gamma_1}{N_c \gamma_0}, \quad \beta_1 = 1, \quad (90)$$

$$\alpha_2 = -1/2, \quad \beta_2 = -\frac{(\alpha_1 + \kappa)}{2}, \quad (91)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha_1 + \kappa}{2} - \frac{3}{4\alpha_1} \right], \quad \beta_3 = -\frac{1}{2} \left[3\beta_2^2 + \alpha_2 + \kappa \beta_2 \right], \quad (92)$$

$$\alpha_4 = -\frac{1}{2} \left[\frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1} + \beta_3 \right], \quad \beta_4 = -\frac{1}{2} \left[\beta_2^3 + 6\beta_2 \beta_3 + \kappa \beta_3 + \alpha_3 \right]. \quad (93)$$

Итак, искомым решением являются два пространственных солитона, u_0 — для центрального ядра многоядерного волокна, u_1 — для каждого из ядер на периферии. Солитоны характеризуются ширинами ρ_0, ρ_1 согласно (88) и мощностями A, B согласно (85 - 86).

4.1.2. Локализованное стационарное решение

Кроме полученного решения существует также локализованное пространственно-временное решение — “световая пуля” — когда вся энергия концентрируется в центральном ядре многоядерного волокна. Для его поиска выпишем еще раз исследуемую систему уравнений:

$$\begin{cases} -\lambda^2 u_0 + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2\frac{\gamma_0}{\gamma_1} N_c |u_0|^2 u_0 + u_1 = 0, \\ -\lambda^2 u_1 + \frac{D_1}{D_0} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + 2|u_1|^2 u_1 + u_0 + \kappa u_1 = 0. \end{cases} \quad (94)$$

Теперь будем искать приближенное локализованное стационарное решение в виде [66, 67]:

$$\begin{cases} u_0 = A(\lambda) f_0 e^{i\lambda^2 z}, \quad f_0 = \operatorname{sech}(\rho_0 t) \\ f_0(0) = 1, \quad (f_0)_{tt} = \rho_0^2 (f_0 - 2f_0^3), \\ A = \alpha_1 \lambda + \frac{\alpha_3}{\lambda^3} + \frac{\alpha_4}{\lambda^5} + O\left(\frac{1}{\lambda^7}\right), \\ \rho_0 = \rho_0(\lambda), \end{cases} \quad (95)$$

$$\begin{cases} u_1 = B(\lambda) f_1 e^{i\lambda^2 z}, \quad f_1 = e^{\rho_1 t} \ln(1 + e^{-2\rho_1 t}) + e^{-\rho_1 t} \ln(1 + e^{2\rho_1 t}), \\ f_1(0) = 2 \ln(2), \quad (f_1)_{tt}|_{t=0} = 2\rho_1^2 (\ln(2) - 1), \\ B = \frac{\beta_1}{\lambda} + \frac{\beta_2}{\lambda^3} + \frac{\beta_3}{\lambda^5} + O\left(\frac{1}{\lambda^7}\right), \\ \rho_1 = r_1 \lambda + \frac{r_2}{\lambda^3} + O\left(\frac{1}{\lambda^5}\right). \end{cases} \quad (96)$$

Подставив приведенные выражения (95-96) в систему уравнений (94) получим:

$$\begin{cases} -\lambda^2 A f_0 + A \rho_0^2 (f_0 - 2f_0^3) + 2N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^3 f_0^3 + f_1 B = 0, \\ -\lambda^2 B f_1 + 2\frac{D_1}{D_0} B (f_1)_{tt} + 2B^3 f_1^3 + \kappa B f_1 + A f_0 = 0. \end{cases} \quad (97)$$

Поскольку решением первого уравнения является фундаментальный солитон, опять потребуем выполнения взаимной компенсации нелинейности и дисперсии:

$$2A\rho_0^2 2f_0^3 = 2N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^3 f_0^3, \quad \Rightarrow \rho_0^2 = N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^2. \quad (98)$$

Далее будем рассматривать систему в точке максимума решений $t_0 = 0$, $f_0(0) = 1$, $f_1(0) = 2 \ln(2)$. Таким образом, пиковые мощности приближенного и точного решений окажутся согласованными. Также используем выражение для нахождения ширины импульса (98). Система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} -\lambda^2 A + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^2 + 2 \ln(2) B = 0, \\ -\lambda^2 B + 2 \frac{D_1}{D_0} B \rho_1^2 (\ln(2) - 1) + 2 B^3 (2 \ln(2))^3 + \kappa B 2 \ln(2) + A = 0. \end{cases} \quad (99)$$

Подставив разложение A , B в систему уравнений (99 - 99) и уравнивая сумму коэффициентов при старших степенях получим следующую систему уравнений:

для уравнения 99.1:

$$\begin{aligned} \lambda^3 : \quad \alpha_1 &= \sqrt{\frac{\gamma_1}{N_c \gamma_0}}, \\ \frac{1}{\lambda} : \quad -\alpha_3 + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} 3 \alpha_1^2 \alpha_3 + 2 \ln(2) \beta_1 &= 0, \\ &\Rightarrow \alpha_3 = -\beta_1 \ln(2), \\ \frac{1}{\lambda^3} : \quad -\alpha_4 + N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} 3 \alpha_1^2 \alpha_4 + 2 \ln(2) \beta_2 &= 0, \\ &\Rightarrow \alpha_4 = -\beta_2 \ln(2), \\ \frac{1}{\lambda^5} : \quad N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} 3 \alpha_1 \alpha_3^2 + 2 \ln(2) \beta_3 &= 0, \\ &\Rightarrow \alpha_3^2 = -\frac{2 \ln(2)}{3} \beta_3 \alpha_1, \end{aligned} \quad (100)$$

для уравнения 99.2:

$$\begin{aligned} \lambda : \quad -2 \ln(2) \beta_1 + 2 \frac{D_1}{D_0} r_1^2 \beta_1 (\ln(2) - 1) + \alpha_1 &= 0, \\ \frac{1}{\lambda} : \quad -2 \ln(2) \beta_2 + 2 \frac{D_1}{D_0} r_1^2 \beta_2 (\ln(2) - 1) + 2 \kappa \ln(2) \beta_1 &= 0, \\ \frac{1}{\lambda^3} : \quad -2 \ln(2) \beta_3 + 2 \frac{D_1}{D_0} (\ln(2) - 1) [r_1^2 \beta_3 + 2 \beta_1 r_1 r_2] + \\ &2 (2 \ln(2))^3 \beta_1^3 + 2 \kappa \ln(2) \beta_2 + \alpha_3 = 0, \\ \frac{1}{\lambda^5} : \quad 2 \frac{D_1}{D_0} (\ln(2) - 1) 2 \beta_2 r_1 r_2] + \\ &2 (1 \ln(2))^3 \beta_1^2 \beta_2 + 2 \kappa \ln(2) \beta_3 + \alpha_4 = 0 \end{aligned} \quad (101)$$

Выразив из первых 4-х уравнений значения коэффициентов β_i :

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_3}{\ln(2)}, \quad \beta_2 = -\frac{\alpha_4}{\ln(2)}, \quad \beta_3 = -\frac{3}{2\ln(2)}\frac{\alpha_3^2}{\alpha_1}, \quad (102)$$

и подставив в следующие 4 уравнения (101), получим систему:

$$\begin{cases} 2\alpha_3 + 2\frac{D_1}{D_0}\frac{1-\ln(2)}{\ln(2)}\alpha_3r_1^2 + \alpha_1 = 0, \\ \alpha_4 + \frac{D_1}{D_0}\frac{1-\ln(2)}{\ln(2)}\alpha_4r_1^2 - \kappa\alpha_3 = 0, \\ \frac{3\alpha_3^2}{\alpha_1} + 2\frac{D_1}{D_0}\frac{1-\ln(2)}{\ln(2)}\alpha_3\left[\frac{3}{2}\frac{\alpha_3}{\alpha_1}r_1^2 + 2r_1r_2\right] - 16\alpha_3^3 - 2\kappa\alpha_4 + \alpha_3 = 0, \\ 4\frac{D_1}{D_0}\frac{1-\ln(2)}{\ln(2)}\alpha_4r_1r_2 - 16 \cdot 3\alpha_3^2\alpha_4 - 3\kappa\frac{\alpha_3^2}{\alpha_1} + \alpha_4 = 0. \end{cases} \quad (103)$$

Обозначим параметр s как:

$$s = 1 + \frac{D_1}{D_0}\frac{1-\ln(2)}{\ln(2)}r_1^2, \\ \text{тогда} \quad \alpha_3 = -\frac{\alpha_1}{2s}, \quad \alpha_4 = -\frac{\kappa\alpha_1}{2s^2}. \quad (104)$$

Также, из 3-го уравнения системы (103) можно выразить:

$$r_1r_2 = \frac{D_0}{4D_1}\frac{\ln(2)}{1-\ln(2)}\left(\frac{4\alpha_1^2}{s^2} + \frac{2\kappa^2}{s} + \frac{1}{2}\right). \quad (105)$$

Подставляя выражения (104, 105) в последнее уравнение системы (103) получим квадратичное уравнение нахождение параметра s :

$$s^2 + 2\kappa^2s - 8\alpha_1^2 = 0. \quad (106)$$

Для полученного уравнения будем искать действительные корни. Заметим, что дискриминант уравнения положительно определен $D = (2\kappa^2)^2 + 4 \cdot 8\alpha_1^2 > 0$. Знак параметра s будем выбирать таким образом, чтобы $(s-1) > 0$, чего требует выражение (104).

Зная значение параметра s возможно восстановить все искомые коэффициенты, используя приведенные выше уравнения:

$$r_1^2 = (s-1)\frac{D_0}{D_1}\frac{\ln(2)}{1-\ln(2)}, \quad r_2 = \frac{D_0}{4D_1}\frac{1}{r_1}\frac{\ln(2)}{1-\ln(2)}\left[\frac{4\alpha_1^2}{s^2} + \frac{2\kappa^2}{s} + \frac{1}{2}\right], \quad (107)$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\gamma_0}{N_c\gamma_1}, \quad \alpha_3 = -\frac{\alpha_1}{2s}, \quad \alpha_4 = -\frac{\kappa\alpha_1}{2s^2}, \quad (108)$$

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_3}{\ln(2)}, \quad \beta_2 = -\frac{\alpha_4}{\ln(2)}, \quad \beta_3 = -\frac{2\ln(2)}{3}\alpha_1\beta_3. \quad (109)$$

Итоговое решение будет описывать распространение солитонной пули u_0 в центральном ядре волокна. Локализованный импульс будет иметь ширину ρ_0 согласно (98). В ядрах на периферии будут распространяться импульсы малого порядка мощности.

На рисунке 37 схематически изображены полученные аналитические приближенные стационарные решения. На рисунках (а,б) в логарифмическом масштабе показаны стационарные решения с локализованной по пространству энергией, а также с распределенной между ядрами энергией. Для расчетов были выбраны следующие параметры: $\lambda = 5$, $N_c = 8$.

мощность импульсов в ядрах волокна

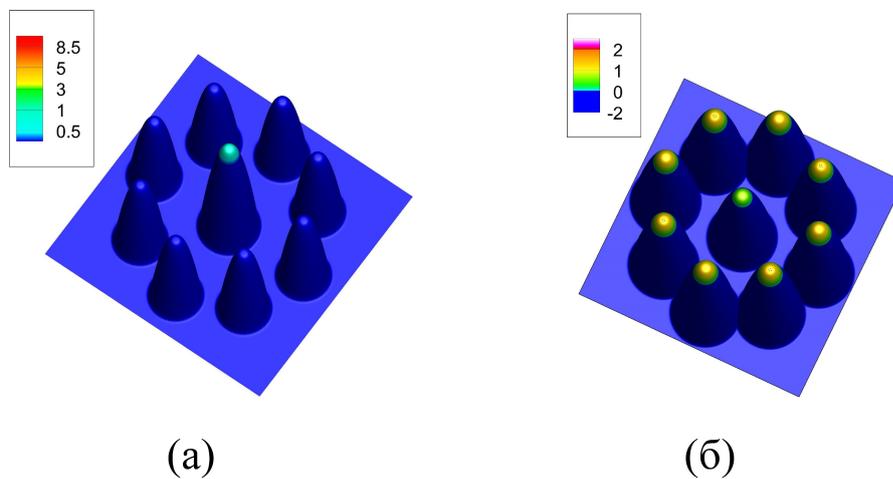


Рисунок 37 — Схематическое представление полученных стационарных решений: (а) локализованное решение (энергия сконцентрирована в центральном ядре) или “световая пуля”, (б) решение с энергией, распределенной между ядрами многоядерного волокна.

Найденное приближенное аналитическое решение далее будем использовать для верификации разработанного итерационного алгоритма.

4.2. Итерационный алгоритм поиска стационарного решения

Для построения итерационного алгоритма будем искать решение системы уравнений (83) в виде $u_k(z, t) = e^{i\lambda^2 z} u_k(t)$. Выпишем исследуемую систему уравнений для нахождения стационарного решения:

$$\begin{cases} -\lambda^2 u_0 + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2\frac{\gamma_0}{\gamma_1} N_c |u_0|^2 u_0 + u_1 = 0, \\ -\lambda^2 u_1 + \frac{D_1}{D_0} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + 2|u_1|^2 u_1 + u_0 + \kappa u_1 = 0. \end{cases} \quad (110)$$

Разделим первое уравнение на $2N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1}$, а второе на 2, так чтобы перед нелинейным членом уравнений не было коэффициента. Получим систему вида:

$$\begin{cases} -\frac{\lambda^2}{2N_c} \frac{\gamma_1}{\gamma_0} u_0 + \frac{\gamma_1}{2N_c \gamma_0} \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + |u_0|^2 u_0 + \frac{\gamma_1}{2N_c \gamma_0} u_1 = 0, \\ -\frac{\lambda^2}{2} u_1 + \frac{D_1}{2D_0} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + |u_1|^2 u_1 + \frac{\kappa}{2} u_1 + \frac{u_0}{2} = 0. \end{cases} \quad (111)$$

Численный алгоритм будем строить в Фурье-пространстве. Функции, определенные в Фурье-пространстве будем обозначать тильдой. Также переобозначим $N(u_i) = |u_i|^2 u_i$. Итоговая система запишется в виде:

$$\begin{cases} -\frac{\lambda^2}{2N_c} \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \tilde{u}_0 - \frac{\gamma_1}{2N_c \gamma_0} \omega^2 \tilde{u}_0 + N(\tilde{u}_0) + \frac{\gamma_1}{2N_c \gamma_0} \tilde{u}_1 = 0, \\ -\frac{\lambda^2}{2} \tilde{u}_1 - \frac{D_1}{2D_0} \omega^2 \tilde{u}_1 + N(\tilde{u}_1) + \frac{\kappa}{2} \tilde{u}_1 + \frac{\tilde{u}_0}{2} = 0, \end{cases} \quad (112)$$

где $N(\tilde{u}_k) = F(|u_k|^2 u_k)$ — Фурье-преобразование от нелинейного члена уравнения Шредингера.

Уравнения системы (112) не инвариантны, поэтому метод Петвиашвили здесь будет сходиться к нулевому решению или к нелокализованному по пространству решению. Тем не менее, полученную систему уравнений (112) можно записать в матричном виде с комбинированной правой частью:

$$M \vec{\tilde{u}} = \vec{\tilde{v}}, \quad \text{где} \quad M = \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2}{2N_c} \frac{\gamma_1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_1}{2N_c \gamma_0} \omega^2 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda^2}{2} + \frac{D_1}{2D_0} \omega^2 - \frac{\kappa}{2} \end{pmatrix},$$

$$\vec{\tilde{u}} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_0 \\ \tilde{u}_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\tilde{v}} = \begin{pmatrix} N(\tilde{u}_0) + \frac{\gamma_1}{2N_c \gamma_0} \tilde{u}_1 \\ N(\tilde{u}_1) + \frac{\tilde{u}_0}{2} \end{pmatrix}. \quad (113)$$

Для поиска стационарного решения системы построим двухуровневый итерационный метод. Внешний цикл итераций здесь основан на методе бисекции, в котором итерации будут сходиться к решению ненулевой энергии. Внутренний цикл итераций необходим для уточнения формы решения.

Итак, на первом этапе алгоритма задаются начальные данные, например, вида (53), соответствующие выбранному значению λ :

$$\begin{aligned} u_0 &= \lambda \operatorname{sech}(\lambda t), \\ u_1 &= \frac{1}{\lambda} (e^{\lambda t} \ln(1 + e^{-2\lambda t}) + e^{-\lambda t} \ln(1 + e^{2\lambda t})). \end{aligned} \quad (114)$$

Заданному начальному приближению будет соответствовать начальное значение полной энергии системы $E_{tot}^0 = E_0 + E_1$. Относительно этого значения выбирается интервал энергии, в пределах которого происходит поиск стационарного решения. Обозначим правую и левую границы интервала соответственно $E_{max} = 10^2 E^0$ и $E_{min} = 10^{-2} E^0$, а среднее значение энергии на интервале за $E_M = \frac{E_{max} + E_{min}}{2}$.

Внешний итерационный процесс будет заключаться в установлении значений полной энергии системы на $k + 1$ -м шаге $E_{tot}^{(k+1)}$ и энергии E_M : так, если значение $E_{tot}^{(k+1)} - E_M > 0$, то интервал $[E_{min}; E_{max}]$ сужается до интервала $[E_{min}; E_M]$. Если $E_{tot}^{(k+1)} - E_M < 0$, то далее используется интервал $[E_M; E_{max}]$. Таким образом формируется подпоследовательность значений $E_{tot}^{(k+1)}$, сходящаяся к некоторой константе. Итерации продолжаются до удовлетворения условия:

$$\frac{|E_{tot}^{(k+1)} - E_M|}{E_M} < 10^{-10}. \quad (115)$$

Внутренние итерации имеют вид:

$$\tilde{u}^{(k+1)} = \left(\frac{E_M}{\int |M^{-1} \tilde{v}^{(k)}|^2 dt} \right)^{1/2} M^{-1} \tilde{v}^{(k)}. \quad (116)$$

Стоит отметить, что на каждом шаге внутренних итераций происходит перенормировка значения энергии полученного решения.

Еще одним важным замечанием является расчет вектора $\tilde{v}^{(k)}$ в правой части (116). Итерационный метод работает в Фурье-пространстве, однако для вычислений значения нелинейной части $N(u_i) = |u_i|^2 u_i$ необходимо сделать переход во временное пространство. Таким образом, для системы

инвариантных уравнений разработанный алгоритм будет работать медленнее, чем известные итерационные алгоритмы, такие как, например, метод простых итераций или метод Петвиашвили [102, 103]. Однако, в задачах поиска стационарных решений систем неинвариантных уравнений, данный метод позволяет найти решение из любого семейства.

Разработанный двухуровневый итерационный процесс схематически изображен на рисунке 38 .

4.3. Анализ численного и приближенного стационарного решения

Проведем сравнительный, качественный анализ полученных численного и приближенного аналитического стационарных решений.

На рисунке 39 представлены результаты для решения, локализованного по времени и пространству в центральном ядре волокна (решение (95-96)), для фиксированного значения $N_c = 4$ и набора значений $\lambda = 4, 8, 12, 16$. Для решения в каждом ядре введем понятие относительной ошибки, вычисленной в норме L_2 :

$$\varepsilon = \frac{\left[\int |u_{ap} - u_{num}|^2 dt \right]^{1/2}}{\left[\int |u_{ap}|^2 dt \right]^{1/2}} \quad (117)$$

где u_{ap} — приближенное полиномиальное решение, u_{num} — полученное численное решение.

Значение ошибки для расчетов было постоянным и составило: в центральном ядре волокна $\approx 2 \cdot 10^{-3}$, для ядер на периферии $1.2 \cdot 10^{-2}$. Увеличение ошибки для решения в ядрах на периферии происходит вследствие недостаточной точности приближения значения ширины импульса. Так, для центрального ядра ширина импульса вычисляется из условия взаимной компенсации дисперсионных и нелинейных эффектов. Для вычисления ширины импульса на периферии используется аппроксимация малого порядка $O(\frac{1}{\lambda^5})$, в то время как для вычисления мощности используется точность $O(\frac{1}{\lambda^7})$. Поэтому, для малых значений λ возможны заметные расхож-

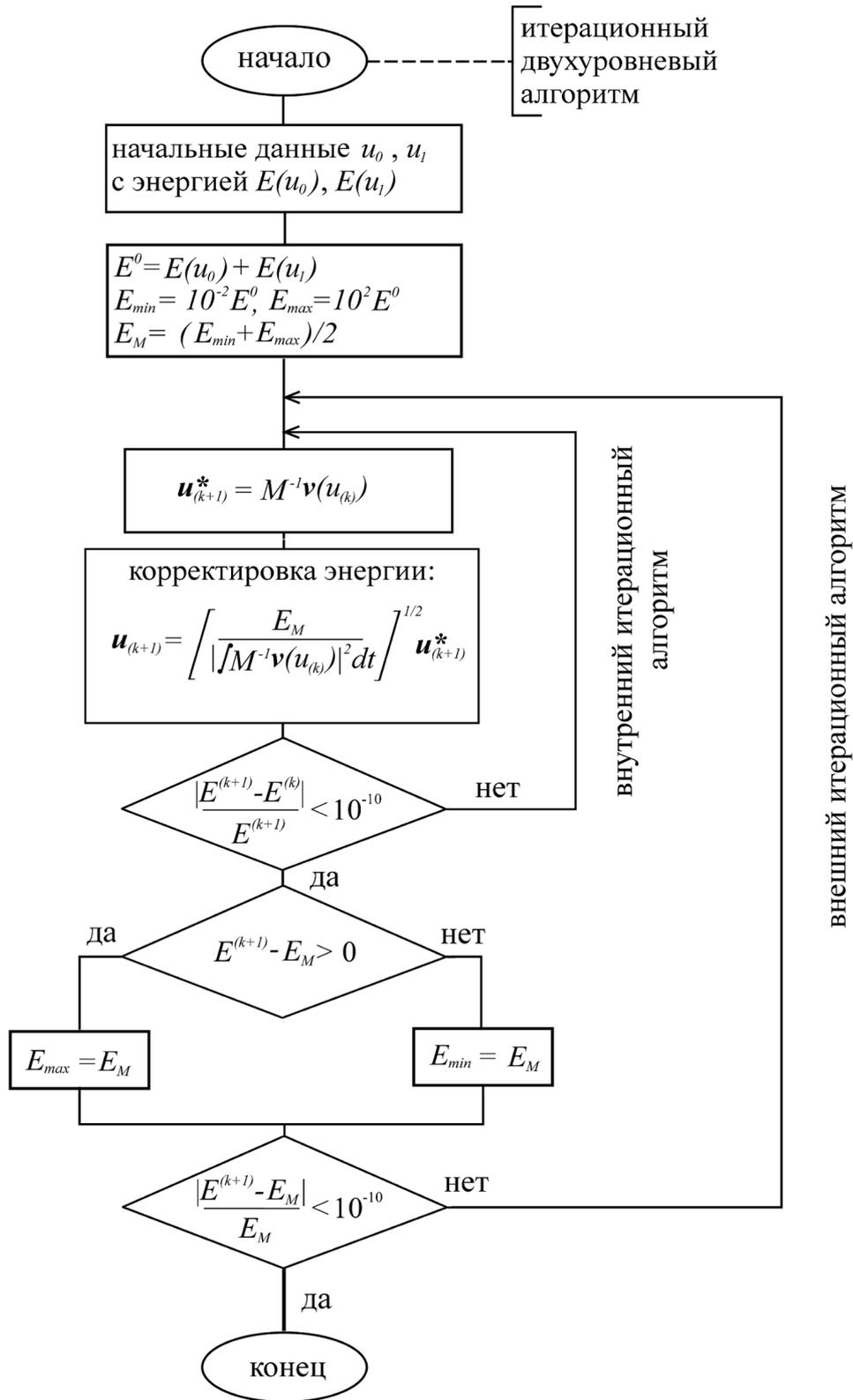


Рисунок 38 — Схематическое представление двухуровневого итерационного процесса.

дения в значении ширины импульсов. Для больших значений параметров λ относительная ошибка достигает аналогичного уровня 10^{-3} .

На рисунке 40 представлены результаты анализа характеристик численного метода, полученные по результатам задачи поиска стационарного локализованного пространственно-временного солитонного решения. Так, на рисунке (а) представлено установление значения энергии для внешнего цикла итераций. Видно, что с увеличением значения λ количество итераций возрастает. На рисунке (б) представлена зависимость ошибки $|E_{tot}^{(k+1)} - E_{tot}^{(k)}|$ от значения внешней итерации. На обоих рисунках видно, что в предложенном двухуровневом итерационном процессе на первых итерациях основной вклад в значение ошибки вносит внутренний итерационный процесс: в ходе установления формы наблюдаются значительные флуктуации параметров.

После установления формы огибающей, внутренние итерации практически не вносят вклад в работу алгоритма. Их количество снижается. Видно, что скорость схождения алгоритма снижается, что отражено на Рисунке 40 (б) в виде изменения угла наклона линии.

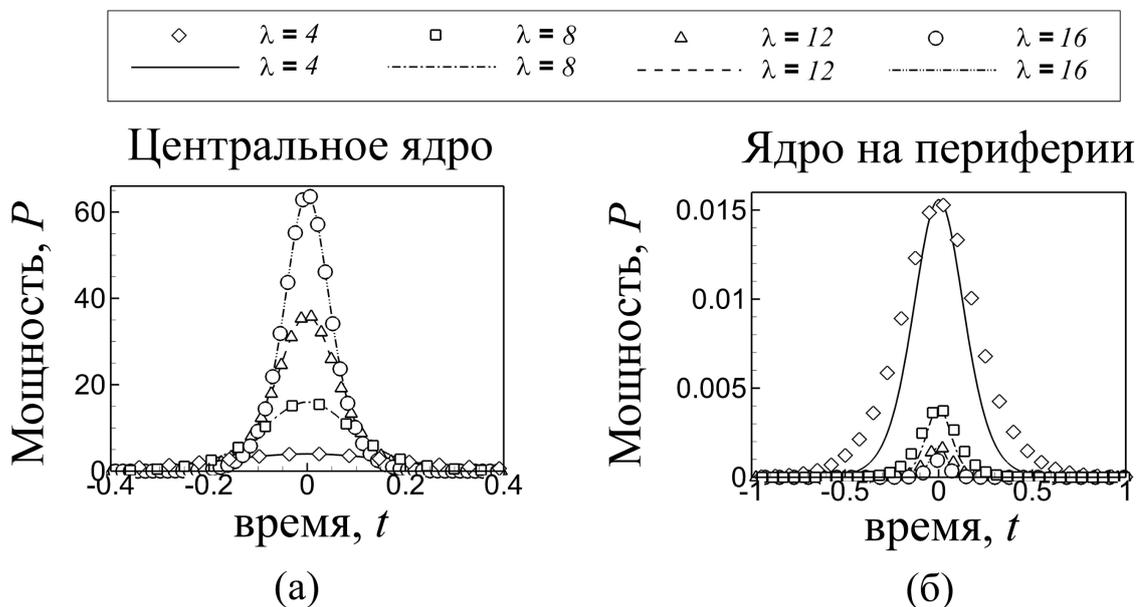


Рисунок 39 — Численное и приближенное локализованное решение разных энергий для количества ядер на периферии $N_c = 4$ (а) в центральном ядре, (б) в ядре на периферии.

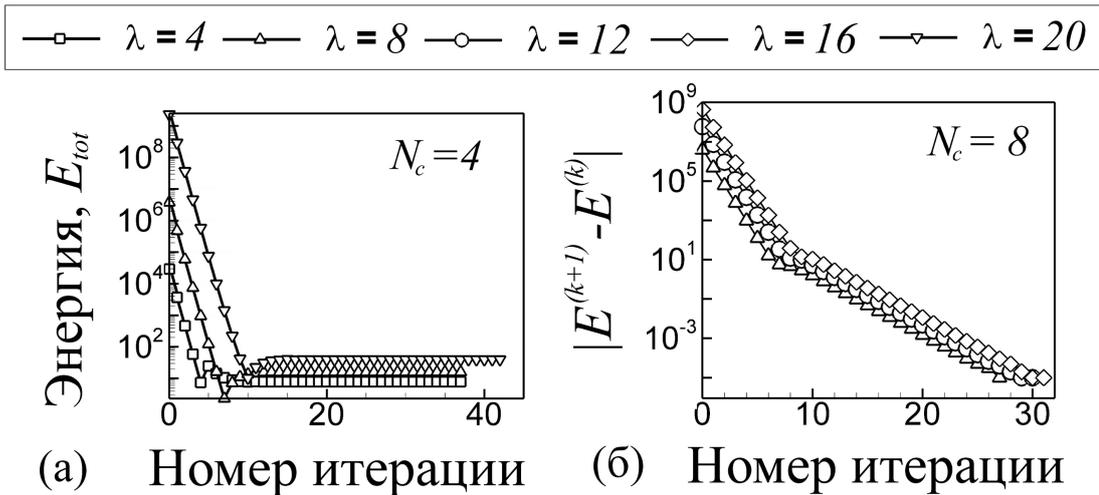


Рисунок 40 — Верификация предложенного алгоритма на задаче о локализованном пространственно-временном решении в многоядерных волокнах: (а) установление значения энергии, (б) уменьшение невязки с ростом номера внешней итерации.

Для анализа устойчивости полученного решения выпишем функцию Гамильтона для системы уравнений, описывающей распространение электромагнитного поля по ядрам многоядерного волокна:

$$\begin{cases}
 i \frac{\partial u_0}{\partial z} - D_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2\gamma_0 |u_0|^2 u_0 + N_c C_0 u_1 = 0, \\
 \dots \\
 i \frac{\partial u_l}{\partial z} - D_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} + 2\gamma_l |u_l|^2 u_l + C_0 u_0 + C_1 (u_{l-1} + u_l + u_{l+1}) = 0, \\
 \dots \\
 i \frac{\partial u_{N_c}}{\partial z} - D_{N_c} \frac{\partial^2 u_{N_c}}{\partial t^2} + 2\gamma_{N_c} |u_{N_c}|^2 u_{N_c} + C_0 u_0 + C_1 (u_{N_c-1} + u_{N_c} + u_0) = 0.
 \end{cases} \quad (118)$$

В общем случае, $H_0 = H_0(u_0, u_0^*, u_1, u_1^*, \dots, u_{N_c}, u_{N_c}^*, t)$. Для нахождения Гамильтониана используются соотношения:

$$\frac{\partial H}{\partial u_0^*} = i \frac{\partial u_0}{\partial z}, \dots, \frac{\partial H}{\partial u_l^*} = i \frac{\partial u_l}{\partial z}, \dots, \frac{\partial H}{\partial u_{N_c}^*} = i \frac{\partial u_{N_c}}{\partial z}. \quad (119)$$

Выпишем интеграл первого соотношения (119):

$$\int \frac{\partial H_0}{\partial u_0^*} \partial u_0^* = D_0 u_0^* \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - 2\gamma_0 |u_0|^4 - N_c u_1 u_0^* - \sum_{l=1}^{l=N_c} C(u_l, u_l^*), \quad (120)$$

Теперь дифференцируя выражение (120) поочередно по u_l^* и пользуясь соотношениями (119) найдем коэффициенты $C(u_l, u_l^*)$:

$$C(u_l, u_l^*) = D_l u_l^* \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} - 2\gamma_l |u_l|^4 - C_0 u_0 u_l^* - C_1 u_l^* (u + l - 1 + u_l + u_{l+1}). \quad (121)$$

Принимая во внимание $u_1 u_0^* + u_0 u_1^* = 2(\operatorname{Re}(u_0)\operatorname{Re}(u_1) + \operatorname{Im}(u_0)\operatorname{Im}(u_1))$, а также используя интегрирование по частям для вычисления $\int u_l^* \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} dt$, получим функцию Гамильтона:

$$\begin{aligned} H(t) = \int H_0(t) dt = & - \int \left(\sum \gamma_l |u_l|^4 + \sum C_1 |u_l|^2 \right) dt \\ & - C_0 N_c \int (\operatorname{Re}(u_0)\operatorname{Re}(u_1) + \operatorname{Im}(u_0)\operatorname{Im}(u_1)) dt \\ & - \int \left(\sum C_1 u_l^* (u_{l+1} + u_{l-1}) \right) dt \\ & + \int \sum D_l \left| \frac{\partial u_l}{\partial t} \right|^2 dt \end{aligned} \quad (122)$$

Значение полной энергии системы определим интегральным выражением:

$$E_{tot} = \int |u_0|^2 dt + N_c \int |u_1|^2 dt \quad (123)$$

На рисунке 41 представлены результаты расчета значения полной энергии системы $E_{tot} = E_0 + E_1$ и функции Гамильтона H для найденного численного локализованного по времени и пространству решения для набора значений количества ядер на периферии $N_c = 2, 4, 6, 8$. Видно, что значение функции Гамильтона отрицательно во всей области, что говорит об отсутствии коллапса данного типа решения. Кроме того, положительная линейная зависимость полной энергии системы от параметра λ свидетельствует об устойчивости решения согласно критерию Вахитова-Колоколова $\frac{\partial E_{tot}}{\partial \lambda^2} > 0$.

Кроме того, зависимость $E_{tot}(\lambda)$ можно оценить аналитически. Известно, что энергия солитона равна $E_s = 2P_0 T_0$. Для локализованного решения основной вклад в значение энергии будет давать решение u_0 , а значит:

$$E_{tot} \sim \frac{A^2}{\rho_0}, \quad (124)$$

$$\Rightarrow E_{tot} \sim \lambda > 0. \quad (125)$$

На рисунке 42 представлен расчет функции Гамильтона для распределенного решения. Видно, что значение функции всюду положительно, что

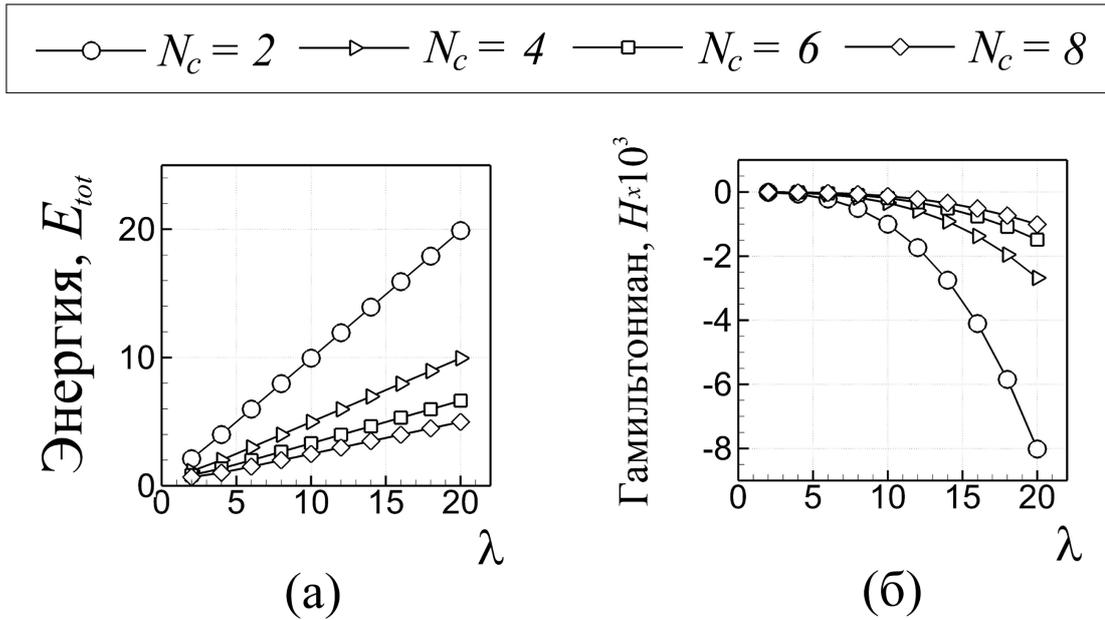


Рисунок 41 — Функция Гамильтона в зависимости от λ для локализованного решения (а) и различного значения количества ядер на периферии N_c , (б) контурный график зависимости от λ , N_c .

говорит о неустойчивости решения вида (85 - 86). Поскольку неустойчивые решения не могут применяться в задачах передачи информации, далее данный тип решения не рассматривался.

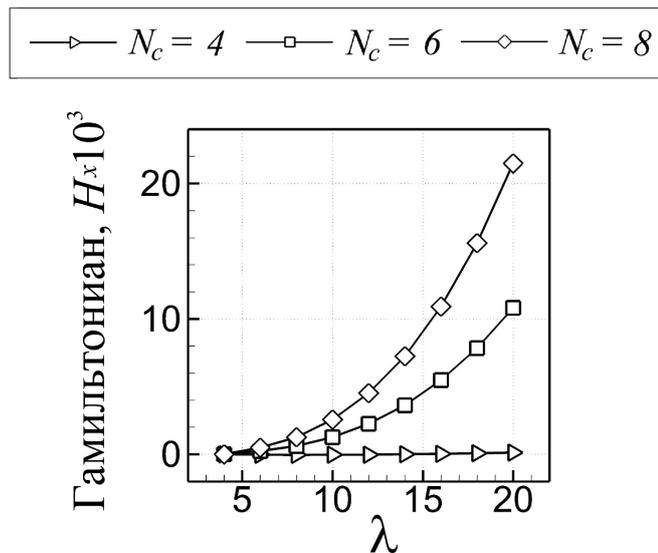


Рисунок 42 — Функция Гамильтона в зависимости от λ для распределенного решения.

4.4. Заключение по Главе 4

В главе решена задача о поиске стационарного локализованного по времени и пространству решения для системы уравнений, описывающей динамику света в многоядерном волокне центрально-симметричной структуры, с нерегулярностью в виде центрального световода. Найдено как приближенное стационарное решение 7-го порядка точности, так и численное стационарное решение. Для поиска численного решения разработан и применен двухуровневый итерационный алгоритм.

В разделе 4.1 представлено два типа приближенных аналитических стационарных решений для подобных систем: решение с энергией, распределенной по ядрам, и энергией, сконцентрированной в центральном ядре. Приближенные решения представляют собой локализованные по времени функции, ширина ρ_i и пиковая мощность A^2 , B^2 которых характеризуется степенной функцией параметра λ . Коэффициенты функций ρ_i , A , B зависят от параметров динамической системы $\alpha_i, \beta_i(\gamma_i, D_i, N_c)$. Значения α_i, β_i были выписаны методом неопределенных коэффициентов.

В разделе 4.2 представлен численный алгоритм поиска стационарных решений. Алгоритм представляет собой двухуровневый итерационный процесс. Цикл внешних итераций основан на методе дихотомии и необходим для поиска решения из определенного семейства. Цикл внутренних итераций направлен на установление огибающей решения. Основной особенностью предложенного алгоритма является корректировка энергии решения во внешнем итерационном процессе.

В разделе 4.3 проведена верификация разработанного алгоритма и показано хорошее качественное и количественное согласование численных и аналитических решений. Кроме того, проведен анализ устойчивости 2-х описанных семейств стационарных решений, основанный на выполнении критерия Вахитова-Колоколова и значении функции Гамильтона.

Заключение

Сформулируем основные результаты диссертационной работы.

В ходе работы рассмотрена когерентная солитонная передача сигнала в волоконно-оптических линиях связи. Исследовано взаимодействие шума усилителей и солитонного сигнала, приводящее к случайным колебаниям временного положения и значения фазы импульса, и, как следствие, снижению скорости передачи данных. Исследовано два метода подавления флуктуаций параметров импульса: цифровой метод обратного распространения сигнала и метод оптической фильтрации.

Проведена оптимизация применения обоих методов. В ходе численных расчетов было показано, что при использовании процедуры обратного распространения сигнала для эффективной компенсации временных и фазовых флуктуаций необходимо выбирать значение параметра “виртуальной” длины распространения равное половине фактической длины линии связи. Для задач оптической фильтрации была найдена область параметров ширины фильтра k и расстояния между фильтрами L_a , которые обеспечивают наименьшее накопление фазовых и временных флуктуаций.

Проведен сравнительный анализ двух методов подавления случайных флуктуаций: метода цифровой обработки сигнала и метода оптической фильтрации. Численные исследования показали, что цифровая обработка сигнала способна снизить флуктуации параметров солитона на 40%. Продемонстрировано, что на магистральных расстояниях эффективность методов сравнима. На трансокеанских расстояниях применение метода оптической фильтрации более эффективно вследствие общего снижения шума в системе, и позволяет снизить эффекты флуктуаций до 4-х раз.

Проведена оптимизация параметров модуляции солитонного сигнала для кодировки информации по фазе импульса, а также для смешанно-

го типа кодировки по фазе и положению импульса. Результатом оптимизации стали рекомендации по выбору параметров ширины используемых импульсов T_{FWHM} относительно ширины символьного интервала T_s , значению межканального расстояния $\Delta\nu_{ch}$. Для комбинированного формата модуляции дополнительным параметром оптимизации является величина защитного интервала T_{GB} .

Для фазово-модулированного сигнала наибольшая спектральная эффективность достигается при использовании параметров:

$$T_{FWHM} = T_s/1.7, \quad \Delta\nu_{ch} = \frac{2.36}{T_{FWHM}}. \quad (126)$$

Для смешанного типа формата модуляции спектральная эффективность достигается при использовании параметров:

$$T_{FWHM} = 0.3 T_s, \quad \Delta\nu_{ch} = \frac{2.36}{T_{FWHM}}, \quad T_{GB} = 0.5 T_s. \quad (127)$$

Для выполнения поставленных задач был создан комплекс программ для моделирования генерации и декодирования солитонного сигнала с различным типом модуляции (см. приложения А, Б).

На основе рассмотренной магистральной линии связи проведено сравнение традиционной и солитонной передачи сигнала. Показано, что в области нелинейных режимов (высокого отношения сигнал/шум) солитонный формат передачи данных позволяет передавать информацию с бóльшей скоростью, либо на бóльшие расстояния.

Кроме того, проведен анализ режимов распространения солитонного сигнала по световоду по основе вклада шумовых эффектов и межсолитонного взаимодействия в разрушение сигнала. Показано, что когда оба эффекта незначительны, увеличение спектральной эффективности можно добиться с использованием дополнительных параметров модуляции. В режиме, когда значителен лишь эффект межсолитонного взаимодействия, искажения сигнала можно скомпенсировать процедурой обратного распространения сигнала. Таким образом, совместно с технологиями цифровой обработки сигнала также возможно увеличение спектральной эффективности в солитонных линиях связи за счет использования дополнительных

параметров модуляции. В режиме, когда влияние обоих эффектов значительно, спектральная эффективность линий связи рассмотренного типа достигает своего предельного значения. Дальнейшее ее увеличение возможно лишь благодаря использованию дополнительных технологий.

Разработан двухуровневый итерационный численный алгоритм для нахождения стационарного локализованного пространственно-временного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих распространение электромагнитного поля в многоядерном волокне нерегулярной центрально-симметричной структуры. Проведена верификация алгоритма на найденных приближенных аналитических решениях.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность и признательность научному руководителю доктору физ.-мат. наук, профессору М.П. Федоруку за ценные замечания, полезные советы и помощь во время обучения в аспирантуре. Отдельную благодарность автор выражает С.К. Турицыну, А.А. Редюку и О.В. Штыриной за наставления и поддержку во время совместных работ. Кроме того, слова благодарности автор выражает сотрудникам Лаборатории вычислительных технологий ИВТ СО РАН Анастасии Бедняковой, Антону Скидину и Игорю Чеховскому за плодотворные дискуссии.

Список литературы

1. *Украинцев Ю.Д.* История связи и перспективы развития телекоммуникаций: учебное пособие. — Ульяновск: УЛГТУ, 2009.
2. *Дианов Е.М.* От тера-эры к пето-эре. // *Вестник РАН.* — 2000. — Т. 70(11). — С. 1010–1015.
3. 26 Tbit/s linerate super-channel transmission utilizing all-optical fast Fourier transform processing / D. Hillerkuss, R. Schmogrow, T. Schellinger et al. // *Nature Photonics.* — 2011. — Vol. 5(6). — P. 364–371.
4. Single-laser 32.5 Tbit/s 16QAM Nyquist WDM transmission / D. Hillerkuss, R. Schmogrow, M. Meyer et al. // *Journal of Optical Communications and Networking.* — 2012. — Vol. 4. — P. 715–723.
5. 20 Tbit/s transmission over 6860 km with sub-Nyquist channel spacing / J. Cai, C.R. Davidson, A. Lucero et al. // *Journal of Lightwave Technology.* — 2012. — Vol. 30. — P. 651–657.
6. Generation, transmission and coherent detection of 11.2 Tb/s (112x100 Gb/s) single source optical OFDM superchannel / J. Yu, Z. Dong, X. Xiaoyao et al. // *Proceedings of Optical Fiber Communication Conference.* — 2011. — no. PDPA6.
7. Преодоление паттерн-эффекта в оптоволоконных линиях связи с помощью адаптивного блочного кодирования / А.С. Скидин, М.П. Федорук, А.В. Шафаренко, С.К. Турицын // *Дискретный анализ и исследование операций.* — 2010. — Т. 17(4). — С. 67–83.

8. Паттерн-эффект как результат действия нелинейных явлений в волоконных световодах и его подавление с помощью кодов с ограничениями / А.С. Скидин, М.П. Федорук, О.В. Штырина, А.А. Редюк // *Материалы российского семинара по волоконным лазерам*. — 2010. — С. 70–71.
9. Прямое моделирование статистики ошибок при передаче данных по высокоскоростной линии связи с помощью четырехуровневого фазового формата модуляции / А.А. Редюк, А.С. Скидин, М.П. Федорук, А.В. Шафаренко // *Квантовая Электроника*. — 2012. — Т. 42(7). — С. 645–649.
10. Capacity limits of optical fiber network / R. Essiambre, G. Kramer, Winzer P., B. Goebel // *Journal of Lightwave Technology*. — 2010. — Vol. 28. — P. 662–701.
11. *Ellis A. D., Zhao J.* Impact of nonlinearities on fiber optics communications: optical and fiber communication reports 7 / Ed. by S. Kumar. — Springer, 2011.
12. *Essiambre R.-J.* Impact of fiber parameters on nonlinear fiber capacity // *Proceedings of Optical Fiber Communication Conference*. — 2011.
13. Capacity limits of information transport in fiber-optic network / R.J. Essiambre, G.J. Foschini, G. Kramer, P.J. Winzer // *Physical Review Letters*. — 2008. — Vol. 101(16). — P. 163901.
14. Coherent light propagation through multicore optical fibers with linearly coupled cores / A. Radosavljevic, A. Danicic, A. Maluckov, L. Hadzievski // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2015. — Vol. 32(12). — P. 2520–2527.
15. Single parity check-coded 16QAM over spatial superchannels in multicore fiber transmission / T. Eriksson, R. Luis, B. Puttnam et al. // *Optics Express*. — 2015. — Vol. 23(11). — P. 14569–14582.

16. Trans-oceanic class ultra-long-haul transmission using multi-core fiber / I. Morita, K. Igarashi, H. Takahashi et al. // *Optics Express*. — 2014. — Vol. 22(26). — P. 31761–31773.
17. Optical pulse compression using fiber arrays / A. Aceves, G. Luther, C. Angelis et al. // *Optical Fiber Technology*. — 1995. — Vol. 1. — P. 244–246.
18. *Tunnermann H., Shirakawa A.* Self-focusing in multicore fibers // *Optics Express*. — 2015. — Vol. 23(3). — P. 2436–2445.
19. *Золотарев В.М.* Полное внутреннее отражение / Ed. by А.М. Прохоров. — Москва, Большая Российская Энциклопедия, 1994.
20. *Agrawal G.P.* Nonlinear fiber optics / Ed. by P. Kelly, I. Kaminov. — Academic Press, 2001.
21. *Дианов Е.М., Кузнецов Е.А.* Спектральное уплотнение каналов в волоконно-оптических линиях связи // *Квантовая Электроника*. — 1983. — Т. 10. — С. 245–264.
22. Моделирование действующих экспериментальных DWDM-линий связи с канальной скоростью. 100 Гбит/с / О.В. Юшко, О.Е. Наний, А.А. Редюк и др. // *Квантовая Электроника*. — 2015. — Т. 45(1). — С. 75–77.
23. *Essimbre R.J., Winzer P.J.* Advanced optical modulation format // *Journal of Lightwave Technology*. — 2006. — Vol. 24(12). — P. 4711–4728.
24. Ultrafast coherent optical transmission / M. Nakazawa, T. Hirooka, M. Yoshida, K. Kasai // *IEEE Journal of Selected topics of Quantum Electronics*. — 2011. — Vol. 18(1). — P. 363–376.
25. Coherent detection in optical fiber systems / E. Ip, P.T. Lao, D.J. Barros, Kahn J.M. // *Optics Express*. — 2008. — Vol. 16(2). — P. 753–791.
26. *Mollenauer M.* Solitons in optical fiber / Ed. by P. Kelly, I. Kaminov. — Academic Press, 2003.

27. Федорук М.П., Шапиро А.Д., Шапиро Е.Г. Моделирование волоконно-оптических линий связи с рамановскими усилителями // *Автоматрия*. — 2003. — Т. 39(4). — С. 109–117.
28. Насиева И.О., Федорук М.П. Волоконно-оптические линии связи с распределенным рамановским усилением. Численное моделирование // *Квантовая Электроника*. — 2003. — Т. 33(10). — С. 908–912.
29. Henry C. Theory of spontaneous emission noise in open resonators and its application to lasers and optical amplifiers // *Journal of Lightwave Technology*. — 1986. — Vol. 4(3). — P. 288–297.
30. Non-gaussian ASE noise in Raman amplification systems / N.J. Muga, M.C. Fugihara, M. Ferreira, A.N. Pinto // *Journal of Lightwave Technology*. — 2009. — Vol. 27. — P. 3389–3398.
31. Mussolin M. Digital Signal processing Algorithms for high-speed coherent transmission in optical fibers // *Universita Degli Studi di Padova*. — 2010.
32. Ip E., Kahn J. Compensation of dispersion and nonlinear impairments using digital back propagation // *Journal of Lightwave Technology*. — 2008. — Vol. 26(20). — P. 3416–3425.
33. Improvement of optical fiber systems performance by optimization of receiver filter bandwidth and use of numerical methods to evaluate Q-factor / E. Laedke, N. Goder, T. Schaefer et al. // *Electronics Letters*. — 1999. — Vol. 35(24). — P. 2131–2133.
34. Rafique D., Ellis D. Various nonlinearity mitigation techniques employing optical and electronic approaches // *Photonics Technology Letters*. — 2011. — Vol. 23(23). — P. 1838–1840.
35. Rafique D., Ellis A.D. Impact of signal-ASE four-wave mixing on the effectiveness of digital back-propagation in 112 Gb/s PM-QPSK systems // *Optics Express*. — 2011. — Vol. 19(4). — P. 3449–3454.

36. Electronic post-compensation of WDM transmission impairments using coherent detection and digital signal processing / X. Li, X. Chen, G. Goldfarb et al. // *Optics Express*. — 2008. — Vol. 16(2). — P. 880–888.
37. Rafique D., Zhao J., Ellis D. Digital back-propagation for spectrally efficient WDM 112 Gbit/s PM m-ary QAM transmission // *Optics Express*. — 2011. — Vol. 19(6). — P. 5219–5224.
38. Rafique D., Ellis D. Nonlinear and ROADMs induced penalties in 28 Gbaud dynamic optical mesh networks employing electronic signal processing // *Optics Express*. — 2011. — Vol. 19(18). — P. 16739–16748.
39. Error vector magnitude as a performance measure for advanced modulation formats / R. Schmogrow, B. Nebendahl, M. Winter et al. // *Photonics Technology Letters*. — 2012. — Vol. 24. — P. 61–63.
40. Shafik R.A., Rahman S., Islam R. On the extended relationships among EVM, BER and SNR as performance metrics // *Electrical and Computer Engineering conference*. — 2006. — P. 408–411.
41. Taha T.R., Ablowitz M.J. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear equations. II. Numerical, nonlinear Schrödinger equation // *Journal of Computational Physics*. — 1984. — Vol. 55. — P. 203–230.
42. Wang H. Numerical studies on the split-step finite difference method for nonlinear Schrödinger equation // *Applied Mathematics and Computation*. — 2005. — Vol. 170. — P. 17–35.
43. Юнаковский А.Д. Моделирование нелинейного уравнения Шрёдингера / Под ред. Г.М. Жислин, Ю.А. Степанянц. — Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1995.
44. Weideman J., Herbst B. Split-step methods for the solution of the nonlinear Schrödinger equation // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. — 1986. — Vol. 23(3). — P. 485–507.

45. Кузнецов Е.А., Шапиро Д.А. Методы математической физики. Часть I. — Новосибирск: НГУ, 2011.
46. Марчук Г.И. Методы расщепления. — М.: Наука, 1988.
47. Hardin R.H., Tappet F.D. Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations // *SIAM review*. — 1973. — Vol. 15(2). — P. 423.
48. Real-time Nyquist pulse generation beyond 100 Gbit/s and its relation to OFDM / S. Schmogrow, M. Winter, M. Meyer et al. // *Optics Express*. — 2012. — Vol. 20(1). — P. 317–337.
49. S. Kumar M.J. Deen. Fiber Optics Communications: Fundamentals and Applications. — Wiley, 2014.
50. Essiambre R.J., Meccozi A. Capacity limits in single-mode fiber and scaling for spatial multiplexing // *OFC Technical Digest, OSA*. — 2012. — P. 1–3.
51. Meccozi A., Essiambre R.-J. Nonlinear Shannon limit in pseudolinear coherent systems // *Journal of Lightwave Technologies*. — 2011. — Vol. 30. — P. 2011–2024.
52. Ellis A.D., Zhao J. Approaching the nonlinear Shannon limit // *Journal of Lightwave Technology*. — 2009. — Vol. 28. — P. 423–433.
53. Expressions for the nonlinear transmission performance of multi-mode optical fiber / A. D. Ellis, N. M. Suibhne, F. C. Gunning, S. Sygletos // *Optics Express*. — 2013. — Vol. 21. — P. 22834–22846.
54. Long-haul soliton WDM transmission with periodic dispersion compensation and dispersion slope compensation / S. Morita, M. Suzuki, N. Edagawa et al. // *Journal of Lightwave Technology*. — 1999. — Vol. 17. — P. 80–85.

55. Recent progress in soliton transmission technology / M. Nakazawa, H. Kubota, K. Suzuki, E. Yamada // *CHAOS*. — 2000. — Vol. 10. — P. 486–512.
56. *Kivshar Yu., Agrawal G.P.* Optical Solitons: from fibers to photonic crystals / Ed. by P. Kelly, I. Kaminov. — Academic Press, 2003.
57. *Marcuse D.* An alternative deviation of the Gordon-Haus effect // *Journal of Lightwave Technology*. — 1992. — Vol. 10. — P. 273–278.
58. Timing and phase jitter in soliton coherent transmission / O. Yushko, A. Redyuk, K.J. Blow et al. // *Optics Letters*. — 2014. — Vol. 39. — P. 6308–6311.
59. *McKinstrie C. J., Xie C.* Phase jitter in single-channel soliton systems with constant dispersion // *Journal of Selected topics in Quantum Electronics*. — 2002. — Vol. 8. — P. 616–625.
60. *McKinstrie C. J., Xie C., Xu C.* Effects of cross-phase modulation on phase jitter in soliton systems with constant dispersion // *Optics Letters*. — 2003. — Vol. 28. — P. 604–606.
61. *Hanna M., Boivin D., Lacourt P.-A.* Calculation of optical phase jitter in dispersion-managed systems by use of the moment method // *J. Opt. Soc. Am. B*. — 2004. — Vol. 21. — P. 24–28.
62. Nonlinear pulse combining and pulse compression in multi-core fibers / A.M. Rubenchik, I.S. Chekhovskoy, M.P. Fedoruk et al. // *Optics Letters*. — 2015. — P. 721–724.
63. *Agrawal G.P.* Applications of nonlinear fiber optics / Ed. by P.L. Kelly, I.P. Kaminov. — Academic Press, 2001.
64. *Tran T.X., Duong D.C., F. Biancalana.* Light bullets in nonlinear waveguide arrays under the influence of dispersion and the Raman effect // *Physical Review A*. — 2014. — Vol. 90(2). — P. 023857.

65. *Bryak A.V., Akhmedov N.N.* Stationary pulse propagation in N-core nonlinear arrays // *Journal of Quantum Electronics*. — 1995. — Vol. 31(4). — P. 682–688.
66. Multidimensional soliton in fiber arrays / A.B. Aceves, C.D. Angelis, A.M. Rubenchik, S.K. Turitsyn // *Optics Letters*. — 1994. — Vol. 19(5). — P. 329–331.
67. Spatiotemporal optical bullets in two-dimensional fiber arrays and their stability / A.B. Aceves, O.V. Shtyrina, A.M. Rubenchik et al. // *Physical Review A*. — 2015. — Vol. 91. — P. 033810.
68. *Pelinovsky D.E., Y.A. Stepanyants.* Convergence of Petviashvili's iteration method for numerical approximation of stationary solutions of nonlinear wave equations // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. — 2004. — Vol. 42(3). — P. 1110–1127.
69. Coherent propagation and energy transfer in low-dimension nonlinear arrays / S.K. Turitsyn, A.M. Rubenchik, E. Tkachenko, M.P. Fedoruk // *Physical Review A*. — 2012. — Vol. 83. — P. 031804.
70. *Gordon J.P., Haus H.A.* Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission // *Optics Letters*. — 1986. — Vol. 11. — P. 665–667.
71. *Gordon J.P., Mollenauer L.F.* Phase noise in photonic communications systems using linear amplifiers // *Optics Letters*. — 1990. — Vol. 15. — P. 1351–1353.
72. *Forysiak W., Blow K.J., Doran N.J.* Reduction of Gordon-Haus jitter by post-transmission dispersion compensation // *Electronic Letters*. — 1993. — Vol. 29. — P. 1255–1256.
73. Soliton WDM transmission with and without guiding filters / S.G. Evangelides, B.M. Nyman, G.T. Harvey et al. // *Photonics Technology Letters*. — 1996. — Vol. 8. — P. 1409–1411.

74. 40 Gb/s Single-channel soliton transmission over transoceanic distances by reducing Gordon-Haus timing jitter and soliton-soliton interaction / I. Morita, K. Tanaka, N. Edagawa, M. Suzuki // *Journal of Lightwave Technology*. — 1999. — Vol. 17. — P. 2506–2511.
75. *McKinstrie C.J., Radic S., Xie C.* Reduction of soliton phase jitter by in-line phase conjugation // *Optics Letters*. — 2003. — Vol. 28. — P. 1519–1521.
76. *Forysiak M., Doran N.* Reduction of Gordon-Haus Jitter in soliton transmission by optical phase conjugation // *Journal of Lightwave Technology*. — 1995. — Vol. 13. — P. 850–855.
77. Reduction of Gordon-Mollenauer phase noise by midlink spectral inversion / S.L. Jansen, D. Born, C. Monsalve et al. // *Photonics Technologies Letters*. — 2005. — Vol. 17. — P. 923–925.
78. Constellation optimization for coherent optical channels distorted by nonlinear phase noise / C. Hager, A. Graell, A. Alvarado, A. Agrell // *Global Communication Conference*. — 2012. — P. 2870–2875.
79. Demonstration of massive wavelength-division multiplexing over trasoceanic distances by use of dispersion-managed solitons / L. Mollenauer, P. Mamyshev, J. Gripp et al. // *Optics Letters*. — 2000. — Vol. 25. — P. 704–706.
80. Исследование высокоскоростных волоконно-оптических линий связи, использующих кодирование информации по разности оптических фаз / О.В. Штырина, А.В. Якасов, А.И. Латкин и др. // *Квантовая Электроника*. — 2007. — Т. 37(6). — С. 584–589.
81. *Штырина О.В., Турицын С.К., Федорук М.П.* Исследование новых модуляционных форматов передачи данных для высокоскоростных волоконно-оптических линий связи с дисперсионным управлением // *Квантовая Электроника*. — 2007. — Т. 37(9). — С. 885–890.

82. Transmission of 3.2 Tbit/s (80x42.7 Gb/s) over 5200 km of UltraWave fiber with 100-km dispersion-managed spans using RZ-DPSK format / B. Zhu, L. Leng, A.H. Gnauk et al. // *Proceedings of European Conference on Optical Communication*. — 2002. — no. 8.1.2.
83. 155x100 Gbit/s Coherent PDM-QPSK transmission over 7,200 km / M. Salsi, H. Mardoyan, P. Tran et al. // *Proceedings of European Conference on Optical Communication*. — 2009. — no. PDPB7.
84. Kikuchi K. Coherent transmission systems // *Proceedings of European Conference on Optical Communication*. — 2008.
85. Winzer P.J., Essiambre R.J. Advanced optical modulation formats // *Proceedings of IEEE*. — 2006. — Vol. 94(5). — P. 952–985.
86. Karlsson M., Agrell E. Multilevel pulse-position modulation for optical power-efficient communication // *Journal of Selected topics in Quantum Electronics*. — 2011. — Vol. 19. — P. 799–804.
87. Arnold J.M. Soliton pulse-position modulation // *Optoelectronics*. — 1993. — Vol. 140. — P. 359–366.
88. Arnold J.M. Digital pulse-position modulation of optical fiber solitons // *Optics Letters*. — 1996. — Vol. 21. — P. 30–32.
89. Simon M., Vilnrotter V. Multi-pulse pulse-position modulation signaling for optical communication with direct detection // *The Interplanetary Network Progress Reports*. — 2003. — Vol. 42(155). — P. 1–22.
90. Nguyen T., Lampe L. Coded multipulse pulse-position modulation for free-space optical communications // *IEEE Transactions of Communications*. — 2010. — Vol. 58(4). — P. 1036–1041.
91. Nijhof J. Generalized L-out-of-K pulse position modulation for improved power efficiency and spectral efficiency // *Proceedings of Optical Fiber Communication Conference*. — 2012. — no. OW3H7.

92. Rouissat M., Borsaali R., Chikh-Bled M. Modified MPPM for high-speed wireless optical communication systems // *ETRI Journal*. — 2013. — Vol. 35(2). — P. 188–192.
93. Mendez A. Pulse position modulation (PPM) fiber optic architectures // *Avionics Fiber-Optics and Photonics Technology Conference*. — 2010. — P. 57–58.
94. Richardson D.J. Filling the light pipe // *Science*. — 2010. — Vol. 330. — P. 327–328.
95. Richardson D.J., Fini J.M., Nelson L.E. Space-division multiplexing in optical fibers // *Nature Photonics*. — 2013. — Vol. 7. — P. 354–362.
96. Space-division multiplexing: the next frontier in optical communication / G. Li, N. Bai, N. Zhao, Z. Xia // *Advances in Optics and Photonics*. — 2014. — Vol. 6(4). — P. 413–487.
97. An investigation on crosstalk on multi-core fibers by introducing random fluctuation along longitudinal direction / K. Takenaga, Y. Arakawa, S. Tanigawa et al. // *IEICE Transactions on Communications*. — 2011. — Vol. E94-B(2). — P. 409–416.
98. Lakoba T.I., J. Yang. A generalized Petviashvili iteration method for scalar and vector Hamiltonian equations with arbitrary form of nonlinearity // *Journal of Computational Physics*. — 2007. — Vol. 226. — P. 1668–1692.
99. Zakharov V.E., Kuznetsov E.A. Soliton and collapses: two evolution scenarios of nonlinear wave systems // *Reviews of Topical Problems*. — 2012. — Vol. 55(6). — P. 535–556.
100. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Оптические солитоны и квазисолитоны // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1998. — Т. 113(5). — С. 1892–1914.
101. Вахитов Н.Г., Колоколов А.А. Стационарные решения волнового уравнения в среде с насыщением нелинейности // *Известия высших*

учебных заведений: Радиофизика. — 1973. — Т. 16(7). — С. 1020–1028.

102. *Мину М.* Математическое программирование. Теория и алгоритмы. — М.: Наука, 1990.
103. *Шарый С.П.* Курс вычислительных методов. — Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2016.

Приложение А

Свидетельство о регистрации программы № 2013619513.

Программный комплекс предназначен для численного моделирования когерентных волоконно–оптических линий связи. В качестве форматов модуляции могут быть использованы фазовые форматы различного порядка: от простейшего формата модуляции BPSK до 64-PSK. Данные форматы применимы как в солитонных линиях связи (оггибающая формы гиперболического секанса), так и в традиционных, дисперсионных линиях связи (импульсы формы Гаусса, $\sin(t)/t$). Для кодировки информации используется код Грея.

Настоящий комплекс может быть использован в задачах в области телекоммуникационных технологий.

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2013619513

Программа обработки фазово-модулированных оптических сигналов «DSPO-1»

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук (ИВТ СО РАН) (RU)*

Авторы: *Редюк Алексей Александрович (RU), Юшко Олеся Викторовна (RU), Федорук Михаил Петрович (RU)*

Заявка № **2013617732**

Дата поступления **28 августа 2013 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **07 октября 2013 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Б.П. Симонов



Приложение Б

Свидетельство о регистрации программы № 2015610486.

Программный комплекс предназначен для численного моделирования солитонного сигнала с модуляцией по фазе и положению импульса, а также для численного моделирования детектирования сигнала. Порядок модуляции сигнала определяется пользователем, для кодировки информации используется код Грея. Реализованные методы могут быть полезны в задачах в области телекоммуникационных технологий (передача сигнала по линиям связи), например, для расчета параметра статистической ошибки декодирования *BER*.

Декодирование положения импульса осуществляется по значению энергии импульса, фазы — по значению фазы в пике импульса.

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2015610486

**Программный комплекс моделирования солитонных линий
связи «PPMSol-1»**

Правообладатель: *Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет» (Новосибирский
государственный университет, НГУ) (RU)*

Авторы: *Юшко Олеся Викторовна (RU), Редюк Алексей
Александрович (RU), Федорук Михаил Петрович (RU)*

Заявка № 2014661525

Дата поступления 13 ноября 2014 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 13 января 2015 г.



*Врио руководителя Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Л.Л. Курий