

На правах рукописи



Зимин Антон Игоревич

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗМЫВА СВЯЗНОГО ГРУНТА

05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Кемеровский государственный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Захаров Юрий Николаевич

Официальные оппоненты: **Перминов Валерий Афанасьевич,**
доктор физико-математических наук, профессор,
Томский политехнический университет, г. Томск,
профессор отделения контроля и диагностики

Прокудин Дмитрий Алексеевич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
г. Новосибирск, старший научный сотрудник

Ведущая организация: Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН), г. Новосибирск

Защита состоится 01.07.2021 г. в 11:30 на заседании диссертационного совета Д 999.141.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук, Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий», федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» по адресу 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6, конференц-зал ФИЦ ИВТ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий»: <http://www.ict.nsc.ru/ru/structure/discouncil/zimin-ai>

Автореферат разослан 29.04.2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук, доцент



Лебедев А.С.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Задача определения величины размыва грунта может возникнуть в случае необходимости обеспечения устойчивости водного сооружения, которое удерживается на дне благодаря своей массе. Примером такого сооружения служат стационарные гравитационные платформы. Они используются для нефте- или газодобычи и чаще всего устанавливаются на континентальных шельфах, при этом имеют ряд преимуществ по сравнению с другими типами платформ. Подобные платформы установлены на шельфе Канады на месторождении Хеброн (Hebron), в Северном море на месторождении Статфьорд (Statfjord), в Печорском море на Приразломном месторождении на арктическом шельфе, на северо-восточном шельфе острова Сахалин (платформы «Лунская-А», «Пильтун-Астохская-Б») и другие. Дно, на котором стоит такая платформа, обычно достаточно неоднородно: песок, глина, ил чередуются со скоплениями ракушек, гравия, гальки, валунов, а иногда и с выходами скальных пород в виде рифов и отдельных камней. Со временем воздействие различных факторов (придонные течения, сложные вихревые образования возле основания платформы, поверхностные волны и другие) может приводить к размыву донного грунта около сооружения, что может значительно сказаться на общей устойчивости платформы.

В данной работе рассматривается случай, когда грунт, на котором стоит сооружение, является связным. Связным называют дисперсный грунт с физическими и физико-химическими структурными связями (например, ил, глина и т.п.). Механизм эрозии связных почв и грунтов включает в себя различные физико-химические процессы, что обуславливает относительную сложность его описания и моделирования.

На процесс размыва и переноса связного грунта влияют различные факторы, а именно: воздействие внутренних придонных течений и поверхностных волн, намокание твердых слоев грунта и диффузия намокшего грунта в воде.

Обычно для проверки возможности возникновения размыва проводят модельные лабораторные эксперименты, используют геолого-инженерные методы и математические модели. Однако в случае, когда грунт или часть грунта, на котором стоит платформа, является связным проведение лабораторных экспериментов представляет значительные технические сложности. Вследствие сложности физики процесса эрозии связного грунта, разнообразия форм возможных водных сооружений и факторов, влияющих на размыв, инженерные методы также не всегда могут обеспечить получение корректной картины размыва.

Существующие математические модели делятся на стохастические, основанные на определении вероятности отрыва частицы грунта, и детерминистские, включающие в себя непосредственное вычисление динамики движения жидкости и некоторый способ моделирования изменения формы поверхности между жидкостью и твердым грунтом. В большинстве математических моделей размыв грунта происходит из-за воздействия

внутреннего течения, при этом не учитываются другие факторы, влияющие на размыв, такие как: поверхностные волны, намокание твердых слоев грунта, диффузия грунта в воде. Эти факторы могут играть значительную роль в процессе размыва грунта вблизи прибрежных сооружений, которые своим основанием стоят на дне шельфа и при этом возвышаются над уровнем водной поверхности. Следовательно, становится актуальным построение и изучение модели для решения комплексной задачи по определению картины размыва связного грунта. При этом движение грунта на дне оказывает существенное влияние на поверхность воды, индуцируя волны различных характеристик. Таким образом, необходимо моделировать свободную поверхность между водой и воздухом, движение и размыв связного грунта на дне и взаимное влияние друг на друга поверхностных волн и намокшей части придонного грунта.

Цель настоящей работы состоит в построение модели размыва и переноса связного грунта вблизи большого прибрежного сооружения под действием внутренних течений и поверхностных волн, с учетом намокания и диффузии грунта в воде. А также применение модели к задачам возникновения и распространения поверхностных волн в результате движения подводного связного грунта на дне.

Для достижения поставленной цели требуется последовательно решить следующие **задачи**:

1. Получить дифференциальную модель трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости с наличием диффузии массы между компонентами, в частности применимую к задачам о размыве связного грунта, где одна из компонент моделирует воздушную фазу, другая – жидкую, а третья – намокший связный грунт, который ведет себя как некоторая вязкая и тяжелая жидкость.
2. Разработать, реализовать и верифицировать численные алгоритмы решения многомерных систем полученной модели трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости.
3. Разработать и провести валидацию алгоритма намокания твердых слоев грунта для задач размыва связного грунта под действием внутреннего течения.
4. Провести валидацию двухкомпонентной версии модели для задач распространения волн на поверхности жидкости.
5. Провести тестирование и валидацию трехкомпонентной версии модели на задачах по взаимодействию поверхностных волн и связного грунта на дне (размыв связного грунта поверхностными волнами и возникновения поверхностных волн в результате движения связного грунта по наклонному дну).

Методы исследования. В исследовании применялись методы математического моделирования и механики сплошных сред. Поиск решения осуществлялся при помощи конечно-разностных схем и итерационных алгоритмов. Численная реализация модели выполнена в виде зарегистрированного комплекса программ, написанного на языке C++.

Объектом исследования в данной работе является математическая модель размыва связного грунта, с учетом процессов намокания и диффузии грунта в воде, а также алгоритмы для ее численной реализации.

Предметом исследования было выбрано моделирование намокания и размыва грунта под действием внутреннего течения и поверхностных волн, возникновение и распространение поверхностной волны в результате движения донного грунта.

Основные результаты, выносимые на защиту. В работе присутствуют результаты, соответствующие трем областям исследования паспорта специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по физико-математическим наукам.

Область исследования 1 (разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений):

1. Односкоростная модель двух- и трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости с наличием диффузии массы между компонентами для задач размыва связного грунта под действием внутреннего течения и поверхностных волн.

Область исследования 3 (Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий):

2. Численный алгоритм решения нестационарной системы уравнений Навье-Стокса с переменными вязкостью и плотностью, алгоритм решения уравнения конвективной диффузии, а также численный алгоритм размыва намокающего твердого связного грунта.

Область исследования 5 (комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента):

3. Математическое моделирование работы гидроволнового лотка «23 ГМПИ» филиала ОАО «31 ГПИСС» (Санкт-Петербург) для задачи распространения одиночной волны и валидация трехкомпонентной модели на задаче возникновения волны вследствие движения грунта по наклонному дну.

Научная новизна выносимых на защиту результатов заключается в следующем:

1. Получена новая модель односкоростной трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости с переменными вязкостью и плотностью, и наличием диффузии массы между компонентами для задач размыва и переноса связного грунта.

2. Разработан и реализован численный алгоритм намокания твердых слоев связного грунта.

3. При помощи двух- и трехкомпонентной версий модели получены результаты решения задач размыва связного грунта под действием внутреннего течения, распространения волн на поверхности жидкости и взаимодействия поверхностных волн и донного связного грунта.

Достоверность и обоснованность основных результатов обеспечивается: методами моделирования математической физики, применяемыми в гидродинамике; сходящимися итерационными методами решения систем алгебраических уравнений; устойчивыми численными решениями различных нестационарных задач о течении вязкой несжимаемой жидкости, сходящимися на последовательности сеток; качественным и количественным совпадением результатов методических расчетов с известными решениями модельных задач и результатами, полученными другими авторами; сравнение с лабораторными экспериментами и результатами, полученными при использовании других моделей.

Теоретическая ценность исследований обуславливается разработкой математической модели и получением результатов численного моделирования процессов размыва и переноса связного грунта и распространения поверхностных волн.

Практическая ценность работы заключается в том, что предложенные математическая модель, алгоритмы и вычислительная программа, могут применяться для исследования процессов размыва связного грунта вблизи подводного препятствия, набегания волны на препятствие и берег, а также возникновения волн в результате движения донного грунта. Результаты, представленные в работе, получены в рамках государственного задания министерства науки и образования, проект № 1.630.2014/К «Моделирование течения жидкости с переменной плотностью и вязкостью при решении прикладных задач» под руководством д.ф.-м.н., профессора Ю.Н. Захарова в части моделирования процесса размыва связного грунта, а также при поддержке гранта РФФИ на реализацию научного проекта № 17-31-50065 «Численное моделирование взаимодействия поверхностных волн и препятствия, стоящего на связном грунте» под руководством д.ф.-м.н., профессора Л.Б. Чубарова. Кроме того, результаты моделирования задач по возникновению и распространению поверхностных волн получены совместно с институтом Вычислительных технологий СО РАН в рамках работы по государственным заданиям № 0316-2016-0001 проекта № 2 «Разработка и тестовые испытания новых элементов математической технологии решения фундаментальных и прикладных задач зарождения, трансформации и воздействия на побережье длинных поверхностных волн в природных и искусственных акваториях (в акваториях различного масштаба)» и № 0316-2019-0001 «Разработка и исследование новых элементов вычислительной технологии решения фундаментальных и прикладных задач аэро-, гидро- и волновой динамики» в части изучения движения волн цунами на береговые сооружения.

Представление работы. Результаты работы были представлены на 23-х **конференциях**: Международные научные студенческие конференции «Студент и научно-технический прогресс» (Новосибирск, 2013 – 2015); Международная конференция «Информационно-вычислительные технологии и математическое моделирование» (Кемерово, 2013); Международные конференции «Математические и информационные технологии» (Сербия, Врнячка Баня и Черногория, Будва, 2013, 2016); Всероссийские конференции «Прикладные

технологии гидроакустики и гидрофизики» (Санкт-Петербург, 2014, 2016, 2018); Всероссийские конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Тюмень, 2014; Красноярск, 2015; Новосибирск, 2016; Иркутск, 2017; Кемерово, 2018); XIII международная научно-практическая конференция имени А. Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование» (Анжеро-Судженск, 2014); Международные научные конференции студентов и молодых ученых «Образование, наука, инновации – вклад молодых исследователей» (Кемерово, 2015, 2019); VIII международная конференция, посвященная 115-летию со дня рождения академика Михаила Алексеевича Лаврентьева «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Новосибирск, 2015); Международная научно-практическая конференция «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (Казахстан, Алматы, 2015); III международная конференция «Устойчивость и процессы управления» (Санкт-Петербург, 2015); III международная конференция «Полярная механика – 2016» (Владивосток, 2016); X научно-техническая конференция «Гидроэнергетика. Гидротехника. Новые разработки и технологии» (Санкт-Петербург, 2016); XIII Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (Омск, 2019).

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на **семинарах**: кафедры ЮНЕСКО по Информационным вычислительным технологиям КемГУ «Математические модели, методы решения», Кемерово (рук. проф. Ю.Н. Захаров); ИВТ СО РАН «Информационно-вычислительные технологии», Новосибирск (рук. акад. Ю.И. Шокин и проф. В.М. Ковеня); Инженерно-строительного института СПбПУ Петра Великого, Санкт-Петербург (рук. проф. Н.И. Ватин).

Публикации. По теме диссертации была опубликована 31 работа: 3 в журналах, индексируемых в базе данных Scopus; 1 в журнале, индексируемом в базах данных Web of Science и Scopus; 1 в журнале, индексируемом в базе данных Scopus и рекомендованном ВАК; 1 в журнале, рекомендованном ВАК; 1 свидетельство государственной регистрации программ для ЭВМ в Роспатенте; 24 в тезисах докладов и сборниках трудов конференций.

Личный вклад автора. Во всех публикациях автору принадлежит участие в формулировке задач, разработке математической модели, постановке краевых условий, реализации методов решения и проведении расчетов, интерпретации полученных результатов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 176 наименований и списка иллюстративного материала из 82 рисунков. Общий объем диссертации составляет 154 страницы.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю Юрию Николаевичу Захарову за постоянное внимание, помощь и поддержку в работе, а также Владимиру Васильевичу Рагулину за большой вклад в развитие идеи диссертации.

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируются цель и задачи исследования, приводится обзор научной литературы по изучаемым темам, излагается краткое содержание работы.

Первая глава состоит из трех параграфов и посвящена выводу односкоростной модели трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости с наличием диффузии массы и разработке алгоритма решения полученной модели.

В **параграфе 1.1** приведены основные идеи и предпосылки модели, а также математический вывод системы дифференциальных уравнений на основании общих законов сохранения в сплошной среде.

Рассматривается движение сплошной неоднородной по плотности и вязкости среды. Неоднородность обусловлена тем, что среда является смесью трех несжимаемых жидкостей с постоянными плотностями и вязкостями. Компоненты смеси выражены через свое значение объемной концентрации. Смесь является изотермической средой и в ней отсутствуют химические взаимодействия между компонентами, однако присутствует диффузия массы. Компоненты смеси считаются смешивающимися, то есть они могут неограниченно распространяться друг среди друга до полного перемешивания.

В рассматриваемой модели компоненты смеси, обладая свойством несжимаемости, при перемешивании образуют несжимаемую среду. Следствием этого является выполнение условия несжимаемости:

$$\operatorname{div} \bar{V} = 0, \quad (1)$$

где $\bar{V}(\bar{x}, t) = (v_1, v_2, v_3)$ – вектор скорости среды в точке $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ и момент времени t , $\operatorname{div} \bar{V} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}$ – оператор дивергенции вектора скорости.

При этом функция плотности неоднородной среды $\rho(\bar{x}, t)$ зависит только от концентрации компонент и выражается следующей формулой:

$$\rho = \rho_1 C_1 + \rho_2 C_2 + \rho_3 C_3, \quad (2)$$

где $C_1(\bar{x}, t)$, $C_2(\bar{x}, t)$, $C_3(\bar{x}, t)$ – объемные концентрации компонент с постоянными плотностями ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 .

В представленной модели между частицами смеси происходит диффузия массы. Среда рассматривается с позиций единых законов сохранения, поэтому возникновение диффузии должно менять вид закона сохранения массы и, как следствие, уравнения неразрывности. Так как вид диффузии определяется законом Фика, то получаем уравнение конвективной диффузии для плотности среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_1 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial \rho}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial \rho}{\partial x_3} = \operatorname{div}(D \nabla \rho), \quad (3)$$

где D – коэффициент диффузии, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$ – оператор набла.

Уравнение (3) вместе с условием несжимаемости (1) выражает закон сохранения баланса массы в несжимаемой неоднородной среде с диффузией.

Динамическая вязкость в смеси $\mu(\bar{x}, t)$ выражается некоторой функцией, зависящей от концентраций компонент:

$$\mu = \mu(\mu_1, \mu_2, \mu_3, C_1, C_2, C_3), \quad (4)$$

где μ_1, μ_2, μ_3 – постоянные вязкости компонент.

Уравнения количества движения выводятся с учетом того, что вязкость и плотность в среде непостоянны. При этом среда считается Ньютонской жидкостью, то есть тензор напряжений имеет линейную зависимость.

Итоговая система дифференциальных уравнений односкоростной модели вязкой несжимаемой трехкомпонентной смеси (где первая и третья компоненты между собой не взаимодействуют) с переменными вязкостью и плотностью и диффузией массы между компонентами состоит из: условия несжимаемости среды (1); уравнений переноса концентраций компонент смеси с учетом процесса диффузии; уравнения сохранения количества движения с учетом переменных вязкости и плотности; соотношений для нахождения вязкости и плотности.

Указанная система имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + v_1 \frac{\partial \bar{V}}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial \bar{V}}{\partial x_3} \right) = -\bar{V} \operatorname{div}(D \nabla \rho) - \nabla p + \operatorname{div}(\mu \mathbf{D}) + \rho \bar{f}, \\ \operatorname{div} \bar{V} = 0, \\ \frac{\partial C_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial C_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial C_1}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial C_1}{\partial x_3} = \operatorname{div}(D_{12} \nabla C_1), \\ \frac{\partial C_3}{\partial t} + v_1 \frac{\partial C_3}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial C_3}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial C_3}{\partial x_3} = \operatorname{div}(D_{23} \nabla C_3), \\ C_2 = 1 - C_1 - C_3, \\ \mu = \mu(\mu_1, \mu_2, \mu_3, C_1, C_2, C_3), \\ \rho = \rho_1 C_1 + \rho_2 C_2 + \rho_3 C_3, \end{array} \right. \quad (5)$$

где $\bar{V}(\bar{x}, t) = (v_1, v_2, v_3)$ – вектор скорости смеси в точке $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ и момент времени t , $\mu(\bar{x}, t)$ – динамическая вязкость, $\rho(\bar{x}, t)$ – плотность, $C_1(\bar{x}, t)$, $C_2(\bar{x}, t)$, $C_3(\bar{x}, t)$ – объемные концентрации компонент с постоянными плотностями ρ_1, ρ_2, ρ_3 и вязкостями μ_1, μ_2, μ_3 , $\bar{f} = (f_1, f_2, f_3)$ – вектор массовых сил, p – давление, \mathbf{D} – тензор скоростей деформаций, компоненты

которого равны $\tau_{ij} = (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$, $D = \begin{cases} D_{12}, & \text{при } C_3 = 0; \\ D_{23}, & \text{при } C_1 = 0, \end{cases}$ – коэффициент

диффузии в среде, D_{12} – коэффициент диффузии между первой и второй компонентой, D_{23} – коэффициент диффузии между второй и третьей компонентой.

Двухкомпонентная версия модели получается путем исключения третьей компоненты ($C_3 \equiv 0$). Также в работе система уравнений (5) приведена к безразмерному виду.

В параграфе 1.2 приведен выбор соотношения для определения вязкости среды в зависимости от концентрации компонент.

Смесь воздуха, воды и намочшего связного грунта рассматривается как единая неоднородная среда. Здесь каждая компонента — это жидкость, имеющая собственные значения вязкости и плотности. Сложность в определении вязкости смеси жидкостей связана с тем, что она не определяется по правилу аддитивности вязкостей компонент и может быть меньше или больше ожидаемого среднего значения. В этом случае вводится понятие текучести среды и компонент (величины $1/\mu$), которая считается аддитивной в смеси. Такое предположение приводит к следующей формуле для определения вязкости трехкомпонентной среды:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{C_1}{\mu_1} + \frac{C_2}{\mu_2} + \frac{C_3}{\mu_3}. \quad (6)$$

В параграфе 1.3 предложен численный алгоритм решения модели односкоростной трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости. На основании численного алгоритма был реализован комплекс программ. Для верификации методов решения были проведены тестовые расчеты для двух задач: течение Пуазейля в плоском канале и течение в квадратной каверне с подвижной верхней стенкой.

Математическая модель рассматривает движение смеси вязких несжимаемых жидкостей, которые составляют единую сплошную среду с переменными по времени и пространству значениями плотности и вязкости. Преимущество такого подхода заключается в том, что при составлении численного алгоритма нет необходимости выделять особенности решения на границах между компонентами, а движение всей среды описывается единой системой уравнений.

Для дискретизации системы уравнений по пространственным переменным используется метод конечных разностей на прямоугольной неравномерной сетке с шахматным расположением узлов: давление, дивергенция скорости, концентрация компонент, плотность и вязкость среды определяются в центрах ячеек, а компоненты вектора скорости — на границах ячеек. Применение разнесенной сетки позволяет связать значения скорости и давления в соседних узлах и избежать появления осцилляций в решении, которые возникают при использовании центральных разностей на совмещенной сетке. Также шахматное расположение узлов позволяет автоматически удовлетворять дискретному представлению условия несжимаемости $div \vec{V} = 0$.

Для нахождения решения одного временного слоя используется алгоритм, состоящий из следующих этапов:

1. С учетом известных вектора скорости и распределения концентрации (а значит и значений плотности и вязкости), совершается шаг по времени для уравнений движения.
2. Используя полученные значения компонент скорости, делается шаг по времени для уравнения конвективной диффузии первой и третьей компоненты.

3. По соотношению $C_2 = 1 - C_1 - C_3$ вычисляется значение концентрации второй компоненты.
4. Производится пересчет значений плотности и вязкости в среде. Затем следует переход на первый этап для следующего временного слоя.

Для решения системы уравнений Навье-Стокса используется схема расщепления по физическим процессам с учетом переменных плотности и вязкости. Она включает в себя три шага. На первом шаге происходит перенос количества движения только за счет конвекции и диффузии. На втором шаге, с учетом условия несжимаемости и переменной плотности, по найденному промежуточному полю скоростей рассчитывается поле давления. На третьем шаге производится поправка скоростей за счет полученного градиента давления.

Для получения численного решения на первом шаге используется метод предиктор-корректор. На втором шаге для нахождения решения используется градиентный итерационный метод бисопряженных градиентов со стабилизирующей поправкой (BiCGStab). На третьем шаге перенос количества движения вычисляется явно через градиент найденного давления.

Для решения уравнений конвективной диффузии используется схема предиктор-корректор с аппроксимацией конвективных слагаемых против потока.

Вторая глава состоит из четырех параграфов и посвящена рассмотрению задач о размыве связного грунта внутренним течением. В ней предлагается и тестируется численный алгоритм размокания твердых слоев связного грунта.

В **параграфе 2.1** рассматриваются тестовые задачи о вымывании примеси, имеющей отличную от среды вязкость и плотность, из области под действием постоянного течения. Полученные численные решения показывают влияние значений вязкости, плотности, диффузии примеси на скорость и характер переноса. При увеличении вязкости и плотности примеси наблюдается замедление процесса переноса, все большую роль начинает играть диффузионная, а не конвективная составляющая процесса.

В **параграфе 2.2** предлагается численный алгоритм процесса размокания твердых слоев связного грунта.

Свойство грунтов, при котором они теряют связность и превращаются в рыхлую массу с частичной или полной потерей несущей способности, когда взаимодействуют со спокойной водой, называется размокаемостью. Это свойство проявляется в процессе их гидратации из-за ослабления и растворения структурных связей между элементарными частицами и агрегатами грунта. Процесс размокания твердых слоев грунта необходимо учитывать при продолжительных по времени размывах.

Для того, чтобы построить численную модель размокания разделим связный грунт на две части: не насыщенную водой часть, которая считается твердым непроницаемым телом, и водонасыщенная часть, которая ведет себя как некоторая вязкая жидкость.

На рисунке 1 изображена схема такого разделения: буквой А обозначена водная среда, буквой В слой размокшего связного грунта, под которым находится не размокший твердый грунт, обозначенный буквой С.

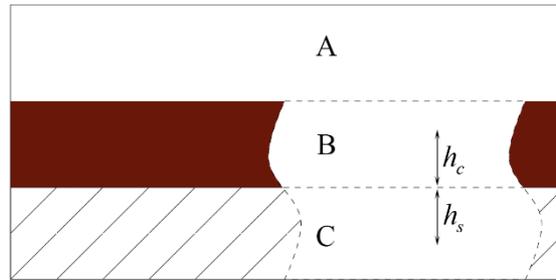


Рисунок 1 – Схема разделения грунта на две части. А – вода, В – размокшая часть грунта (закрашена сплошным цветом), С – неразмокшая часть грунта (заштрихована)

Размокание связного грунта возникает из-за диффузионного обмена между грунтом и водой или, иными словами, насыщения грунта водой. Введем следующие параметры для моделирования этого процесса:

1. h_s – глубина размокания, указывающая какое количество грунта переходит в жидкое состояние за единицу времени,
2. C^* – параметр размокания,
3. h_c – расстояние от поверхности твердого грунта до точки, в которой измеряется параметр размокания.

Мы будем считать, что часть твердого грунта В размокает на глубину h_s , если на расстояние h_c от поверхности концентрация размокшего грунта становится меньше параметра размокания C^* . Это приводит к изменению границы между намокшим и не намокшим грунтом. Таким образом, мы можем регулировать время размокания грунта на определенную глубину при помощи изменения параметров h_s , h_c и C^* . Следует заметить, что C^* может быть сложной функцией, зависящей от времени и пространства, которая может быть получена, в частности, по результатам проведения соответствующих экспериментов для каждого конкретного типа грунта.

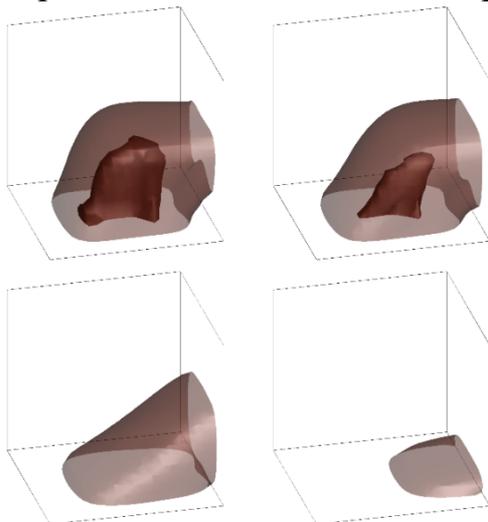


Рисунок 2 – Размокание и распространение примеси в кубическом канале для параметра $C^* = 0.9$ на моменты безразмерного времени 104.9, 146.9, 230.8, 587.6

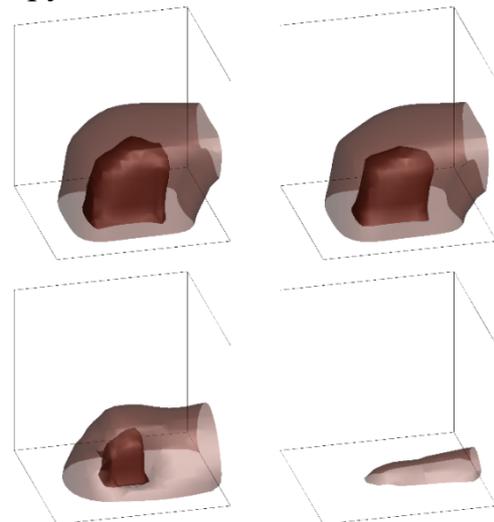


Рисунок 3 – Размокание и распространение примеси в кубическом канале для параметра $C^* = 0.1$ на моменты безразмерного времени 104.9, 146.9, 608.6, 1385.0

Для тестирования предложенной численной модели размокания был проведен ряд двух- и трехмерных расчетов. На рисунках 2 и 3 представлены расчеты размыва и переноса примеси для значений C^* равных 0.9 и 0.1 соответственно. Сплошным цветом окрашен твердый грунт, а прозрачным – намокший. Представленные расчеты демонстрируют тенденцию на замедление скорости размыва примеси при понижении порогового значения параметра размокания.

В параграфе 2.3 для валидации алгоритма размокания рассматриваются лабораторный эксперимент по размыву отверстия в грунте потоком жидкости Hole Erosion Test (HET).

Для проведения этого лабораторного эксперимента используется специализированное оборудование, в которое помещается образец грунта. Образец грунта представляет собой цилиндр с проделанным по оси каналом постоянного диаметра. С одной стороны установки подается поток воды с постоянным расходом, который проходит по каналу, размывая и изменяя его ширину.

Параметр размокания грунта $C^*(\bar{x}, t)$ был выбран так, чтобы скорость изменения радиуса канал соответствовала экспериментальным данным. На рисунке 4 представлена поверхность между образцом грунта и водой на начальный момент времени и по прошествии 7 секунд для двух моделей.

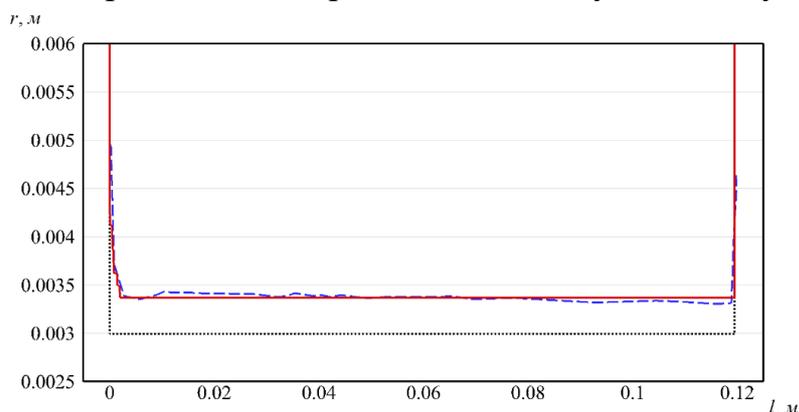


Рисунок 4 – Поверхность между образцом грунта и водой. Пунктирная линия – в начальный момент времени, прерывистая – результат, полученный в работе [F. Mercier Numerical Modelling of Erosion of a Cohesive Soil by a Turbulent Flow: PhD Thesis, 2014] на момент времени 7 секунд, сплошная – результат представленной в данной работе модели на момент времени 7 секунд

Результат расчета показал хорошее количественное совпадение (в пределах 3 %) с результатом, полученным в работе F. Mercier. Это позволяет говорить об адекватности представленной математической модели и ее применимости к задачам размыва связного грунта потоком внутреннего течения.

В параграфе 2.4 представлены расчеты трехмерных задач размыва и переноса связного грунта в воде.

Для иллюстрации переноса связного грунта под действием силы тяжести рассматривается задача обрушения столба жидкого грунта в водной среде. Плотность намокшего связного грунта в 3 раза больше чем у водной среды, что соответствует реальному соотношению плотностей грунта и воды. При этом

значение вязкости варьировалось в расчетах от близкому к значению среды, до превосходящего на несколько порядков. На рисунках 5 и 6 представлены картины обрушения и распространения связного грунта в воде в зависимости от значений вязкости грунта $\mu_2 = 0.01$ и $\mu_2 = 1.0$.

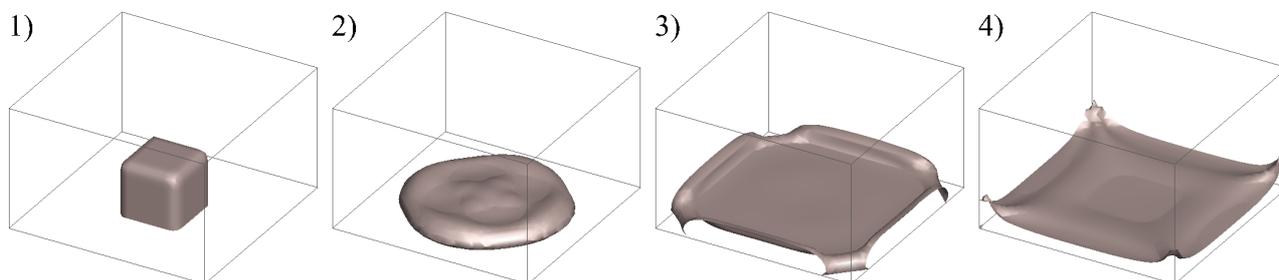


Рисунок 5 – Распространение намокшего связного грунта со значением вязкости $\mu_2 = 0.01$ на моменты безразмерного времени: 1) 0.0, 2) 1.0, 3) 2.6, 4) 4.6

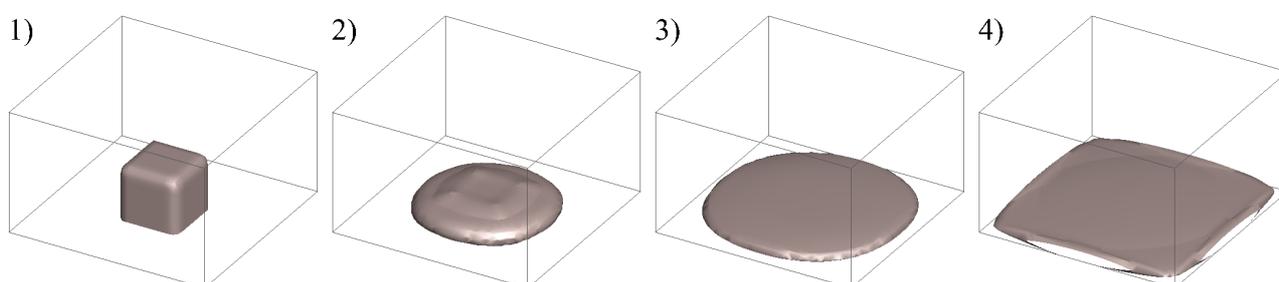


Рисунок 6 – Распространение намокшего связного грунта со значением вязкости $\mu_2 = 1.0$ на моменты безразмерного времени: 1) 0.0, 2) 1.4, 3) 3.4, 4) 18.8

Для проверки влияния значения параметра размокания C^* была рассмотрена трехмерная задача размыва связного грунта вблизи препятствия внутренним течением. В качестве препятствия был выбран брусок, стоящий на твердом грунте, который может размокать. Твердый грунт покрыт слоем намокшего текучего грунта, с отличающимися от несущей жидкости вязкостью и плотностью. На дальнейших рисунках лицевая часть бруска находится под атакой потока внутреннего течения.

Расчеты проводились для различных значений параметра размокания C^* . На рисунках 7 и 8 представлены картины размыва на различные моменты времени для значений пороговой концентрации размокания твердого дна $C^* = 0.9$ и $C^* = 0.1$ соответственно.

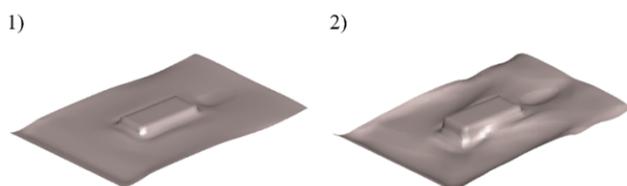


Рисунок 7 – Размыв грунта на моменты безразмерного времени: 1) 1.6, 2) 4.2

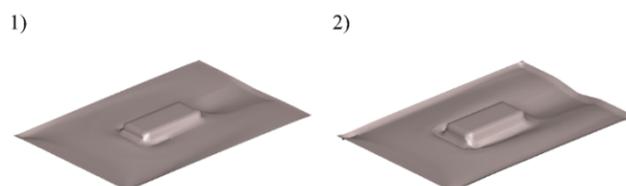


Рисунок 8 – Размыв грунта на моменты безразмерного времени: 1) 2.8, 2) 38.4

При $C^* = 0.9$ размокание перед бруском происходит быстрее, чем за ним, что приводит к появлению зоны размыва на лицевой стороне бруска. При уменьшении значения параметра размокания твердых слоев грунта наблюдается

изменение характера размыва. Область перед бруском становится более устойчивой к размыву, зато за бруском вследствие более высокой скорости появляется зона размыва. Также весь процесс размыва связного грунта вблизи бруска существенно замедляется.

Таким образом, параметр размокания C^* влияет не только на скорость размыва, но и на то, какая область вблизи бруска подвержена размыву в большей степени, а значит, где может возникнуть угроза потери устойчивости сооружения.

Третья глава состоит из четырех параграфов и посвящена задачам образования и распространения волн на поверхности вязкой тяжелой жидкости, а также взаимодействию поверхностных волн и придонного связного грунта.

В **параграфе 3.1** представлено численное моделирование лабораторной задачи обрушения столба жидкости и проведена валидация модели на имеющихся экспериментальных данных.

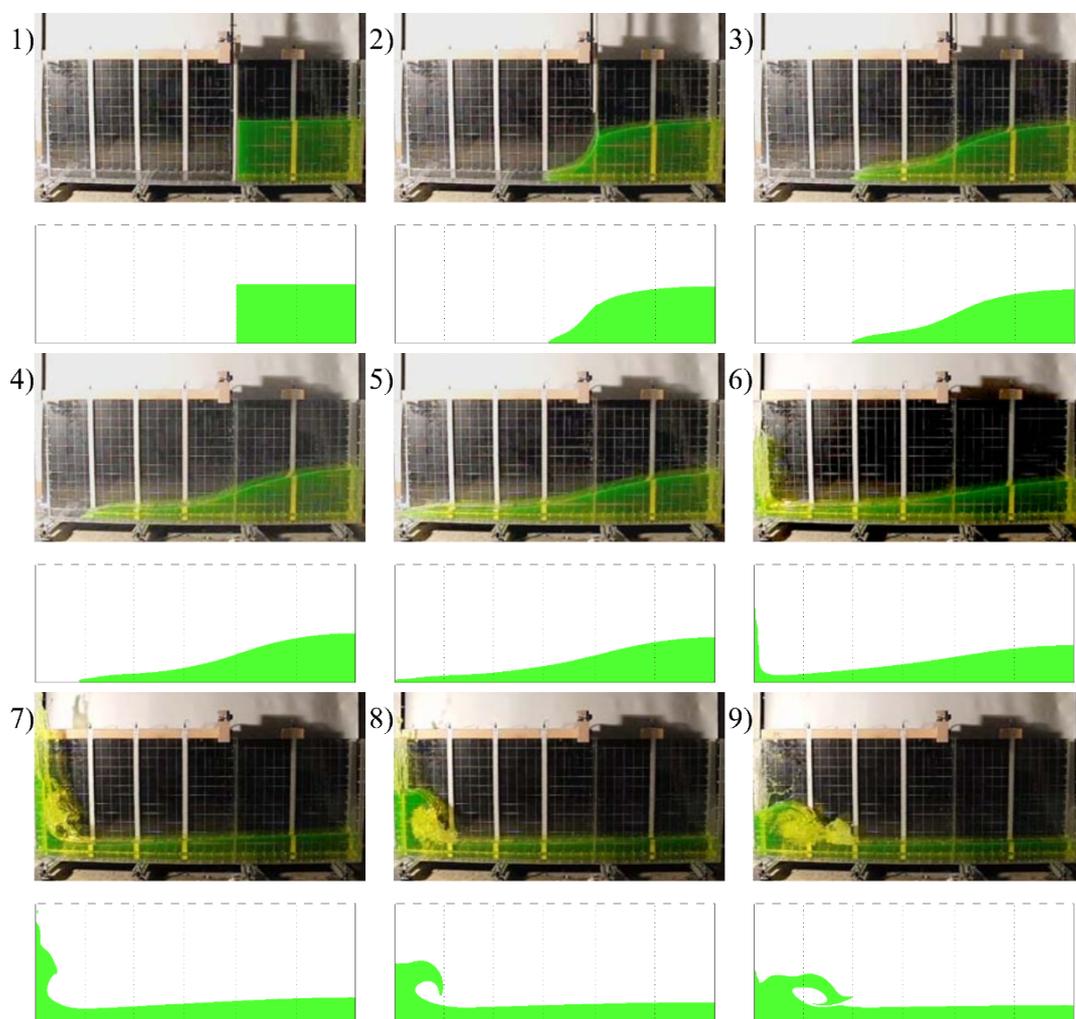


Рисунок 9 – Картины распространения волны в лабораторном эксперименте (сверху) и в численном расчете (снизу) на моменты времени (в миллисекундах):

1) 0.0, 2) 159.9, 3) 276.6, 4) 373.3, 5) 449.9, 6) 573.3, 7) 862.3, 8) 1023.3, 9) 1166.6

Экспериментальная установка представляет собой лоток с размерами $1.61\text{ м} \times 0.6\text{ м} \times 0.15\text{ м}$ в длину, высоту и ширину соответственно. Лоток разделен на две части задвижкой, которая быстро убирается специальным скользящим

механизмом. В одной из частей располагается вода, которая при срабатывании механизма обрушается в сторону противоположной стенки. В лотке имеются отметки, в которых фиксировалась высота поверхности жидкости в различные моменты времени. На стенке, в сторону которой обрушается столб воды, установлены датчики давления. На рисунке 9 приведены лабораторные и численные результаты распространения жидкости на различные моменты времени.

На рисунке 10 представлены графики изменения давления на левой стенке области для мест расположения трех датчиков давления P_2 , P_3 .

В параграфе 3.2 представлена модель образования и распространения одиночной волны в гидроволновом лотке «23 ГМПИ».

В лабораторных условиях «23 ГМПИ» филиала ОАО «31 ГПИСС» одиночная волна на поверхности воды генерировалась вакуумным волнопродуктором в гидроволновом лотке длиной 40 м, шириной 1 м и высотой стенок 1,2 м. Проведение подобного эксперимента является дорогостоящим и требует достаточно большого времени для подготовки. Поэтому актуально применение математического моделирования, которое позволяет относительно быстро получать результаты для различных вариантов начальных условий задачи и при необходимости расширять возможности лабораторных экспериментов.

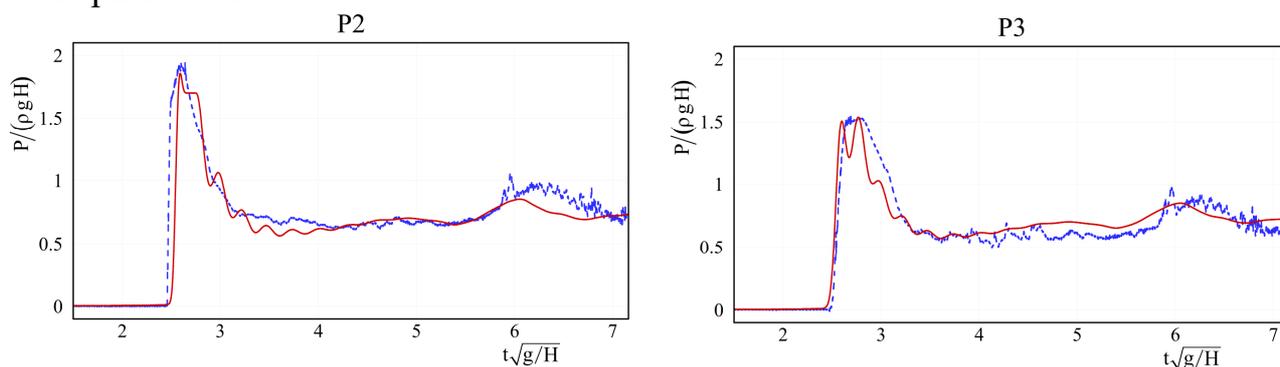


Рисунок 10 – Графики изменения давления на левой стенке для датчиков давления P_2 , P_3 (штрихпунктирная линия – эксперимент, сплошная – двухкомпонентная модель)

Образование одиночной волны происходит вследствие открытия заслонки волнопродуктора и сброса воды в лоток. При моделировании сброса воды в лоток учитывался процесс втекания воздуха в резервуар после открытия заслонки при помощи разработанной численной модели волнопродуктора. Идея этой модели заключается в том, что процесс втекания воздуха через заслонку можно выразить через изменение значения давления на крышке волнопродуктора.

На рисунке 11 приведены профили волн, зарегистрированных четырьмя волномерами $B1-B4$, установленными в области лотка. Вертикальной прерывистой линией отмечен момент обрушения волны на пологом откосе для потенциальной модели.

Численная модель гидроволнового лотка показывает хорошие количественные совпадения с данными лабораторного эксперимента для всех

четырёх датчиков, погрешность высоты основной волны не превышает 2 %. Также имеется вторая, идущая вслед за основной, волна, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. Погрешность высоты второй волны для разных датчиков имеет значение от 10 % до 20 %.

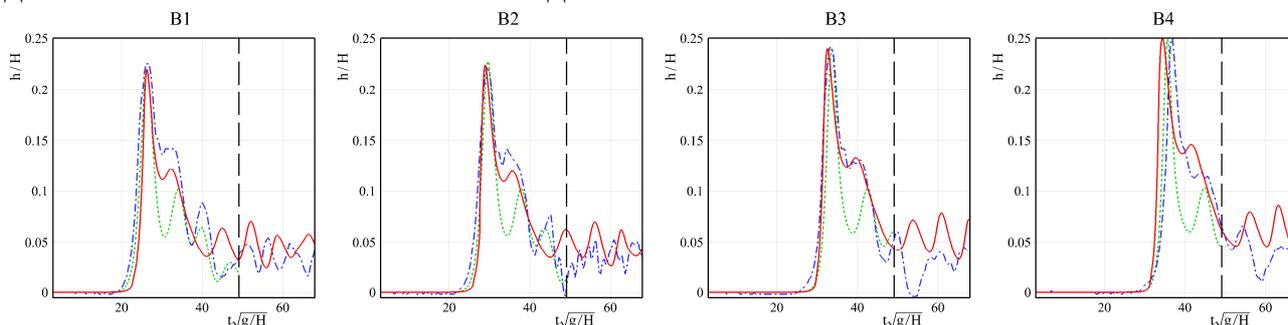


Рисунок 11 – Графики показаний четырех волномеров $B1 - B4$ во времени.

Штрихпунктирная линия – экспериментальные профили волн, сплошная линия – результаты модели вязкой несжимаемой двухкомпонентной жидкости, точечная линия – результаты потенциальной модели.

В параграфе 3.3 рассматривались задачи взаимодействия набегающей волны с препятствием и перемещения придонного грунта под действием поверхностных волн.

В задаче набегающая волна образовывалась вследствие обрушения столба жидкости, а в качестве препятствия использовался выступ прямоугольной формы. Для стенок выступа была измерена нагрузка от набегающей волны и длина заплеска волны на препятствие.

Для определения влияния поверхностных волн и их взаимодействия с препятствием на перемещение связного донного грунта были рассмотрены две постановки задачи. В первом случае препятствие возвышается над уровнем воды, во втором случае находится под ним. На дне области вблизи препятствия находится слой связного размокшего грунта.

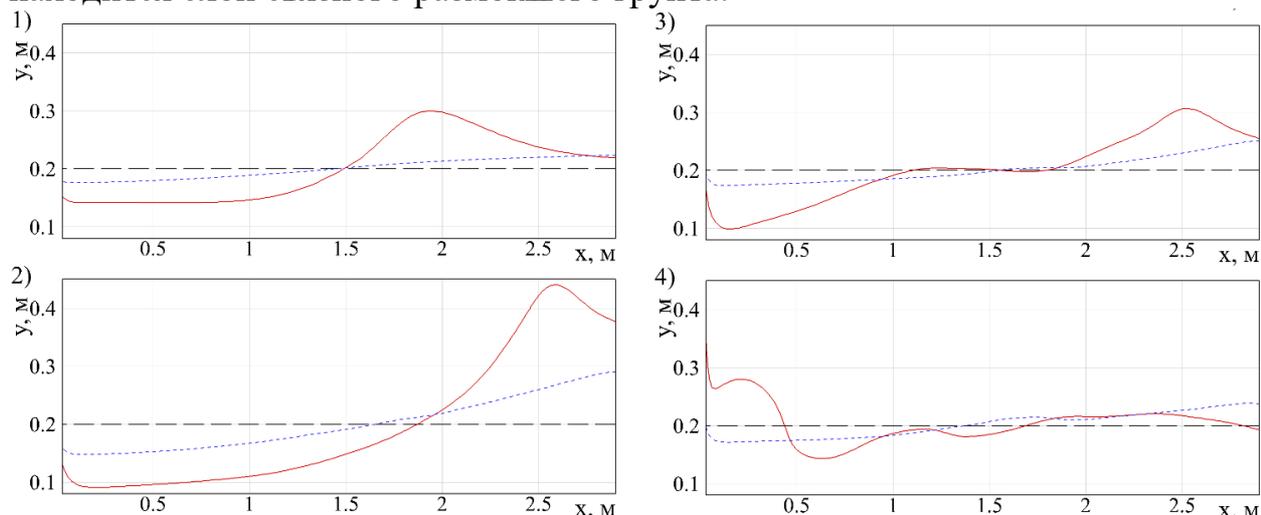


Рисунок 12 – Поверхность грунта на моменты времени (в секундах): 1) 0.5, 2) 1.1, 3) 1.8, 4) 3.0.

Сплошная линия – для случая, когда уровень жидкости находится ниже препятствия; штрихпунктирная линия – для случая, когда уровень жидкости находится выше препятствия; прерывистой линией обозначен первоначальный уровень грунта

На рисунке 12 приведено сравнение поверхностей грунта для двух вариантов уровня жидкости на разные моменты времени. В случае, когда уровень жидкости лежит ниже препятствия скорость движения запущенной волны активно передается придонным областям, в результате чего видны интенсивные переносы грунта вслед за волнением на поверхности. Когда же препятствие находится под поверхностью жидкости, то в этом случае волна проходит над ним, не создавая обратного течения жидкости, и поэтому движения грунта практически не происходит.

В параграфе 3.4 представлены задачи об образовании волны вследствие движения придонного связного грунта и проведено сравнение с численными результатами других моделей и лабораторными данными.

В начальный момент времени намокший связный грунт находится под водой на наклонном дне. Затем под действием силы тяжести он скользит вниз, вызывая движение всей среды, что приводит к образованию и распространению волны. Картина волнообразования приведена на рисунке 13.

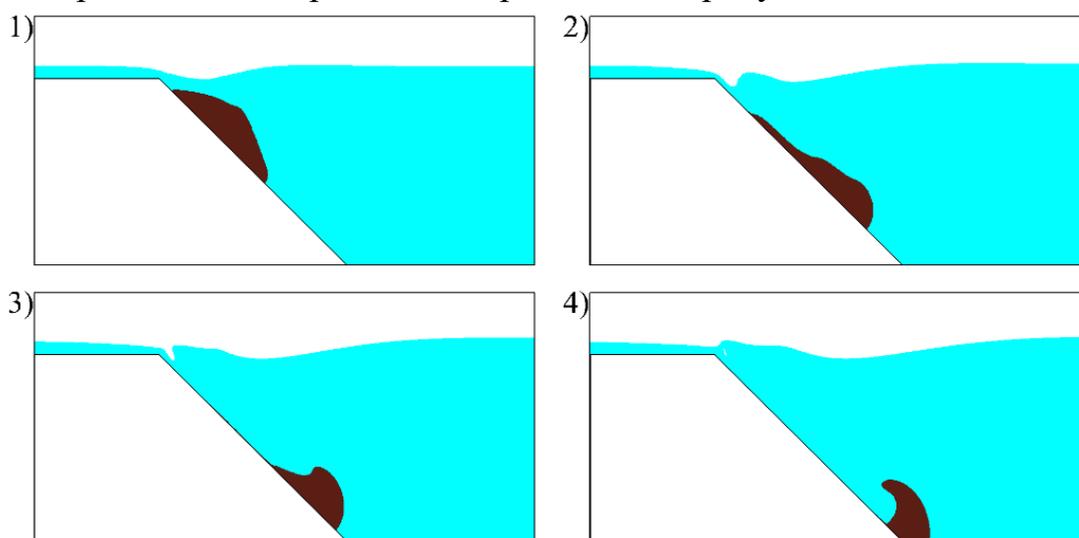


Рисунок 13 – Картины движения оползня по наклонной стенке без трения на моменты времени (в секундах): 1) 0.4, 2) 0.8, 3) 1.0, 4) 1.2

На рисунке 14 изображены графики свободной поверхности на различные моменты времени, полученные в результате наших расчетов по трехкомпонентной модели, полученные другими численными моделями и из лабораторного эксперимента.

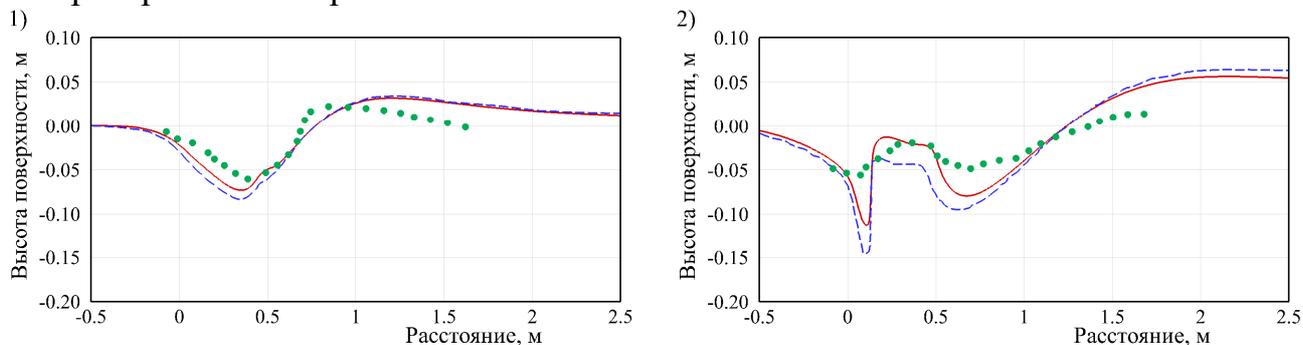


Рисунок 14 – Графики поверхностей на моменты времени (в секундах): 1) 0.4, 2) 0.8. Сплошная линия – представленная модель, прерывистая линия – модель ММ3, точки – данные эксперимента.

В заключении сформулированы основные выводы по результатам работы:

1. Получена дифференциальная модель односкоростной трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости с наличием диффузии массы между компонентами для моделирования размыва и переноса связного грунта.
2. Разработаны, реализованы и верифицированы численные алгоритмы решения многомерных систем полученной модели трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости.
3. Разработан и реализован численный алгоритм намкания твердых слоев связного грунта и проведена его валидация.
4. Применена модель двух- и трехкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости для задач размыва связного грунта под действием внутреннего течения, распространения поверхностных волн и взаимодействия поверхностных волн и донного связного грунта.

Основные публикации по теме исследования

В рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК:

1. Милошевич, Х. Об одной модели размыва связного грунта и движения поверхностных волн / Х. Милошевич, Ю. Н. Захаров, Н. Контрец, А. И. Зимин, И. С. Нуднер, В. В. Рагулин // Вестник Кемеровского государственного университета. – 2015. – Т. 1 – № 2 (62) – С. 35–40.

В рецензируемых журналах, которые индексируются в международной системе цитирования (Scopus и Web of science):

2. Семенов, К. К. Лабораторные и численные исследования профиля волн цунами, распространяющихся по ровному дну / К. К. Семенов, И. С. Нуднер, В. В. Лебедев, Ю. Н. Захаров, А. И. Зимин, С. В. Стуколов // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. – 2017. – № 4 – С. 5–15.
3. Belyaev, N. D. Modeling cohesionless and cohesive soils erosion near oil platforms of gravity type / N. D. Belyaev, N. A. Geydarov, K. S. Ivanov, V. V. Lebedev, I. S. Nudner, V. V. Ragulin, Y. N. Zakharov, A. I. Zimin // International Conference «Stability and Control Processes» in Memory of V.I. Zubov (SCP). – St Petersburg, Russia: IEEE, 2015. – P. 5–8.
4. Zakharov, Y. Two-Component Incompressible Fluid Model for Simulating Surface Wave Propagation / Y. Zakharov, A. Zimin, V. Ragulin // Mathematical Modeling of Technological Processes. – Almaty, Kazakhstan: Springer International Publishing, 2015. – P. 201–210.
5. Zakharov, Y. Two-component incompressible fluid model for simulating the cohesive soil erosion / Y. Zakharov, A. Zimin, I. Nudner, V. Ragulin // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 725 – P. 361–368.
6. Zakharov, Y. N. Numerical simulation of surface waves arising from underwater landslide movement / Y. N. Zakharov, A. I. Zimin // Conference Proceedings «Mathematical and Information Technologies MIT-2016». – 2017. – P. 535–546.
7. Zakharov, Y. N. Mathematical modeling of a hydraulic flume for carrying out numerical experiments on coastal waves and erosion of cohesive soil / Y. N.

Zakharov, A. I. Zimin, I. S. Nudner, M. E. Yashin // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1441 – No. 1 – P. 012182.

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ:

8. Захаров, Ю. Н. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ номер 2017610030 «Программный комплекс для численного расчета динамики размыва связного грунта на дне водоема под действием внутреннего течения и диффузии „Cohesive Soil Erosion on the Bottom of Reservoirs“» / Ю. Н. Захаров, А. И. Зимин. – дата регистрации в Реестре программ для ЭВМ 09.01.2017.

В трудах международных и всероссийских конференций:

9. Захаров, Ю. Н. Модель двухкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости в задаче набегания волны на препятствие / Ю. Н. Захаров, А. И. Зимин // Труды XIII всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – Санкт-Петербург, 2016. – С. 146–149.
10. Захаров, Ю. Н. Численное моделирование работы лабораторного волнопродуктора одиночных волн на воде [Электронный ресурс] / Ю. Н. Захаров, А. И. Зимин, С. В. Стуколов, В. В. Лебедев, И. С. Нуднер, К. К. Семенов // Материалы третьей международной конференции «Полярная механика». – Владивосток, 2016. – С. 954–964. – Режим доступа: <https://www.dvfu.ru/upload/medialibrary/5bc/PolarMechanics.pdf>.
11. Зимин, А. И. Численное моделирование образования волн в гидроволновом лотке с препятствием / А. И. Зимин // Труды XIV всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – Санкт-Петербург, 2018. – С. 220–223.