

# Групповая классификация и точные решения нелинейного кинетического уравнения Больцмана с источником

**АВТОРЫ:** д.ф.-м.н. Григорьев Ю.Н.

Классическое уравнение Больцмана является основой кинетической теории газов и с математической точки зрения есть однородное (без правой части) интегродифференциальное уравнение.

Вместе с тем имеется ряд кинетических задач, в которых необходимо дополнить уравнение Больцмана функцией источника (стока)  $G(t, \bar{r}, \bar{v}, f)$ , зависящей в общем случае от его решения (функции распределения)  $f(t, \bar{r}, \bar{v})$ . К ним относятся задачи об инициации высокопороговых процессов впрыском "горячих" частиц, выбывании частиц при столкновительном взаимодействии с некоторым фоном или "убегании" высокоэнергетичных молекул из верхней из удерживающего силового поля и другие.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} - J(f, f) = G(t, \bar{r}, \bar{v}, f)$$

В работе [1] предложен метод групповой классификации уравнений относительно функции источника с использованием в качестве группы Ли эквивалентности известной группы Ли, допустимой данным уравнением. На этой основе в [2], используя 11-мерную группу Ли  $L_{11}$  и ранее построенную нами оптимальную систему ее подгрупп, выполнена групповая классификация полного нелинейного уравнения Больцмана (1) относительно функции источника  $G(t, \bar{r}, \bar{v}, f)$ . Для всех 243 подалгебр оптимальной системы получены представления инвариантных решений и вид соответствующих допустимых ими функций источника. Для некоторых случаев выведены фактор-уравнения в инвариантных переменных.

В работах [3,4] построены точные решения нелинейного кинетического уравнения Больцмана с источником в случае изотропной функции распределения  $f(t, v)$ . и максвелловской модели изотропного рассеяния. Для построения используется найденная группа эквивалентности, одно из преобразований которой единственным образом выделяет класс функций источника, линейных по  $f(t, v)$ , причем преобразованное уравнение имеет нулевую правую часть. Это позволяет в явном виде найти инвариантные решения типа Бобылева-Крука-Ву, в частности, допускающие содержательную физическую интерпретацию, чем существенно дополнено множество известных точных решений уравнения Больцмана.

## ПУБЛИКАЦИИ:

1. Long F.-S., Karnbanjong A., Suriyawichitseranee A., Grigoriev Yu.N., Meleshko S.V. Application of a Lie group admitted by a homogeneous equation for group classification of a corresponding inhomogeneous equation // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2017. V. 48. P. 350-360.
2. A. Karnbanjong, A. Suriyawichitseranee, Yu.N. Grigoriev, S.V. Meleshko Preliminary group classification of the full Boltzmann equation with a source term // AIP Conference Proceedings. 2017. V. 1893. P. 030062.
3. Ю.Н. Григорьев, С.В. Мелешко, А. Суриявичитсерани Точные решения уравнения Больцмана с источником // Прикладная механика и техническая физика. 2018. (в печати)